

数学试题

一、选择题：本题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合要求的。

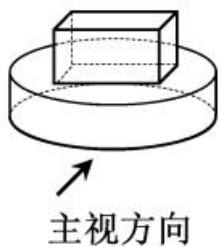
1. 下列实数中，无理数是 ()

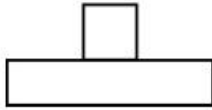
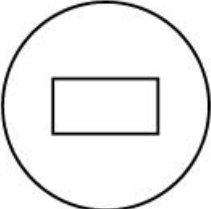
- A. -3 B. 0 C. $\frac{2}{3}$ D. $\sqrt{5}$

2. 据《人民日报》3 月 12 日电，世界知识产权组织近日公布数据显示，2023 年，全球 PCT (《专利合作条约》) 国际专利申请总量为 27.26 万件，中国申请量为 69610 件，是申请量最大的来源国。数据 69610 用科学记数法表示为 ()

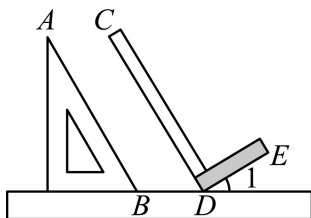
- A. 6961×10 B. 696.1×10^2 C. 6.961×10^4 D. 0.6961×10^5

3. 如图是由长方体和圆柱组成的几何体，其俯视图是 ()



- A.  B. 
- C.  D. 

4. 在同一平面内，将直尺、含 30° 角的三角尺和木工角尺 ($CD \perp DE$) 按如图方式摆放，若 $AB \parallel CD$ ，则 $\angle 1$ 的大小为 ()



- A. 30° B. 45° C. 60° D. 75°

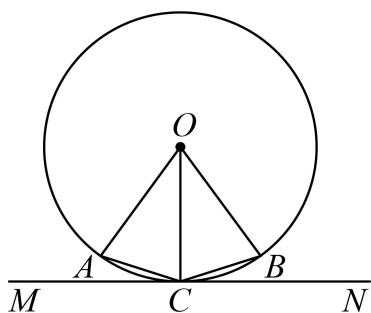
5. 下列运算正确的是 ()

- A. $a^3 \cdot a^3 = a^9$ B. $a^4 \div a^2 = a^2$ C. $(a^3)^2 = a^5$ D. $2a^2 - a^2 = 2$

6. 哥德巴赫提出“每个大于2的偶数都可以表示为两个质数之和”的猜想，我国数学家陈景润在哥德巴赫猜想的研究中取得了世界领先的成果. 在质数2, 3, 5中，随机选取两个不同的数，其和是偶数的概率是 ()

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{3}$

7. 如图，已知点A, B在 $\odot O$ 上， $\angle AOB = 72^\circ$ ，直线MN与 $\odot O$ 相切，切点为C，且C为 $\widehat{AB}$ 的中点，则 $\angle ACM$ 等于 ()

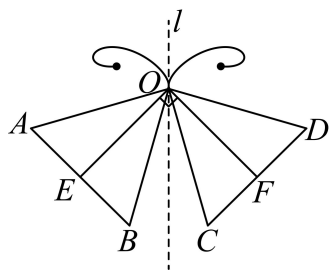


- A. 18° B. 30° C. 36° D. 72°

8. 今年我国国民经济开局良好，市场销售稳定增长，社会消费增长较快，第一季度社会消费品零售总额120327亿元，比去年第一季度增长4.7%，求去年第一季度社会消费品零售总额. 若将去年第一季度社会消费品零售总额设为x亿元，则符合题意的方程是 ()

- A. $(1 + 4.7\%)x = 120327$ B. $(1 - 4.7\%)x = 120327$
C. $\frac{x}{1 + 4.7\%} = 120327$ D. $\frac{x}{1 - 4.7\%} = 120327$

9. 小明用两个全等的等腰三角形设计了一个“蝴蝶”的平面图案. 如图，其中 $\triangle OAB$ 与 $\triangle ODC$ 都是等腰三角形，且它们关于直线l对称，点E, F分别是底边AB, CD的中点， $OE \perp OF$. 下列推断错误的是 ()



- A. $OB \perp OD$ B. $\angle BOC = \angle AOB$
C. $OE = OF$ D. $\angle BOC + \angle AOD = 180^\circ$

