

2019 年辽宁省丹东市中考数学试卷

一、选择题

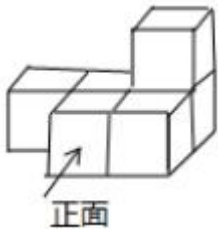
1. -2019 的倒数是 ()

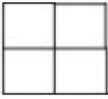
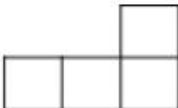
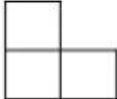
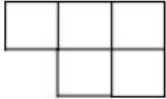
- A. -2019 B. $-\frac{1}{2019}$ C. $\frac{1}{2019}$ D. 2019

2. 十年来,我国知识产权战略实施取得显著成就,全国著作权登记量已达到 274.8 万件.数据 274.8 万用科学记数法表示为 ()

- A. 2.748×10^2 B. 274.8×10^4 C. 2.748×10^6 D. 0.2748×10^7

3. 如图所示的几何体是由六个小正方体组合而成的,它的俯视图是 ()

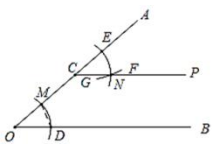


- A.  B.  C.  D. 

4. 下面计算正确的是 ()

- A. $3a - 2a = 1$ B. $2a^2 + 4a^2 = 6a^4$
C. $(x^3)^2 = x^5$ D. $x^8 \div x^2 = x^6$

5. 如图,点 C 在 $\angle AOB$ 的边 OA 上,用尺规作出了 $CP \parallel OB$,作图痕迹中, $\widehat{FG}$ 是 ()



- A. 以点 C 为圆心、OD 的长为半径的弧
B. 以点 C 为圆心、DM 的长为半径的弧
C. 以点 E 为圆心、DM 的长为半径的弧
D. 以点 E 为圆心、OD 的长为半径的弧
6. 在从小到大排列的五个整数中,中位数是 2,唯一的众数是 4,则这五个数之和的最大值是 ()

A. 11

B. 12

C. 13

D. 14

7. 等腰三角形一边长为 2，它的另外两条边的长度是关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 6x + k = 0$ 的两个实数根，则 k 的值是 ()

A. 8

B. 9

C. 8 或 9

D. 12

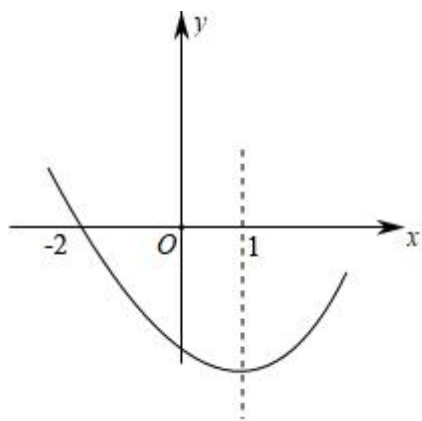
8. 如图，二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象过点 $(-2, 0)$ ，对称轴为直线 $x = 1$ 。有以下结论：

① $abc > 0$;② $8a + c > 0$;③ 若 $A(x_1, m)$, $B(x_2, m)$ 是抛物线上的两点，当 $x = x_1 + x_2$ 时， $y = c$;

④ 点 M, N 是抛物线与 x 轴的两个交点，若在 x 轴下方的抛物线上存在一点 P ，使得 $PM \perp PN$ ，则 a 的取值范围为 $a \geq 1$;

⑤ 若方程 $a(x+2)(4-x) = -2$ 的两根为 x_1, x_2 ，且 $x_1 < x_2$ ，则 $-2 \leq x_1 < x_2 < 4$ 。

其中结论正确的有 ()



A. 2 个

B. 3 个

C. 4 个

D. 5 个

二、填空题 (本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

9. 分解因式 $2x^3 - 8x^2 + 8x = \underline{\hspace{2cm}}$.

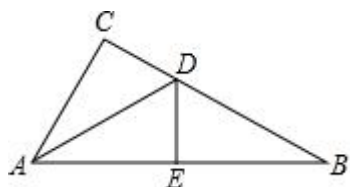
10. 函数 $y = \frac{\sqrt{1-2x}}{x}$ 的自变量 x 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

11. 有 5 张无差别的卡片，上面分别标有 $-1, 0, \frac{1}{3}, \sqrt{2}, \pi$ ，从中随机抽取 1 张，则抽出的数是无理数的概率是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

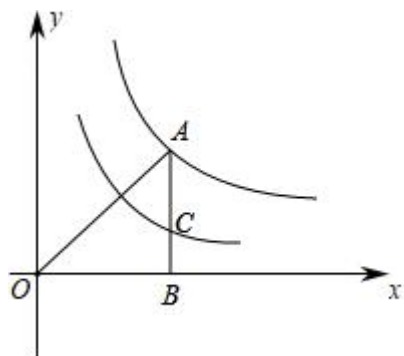
12. 关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 2x - 4 > 0 \\ a - x > -1 \end{cases}$ 的解集是 $2 < x < 4$ ，则 a 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

13. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， DE 是 AB 的垂直平分线， AD 恰好平分 $\angle BAC$ ，若 $DE = 1$ ，则 BC

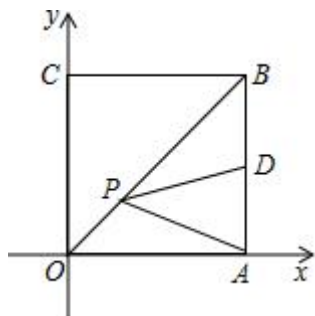
的长是_____.



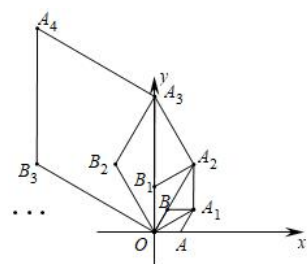
14. 如图, 点 A 在双曲线 $y = \frac{6}{x}$ ($x > 0$) 上, 过点 A 作 $AB \perp x$ 轴于点 B, 点 C 在线段 AB 上且 $BC: CA = 1: 2$, 双曲线 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 经过点 C, 则 $k =$ _____.



15. 如图, 在平面直角坐标系中, 点 A, C 分别在 x 轴、y 轴上, 四边形 ABCO 是边长为 4 的正方形, 点 D 为 AB 的中点, 点 P 为 OB 上的一个动点, 连接 DP, AP, 当点 P 满足 $DP+AP$ 的值最小时, 直线 AP 的解析式为_____.



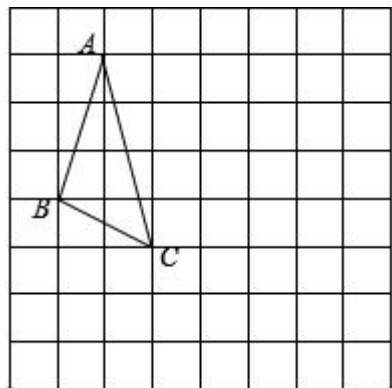
16. 如图, 在平面直角坐标系中, $OA = 1$, 以 OA 为一边, 在第一象限作菱形 OAA_1B , 并使 $\angle AOB = 60^\circ$, 再以对角线 OA_1 为一边, 在如图所示的一侧作相同形状的菱形 $OA_1A_2B_1$, 再依次作菱形 $OA_2A_3B_2$, $OA_3A_4B_3$, $\dots$, 则过点 B_{2018} , B_{2019} , A_{2019} 的圆的圆心坐标为_____.



三、解答题（本大题共 2 小题，共 16 分.解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤）

17. 先化简，再求代数式的值： $\frac{2x}{x+1} - \frac{2x-4}{x^2-1} \div \frac{x-2}{x^2-2x+1}$ ，其中 $x = 3\cos 60^\circ$ 。

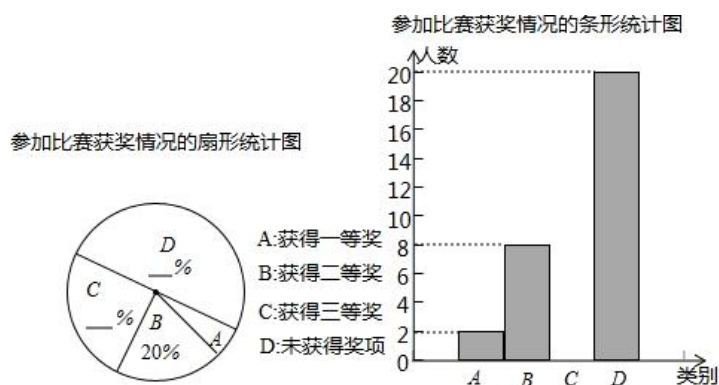
18. 在下面的网格中，每个小正方形的边长均为 1， $\triangle ABC$ 的三个顶点都是网格线的交点，已知 B，C 两点的坐标分别为 $(-3, 0)$ ， $(-1, -1)$ 。



- (1) 请在图中画出平面直角坐标系，并直接写出点 A 的坐标。
- (2) 将 $\triangle ABC$ 绕着坐标原点顺时针旋转 90° ，画出旋转后的 $\triangle A'B'C'$ 。
- (3) 接写出在上述旋转过程中，点 A 所经过的路径长。

