

辽宁省丹东市 2021 中考数学试卷

一、选择题（下列各题的备选答案中，只有一个是正确的，每小题 3 分，共 24 分）

1. -5 的相反数是（ ）

A. 5

B. $\frac{1}{5}$

C. -5

D. 0.5

2. 下列运算正确的是（ ）

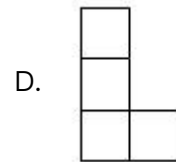
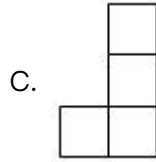
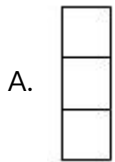
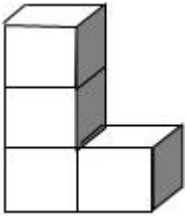
A. $a^{-2} \cdot a^3 = a^{-6}$

B. $(m-n)^2 = m^2 - mn + n^2$

C. $(2a^3)^3 = 8a^6$

D. $(2m+1)(2m-1) = 4m^2 - 1$

3. 如图是由几个完全相同的小正方体组成的立体图形，它的俯视图是（ ）



4. 若一组数据 1, 3, 4, 6, m 的平均数为 4, 则这组数据的中位数和众数分别是（ ）

A. 4, 6

B. 4, 4

C. 3, 6

D. 3, 4

5. 若实数 k 、 b 是一元二次方程 $(x+3)(x-1) = 0$ 的两个根, 且 $k < b$, 则一次函数 $y = kx + b$ 的图象不经过（ ）

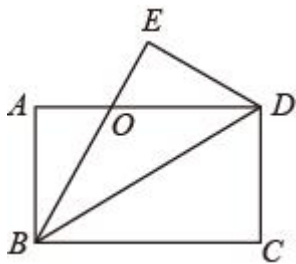
A. 第一象限

B. 第二象限

C. 第三象限

D. 第四象限

6. 如图, 在矩形 ABCD 中, 连接 BD, 将 $\triangle BCD$ 沿对角线 BD 折叠得到 $\triangle BDE$, BE 交 AD 于点 O, BE 恰好平分 $\angle ABD$, 若 $AB = 2\sqrt{3}$, 则点 O 到 BD 的距离为（ ）



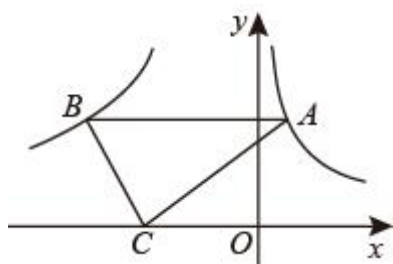
A. $\sqrt{3}$

B. 2

C. $\frac{3}{2}\sqrt{3}$

D. 3

7. 如图, 点 A 在曲线 $y_1 = \frac{2}{x} (x > 0)$ 上, 点 B 在双曲线 $y_2 = \frac{k}{x} (x < 0)$ 上, $AB \parallel x$ 轴, 点 C 是 x 轴上一点, 连接 AC 、 BC , 若 $\triangle ABC$ 的面积是 6, 则 k 的值 ()



A. -6

B. -8

C. -10

D. -12

8. 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a > 0)$, 且 $a + b + c = \frac{1}{2}$, $a - b + c = \frac{3}{2}$. 判断下列结论: ① $abc < 0$; ② $2a + 2b + c > 0$; ③ 抛物线与 x 轴正半轴必有一个交点; ④ 当 $2 \leq x \leq 3$ 时, $y_{\text{最小}} = 3a$; ⑤ 该抛物线与直线 $y = x - c$ 有两个交点, 其中正确结论的个数 ()

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

第二部分 主观题

二、填空题 (每小题 3 分, 共 24 分)

9. 按照现行贫困标准计算, 中国 770000000 村贫困人口摆脱贫困, 将数据 770000000 用科学记数法表示为_____.

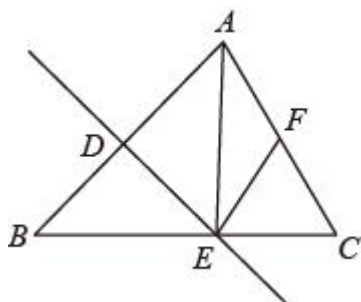
10. 在函数 $y = \frac{\sqrt{x-3}}{x-2}$ 中, 自变量 x 的取值范围_____.

11. 分解因式: $ma^2 + 2mab + mb^2 =$ _____.