10. 已知二次函数 $y = x^2 - 2ax + a$ ($a \neq 0$) 的图象经过 $A\left(\frac{a}{2}, y_1\right)$, $B(3a, y_2)$ 两点，则下列判断正确的是

()

A. 可以找到一个实数 a ，使得 $y_1 > a$

B. 无论实数 a 取什么值，都有 $y_1 > a$

C. 可以找到一个实数 a ，使得 $y_2 < 0$

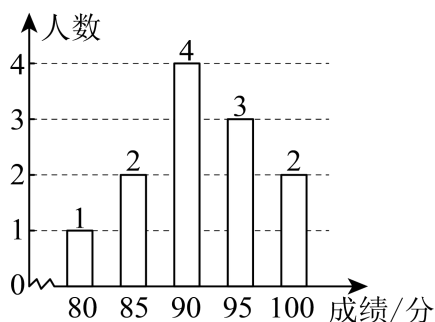
D. 无论实数 a 取什么值，都有 $y_2 < 0$

二、填空题：本题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分.

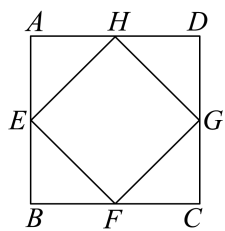
11. 因式分解： $x^2+x=$ _____.

12. 不等式 $3x-2 < 1$ 的解集是_____.

13. 学校为了解学生的安全防范意识，随机抽取了 12 名学生进行相关知识测试，将测试成绩整理得到如图所示的条形统计图，则这 12 名学生测试成绩的中位数是_____。（单位：分）

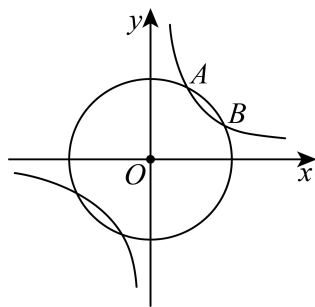


14. 如图，正方形 $ABCD$ 的面积为 4，点 E ， F ， G ， H 分别为边 AB ， BC ， CD ， AD 的中点，则四边形 $EFGH$ 的面积为_____.



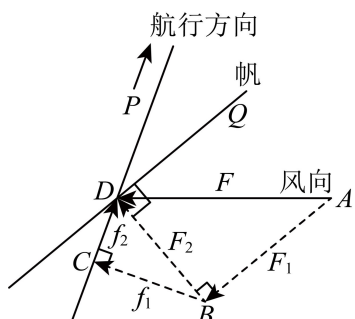
15. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象与 $\odot O$ 交于 A, B 两点，且点 A, B 都在第一象限.

若 $A(1, 2)$ ，则点 B 的坐标为_____.



16. 无动力帆船是借助风力前行的. 下图是帆船借助风力航行的平面示意图，已知帆船航行方向与风向所在直线的夹角 $\angle PDA$ 为 70° ，帆与航行方向的夹角 $\angle PDQ$ 为 30° ，风对帆的作用力 F 为 400N . 根据物理

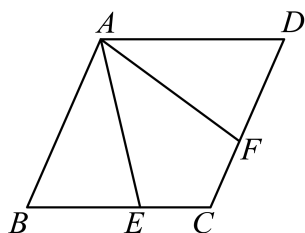
知识, F 可以分解为两个力 F_1 与 F_2 , 其中与帆平行的力 F_1 不起作用, 与帆垂直的力 F_2 可以分解为两个力 f_1 与 f_2 , f_1 与航行方向垂直, 被舵的阻力抵消; f_2 与航行方向一致, 是真正推动帆船前行的动力. 在物理学上常用线段的长度表示力的大小, 据此, 建立数学模型: $F = AD = 400$, 则 $f_2 = CD =$ _____. (单位: N) (参考数据: $\sin 40^\circ = 0.64, \cos 40^\circ = 0.77$)



三、解答题: 本题共 9 小题, 共 86 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. 计算: $(-1)^0 + |-5| - \sqrt{4}$.

18. 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, 点 E 、 F 分别在 BC 、 CD 边上, $\angle AEB = \angle AFD$, 求证: $BE = DF$.