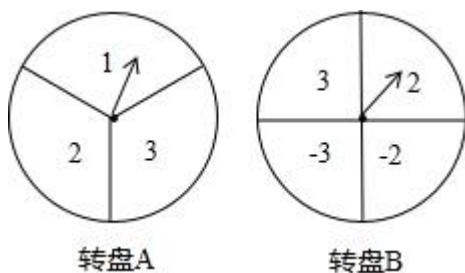
四、解答题（本大题共 2 小题，共 20 分.解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤）

19. 为纪念“五四运动”100 周年，某校举行了征文比赛，该校学生全部参加了比赛。比赛设置一等、二等、三等三个奖项，赛后该校对学生获奖情况做了抽样调查，并将所得数据绘制成如图所示的两幅不完整的统计图。根据图中信息解答下列问题：



- (1) 本次抽样调查学生的人数为_____。
 - (2) 补全两个统计图，并求出扇形统计图中 A 所对应扇形圆心角的度数。
 - (3) 若该校共有 840 名学生，请根据抽样调查结果估计获得三等奖的人数。
20. 如图所示，甲、乙两人在玩转盘游戏时，分别把转盘 A，B 分成 3 等份和 1 等份，并在每一份内标上数字。游戏规则：同时转动两个转盘，当转盘停止后，指针所在区域的数字之积为奇数时，甲获胜；当数字

之积为偶数时，乙获胜．如果指针恰好在分割线上时，则需重新转动转盘．



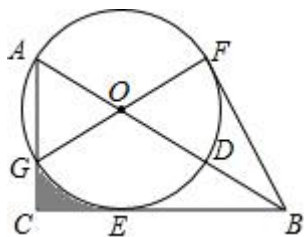
(1) 利用画树状图或列表的方法，求甲获胜的概率．

(2) 这个游戏规则对甲、乙双方公平吗？若公平，请说明理由；若不公平，请你在转盘 A 上只修改一个数字使游戏公平（不需要说明理由）．

五、解答题（本大题共 2 小题，共 20 分.解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤）

21. 甲、乙两同学的家与某科技馆的距离均为 4000m. 甲、乙两人同时从家出发去科技馆，甲同学先步行 800m，然后乘公交车，乙同学骑自行车．已知乙骑自行车的速度是甲步行速度的 4 倍，公交车的速度是乙骑自行车速度的 2 倍，结果甲同学比乙同学晚到 2.5min. 求乙到达科技馆时，甲离科技馆还有多远．

22. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ，点 D 在 AB 上，以 AD 为直径的 $\odot O$ 与边 BC 相切于点 E，与边 AC 相交于点 G，且 $\widehat{AG} = \widehat{EG}$ ，连接 GO 并延长交 $\odot O$ 于点 F，连接 BF

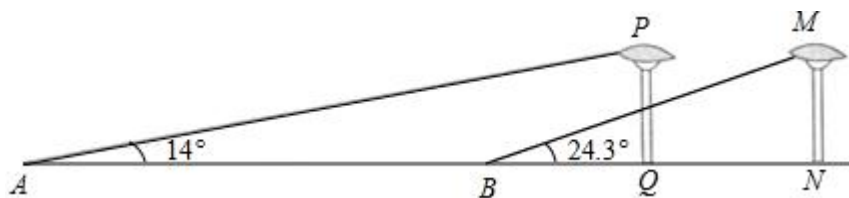


(1) 求证：① $AO = AG$ ，② BF 是 $\odot O$ 的切线．

(2) 若 $BD = 6$ ，求图形中阴影部分的面积．

六、解答题（本大题共 2 小题，共 20 分.解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤）

23. 如图，在某街道路边有相距 10m、高度相同的两盏路灯（灯杆垂直地面），小明为了测量路灯的高度，在地面 A 处测得路灯 PQ 的顶端仰角为 14° ，向前行走 25m 到达 B 处，在地面测得路灯 MN 的顶端仰角为 24.3° ，已知点 A, B, Q, N 在同一条直线上，请你利用所学知识帮助小明求出路灯的高度．（结果精确到 0.1m. 参考数据： $\sin 14^\circ \approx 0.24$ ， $\cos 14^\circ \approx 0.97$ ， $\tan 14^\circ \approx 0.25$ ， $\sin 24.3^\circ \approx 0.41$ ， $\cos 24.3^\circ \approx 0.91$ ， $\tan 24.3^\circ \approx 0.45$ ）



24. 某服装超市购进单价为 30 元的童装若干件，物价部门规定其销售单价不低于每件 30 元，不高于每件 60 元. 销售一段时间后发现：当销售单价为 60 元时，平均每月销售量为 80 件，而当销售单价每降低 10 元时，平均每月能多售出 20 件. 同时，在销售过程中，每月还要支付其他费用 450 元. 设销售单价为 x 元，平均月销售量为 y 件.