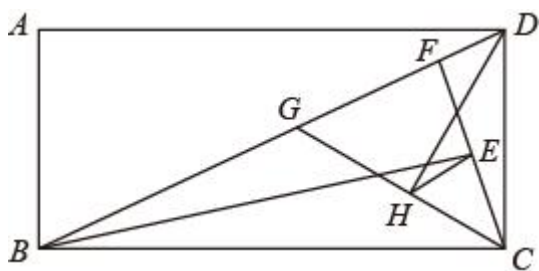
12. 关于 x 的一元二次方程 $kx^2 + 2x - 1 = 0$ 有两个不相等的实数根, 则 k 的取值范围是_____.

13. 不等式组 $\begin{cases} 2x-1 < 3 \\ x > m \end{cases}$ 无解, 则 m 的取值范围_____.

14. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 45^\circ$, AB 的垂直平分线交 AB 于点 D , 交 BC 于点 E ($BE > CE$), 点 F 是 AC 的中点, 连接 AE 、 EF , 若 $BC = 7$, $AC = 5$, 则 $\triangle CEF$ 的周长为_____.



15. 如图, 在矩形ABCD中, 连接BD, 过点C作 $\angle DBC$ 平分线BE的垂线, 垂足为点E, 且交BD于点F; 过点C作 $\angle BDC$ 平分线DH的垂线, 垂足为点H, 且交BD于点G, 连接HE, 若 $BC = 2\sqrt{2}$, $CD = \sqrt{2}$, 则线段HE的长度为_____.

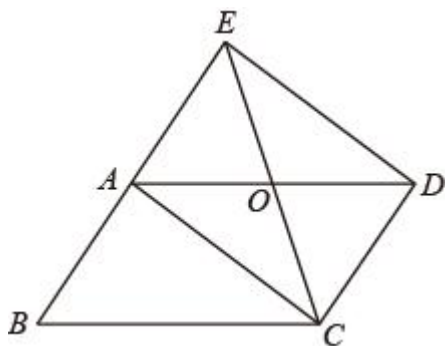


16. 已知: 到三角形3个顶点距离之和最小的点称为该三角形的费马点. 如果 $\triangle ABC$ 是锐角(或直角)三角形, 则其费马点P是三角形内一点, 且满足 $\angle APB = \angle BPC = \angle CPA = 120^\circ$. (例如: 等边三角形的费马点是其三条高的交点). 若 $AB = AC = \sqrt{7}$, $BC = 2\sqrt{3}$, P为 $\triangle ABC$ 的费马点, 则 $PA + PB + PC =$ _____; 若 $AB = 2\sqrt{3}$, $BC = 2$, $AC = 4$, P为 $\triangle ABC$ 的费马点, 则 $PA + PB + PC =$ _____.

三、(每小题8分, 共16分)

17. 先化简, 再求代数式的值: $\frac{2}{a-2} + \frac{2a-4}{a^2-4} + \frac{a+1}{2-a}$, 其中 $a = 2\sin 30^\circ + 2(\pi - 1)^0$.

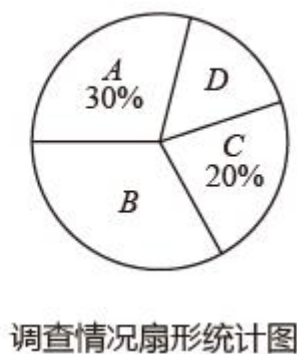
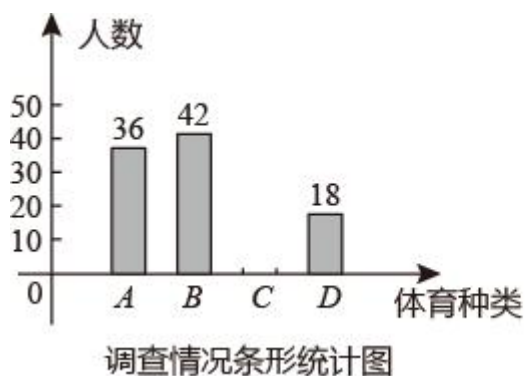
18. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, 点O是AD的中点, 连接CO并延长交BA的延长线于点E, 连接AC、DE.



- (1) 求证: 四边形ACDE是平行四边形;
- (2) 若 $AB = AC$, 判断四边形ACDE的形状, 并说明理由.

四、(每小题 10 分, 共 20 分)

19. 某中学为了增强学生体质, 计划开设 A : 跳绳, B : 毽球, C : 篮球, D : 足球四种体育活动, 为了解学生对这四种体育活动的喜欢情况, 对部分学生进行抽样调查 (每人只能选择一种体育活动), 并绘制成如图所示的两幅不完全的统计图, 根据图中所给信息解答下列问题:



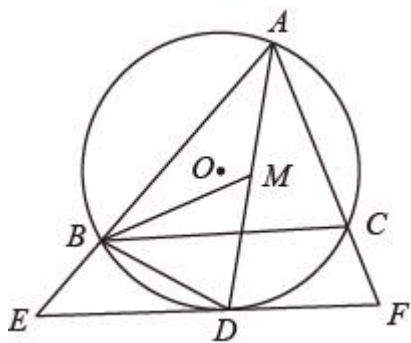
- (1) 求这次抽样调查的学生有多少人?
 - (2) 求出 B 所在扇形圆心角的度数, 并将条形统计图补充完整;
 - (3) 若该校有 800 名学生, 请根据抽样调查结果估计喜欢 B 的人数.
20. 一个不透明的袋子中装有 4 个只有颜色不同的小球, 其中 2 个红球, 2 个白球, 摇匀后从中一次性摸出两个小球.

- (1) 请用列表格或画树状图的方法列出所有可能性;
- (2) 若摸到两个小球的颜色相同, 甲获胜; 摸到两个小球颜色不同, 乙获胜. 这个游戏对甲、乙双方公平吗? 请说明理由.

五、(每小题 10 分, 共 20 分)

21. 为落实“乡村振兴计划”的工作要求, 某区政府计划对乡镇道路进行改造, 安排甲、乙两个工程队完成, 已知乙队比甲队每天少改造 20 米, 甲队改造 400 米的道路与乙队改造 300 米的道路所用时间相同, 求甲、乙两个工程队每天改造的道路长度分别是多少米?

22. 如图, $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, 点 D 是 $\widehat{BC}$ 的中点, 过点 D 作 $EF \parallel BC$ 分别交 AB 、 AC 的延长线于点 E 和点 F , 连接 AD 、 BD , $\angle ABC$ 的平分线 BM 交 AD 于点 M .



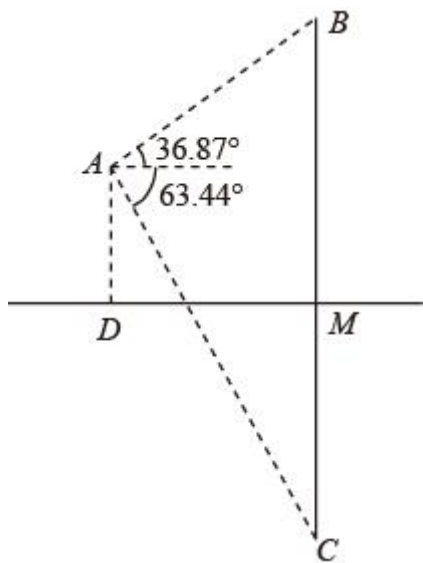
(1) 求证: EF 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $AB:BE = 5:2$, $AD = \sqrt{14}$, 求线段 DM 的长.

六、(每小题 10 分, 共 20 分)

23. 如图, 一架无人机在空中 A 处观测到山顶 B 的仰角为 36.87° , 山顶 B 在水中的倒影 C 的俯角为 63.44° , 此时无人机距水面的距离 $AD = 50$ 米, 求点 B 到水面距离 BM 的高度.

(参考数据: $\sin 36.87^\circ \approx 0.60$, $\cos 36.87^\circ \approx 0.80$, $\tan 36.87^\circ \approx 0.75$, $\sin 63.44^\circ \approx 0.89$, $\cos 63.44^\circ \approx 0.45$, $\tan 63.44^\circ \approx 2.00$)



24. 某超市销售一种商品, 每件成本为 50 元, 销售人员经调查发现, 销售单价为 100 元时, 每月的销售量为 50 件, 而销售单价每降低 2 元, 则每月可多售出 10 件, 且要求销售单价不得低于成本.

(1) 求该商品每月的销售量 y (件) 与销售单价 x (元) 之间的函数关系式; (不要求自变量取值范围)

(2) 若使该商品每月的销售利润为 4000 元, 并使顾客获得更多的实惠, 销售单价应定为多少元?

(3) 超市的销售人员发现: 当该商品每月销售量超过某一数量时, 会出现所获利润反而减小的情况, 为了每月所获利润最大, 该商品销售单价应定为多少元?