- (1) 求出 y 与 x 的函数关系式，并写出自变量 x 的取值范围.
- (2) 当销售单价为多少元时，销售这种童装每月可获利 1800 元?
- (3) 当销售单价为多少元时，销售这种童装每月获得利润最大？最大利润是多少？

七、解答题（本大题共 1 小题，共 12 分.解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤）

25. 已知：在 $\triangle ABC$ 外分别以 AB ， AC 为边作 $\triangle AEB$ 与 $\triangle AFC$.

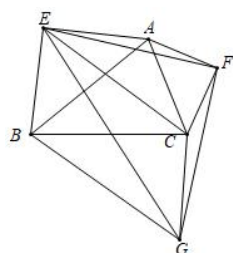


图1

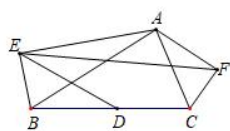


图2

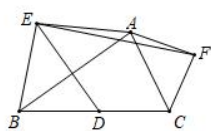


图3

(1) 如图 1， $\triangle AEB$ 与 $\triangle AFC$ 分别是以 AB ， AC 为斜边的等腰直角三角形，连接 EF . 以 EF 为直角边构造 $\text{Rt}\triangle EFG$ ，且 $EF = FG$ ，连接 BG ， CG ， EC .

求证：① $\triangle AEF \cong \triangle CGF$ ；② 四边形 $BGCE$ 是平行四边形.

(2) 小明受到图 1 的启发做了进一步探究：

如图 2，在 $\triangle ABC$ 外分别以 AB ， AC 为斜边作 $\text{Rt}\triangle AEB$ 与 $\text{Rt}\triangle AFC$ ，并使 $\angle FAC = \angle EAB = 30^\circ$ ，取 BC 的中点 D ，连接 DE ， EF 后发现，两者间存在一定的数量关系且夹角度数一定，请你帮助小明求出 $\frac{ED}{EF}$ 的值及 $\angle DEF$ 的度数.

(3) 小颖受到启发也做了探究：

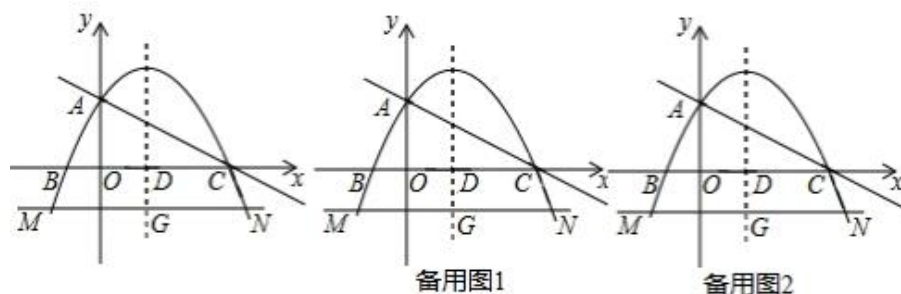
如图 3，在 $\triangle ABC$ 外分别以 AB ， AC 为底边作等腰三角形 AEB 和等腰三角形 AFC ，并使 $\angle CAF + \angle EAB = 90^\circ$ ，取 BC 的中点 D ，连接 DE ， EF 后发现，当给定 $\angle EAB = \alpha$ 时，两者间也存在一定的数量关系且夹角度数一定，若 $AE = m$ ， $AB = n$ ，请你帮助小颖用含 m ， n 的代数式直接写出 $\frac{ED}{EF}$ 的值，并用含 α 的代数式直

接写出 $\frac{ED}{EF}$ 的值，并用含 α 的代数式直

接表示 $\angle DEF$ 的度数.

八、解答题 (本大题共 1 小题, 共 14 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

26. 如图, 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于 B, C 两点, 与 y 轴交于点 A , 直线 $y = -\frac{1}{2}x + 2$ 经过 A, C 两点, 抛物线的对称轴与 x 轴交于点 D , 直线 MN 与对称轴交于点 G , 与抛物线交于 M, N 两点 (点 N 在对称轴右侧), 且 $MN \parallel x$ 轴, $MN = 7$.



(1) 求此抛物线的解析式.

(2) 求点 N 的坐标.

(3) 过点 A 的直线与抛物线交于点 F , 当 $\tan \angle FAC = \frac{1}{2}$ 时, 求点 F 的坐标.

(4) 过点 D 作直线 AC 的垂线, 交 AC 于点 H , 交 y 轴于点 K , 连接 CN , $\triangle AHK$ 沿射线 AC 以每秒 1 个单位长度的速度移动, 移动过程中 $\triangle AHK$ 与四边形 $DGNC$ 产生重叠, 设重叠面积为 S , 移动时间为 t

($0 \leq t \leq \sqrt{5}$), 请直接写出 S 与 t 的函数关系式.