七、(本题 12 分)

25. 已知,在正方形ABCD中,点 M 、 N 为对角线AC上的两个动点,且 $\angle MBN = 45^\circ$,过点 M 、 N 分别作AB、BC的垂线相交于点 E ,垂足分别为 F 、 G ,设 $\triangle AFM$ 的面积为 S_1 , $\triangle NGC$ 的面积为 S_2 , $\triangle MEN$ 的面积为 S_3 .

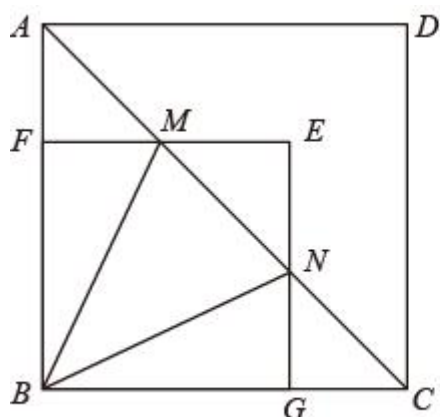


图1

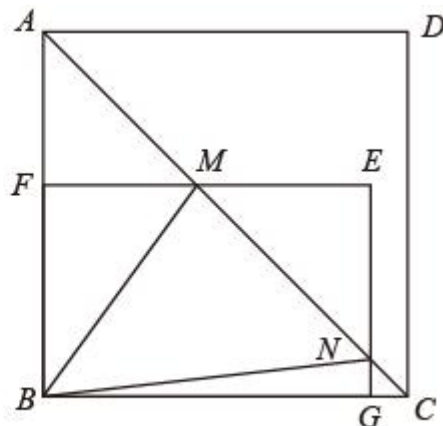


图2

(1) 如图 (1) ,当四边形EFBG为正方形时,

①求证: $\triangle AFM \cong \triangle CGN$;

②求证: $S_3 = S_1 + S_2$;

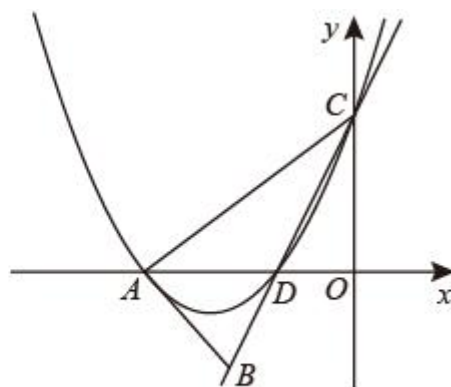
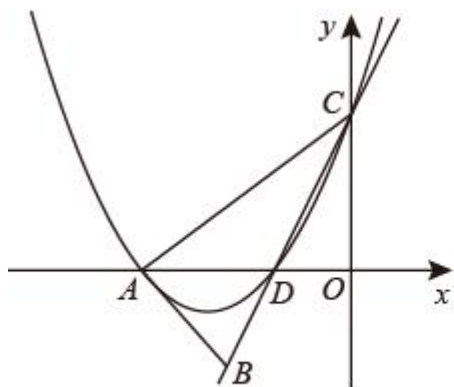
(2) 如图 (2) ,当四边形EFBG为矩形时,写出 S_1, S_2, S_3 三者之间的数量关系,并说明理由;

(3) 在 (2) 的条件下,若 $BG:GC = m:n (m > n)$,请直接写出 $AF:FB$ 的值.

八、(本题 14 分)

26. 如图,已知点 $A(-8,0)$, 点 $B(-5,-4)$, 直线 $y = 2x + m$ 过点 B 交 y 轴于点 C , 交 x 轴于点 D , 抛物线

$y = ax^2 + \frac{11}{4}x + c$ 经过点 A 、 C 、 D , 连接AB、AC.



备用图

(1) 求抛物线的表达式;

(2) 判断 $\triangle ABC$ 的形状, 并说明理由;

(3) E 为直线 AC 上方的抛物线上一点, 且 $\tan \angle ECA = \frac{1}{2}$, 求点 E 的坐标;

(4) N 为线段 AC 上的动点, 动点 P 从点 B 出发, 以每秒 1 个单位长度的速度沿线段 BN 运动到点 N , 再以每秒 $\sqrt{5}$ 个单位长度的速度沿线段 NC 运动到点 C , 又以每秒 1 个单位长度的速度沿线段 CO 向点 O 运动, 当点 P 运动到点 O 后停止, 请直接写出上述运动时间的最小值及此时点 N 的坐标.