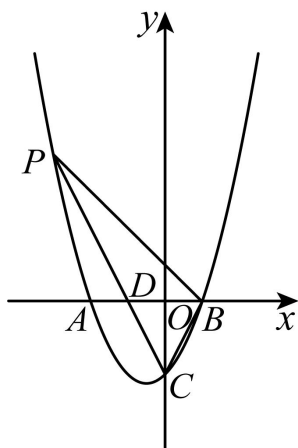
19. 解方程: $\frac{3}{x+2} + 1 = \frac{x}{x-2}$.

20. 已知 A、B 两地都只有甲、乙两类普通高中学校. 在一次普通高中学业水平考试中, A 地甲类学校有考生 3000 人, 数学平均分为 90 分; 乙类学校有考生 2000 人, 数学平均分为 80 分.

(1) 求 A 地考生的数学平均分;

(2) 若 B 地甲类学校数学平均分为 94 分, 乙类学校数学平均分为 82 分, 据此, 能否判断 B 地考生数学平均分一定比 A 地考生数学平均分高? 若能, 请给予证明; 若不能, 请举例说明.

21. 如图, 已知二次函数 $y = x^2 + bx + c$ 的图象与 x 轴交于 A, B 两点, 与 y 轴交于点 C , 其中 $A(-2, 0), C(0, -2)$.



(1) 求二次函数的表达式;

(2) 若 P 是二次函数图象上的一点, 且点 P 在第二象限, 线段 PC 交 x 轴于点 D , $\triangle PDB$ 的面积是 $\triangle CDB$ 的面积 2 倍, 求点 P 的坐标.

22. 如图, 已知直线 $l_1 \parallel l_2$.



(1) 在 l_1, l_2 所在的平面内求作直线 l , 使得 $l \parallel l_1 \parallel l_2$, 且 l 与 l_1 间的距离恰好等于 l 与 l_2 间的距离; (要求: 尺规作图, 不写作法, 保留作图痕迹)

(2) 在 (1) 的条件下, 若 l_1 与 l_2 间的距离为 2, 点 A, B, C 分别在 l, l_1, l_2 上, 且 $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

23. 已知实数 a, b, c, m, n 满足 $3m + n = \frac{b}{a}, mn = \frac{c}{a}$.

(1) 求证: $b^2 - 12ac$ 为非负数;

(2) 若 a, b, c 均为奇数, m, n 是否可以都为整数? 说明你的理由.

24. 在手工制作课上, 老师提供了如图 1 所示的矩形卡纸 $ABCD$, 要求大家利用它制作一个底面为正方形的礼品盒. 小明按照图 2 的方式裁剪 (其中 $AE = FB$), 恰好得到纸盒的展开图, 并利用该展开图折成一个礼品盒, 如图 3 所示.

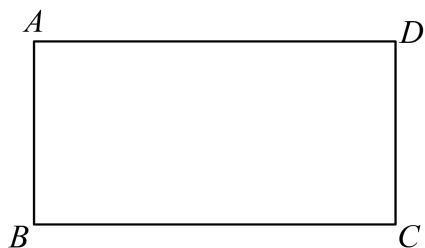


图 1

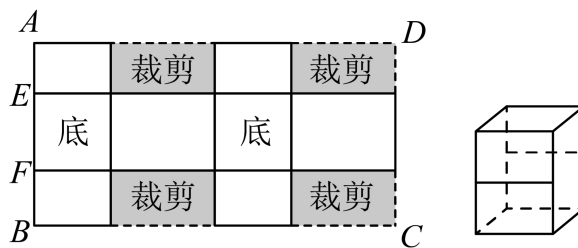


图 2

图 3

(1) 直接写出 $\frac{AD}{AB}$ 的值;

(2) 如果要求折成的礼品盒的两个相对的面上分别印有“吉祥”和“如意”，如图 4 所示，那么应选择的纸盒展开图图样是 ()

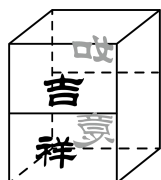
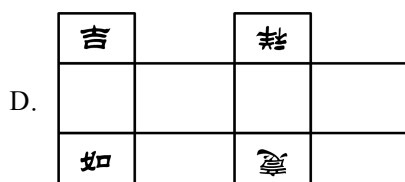
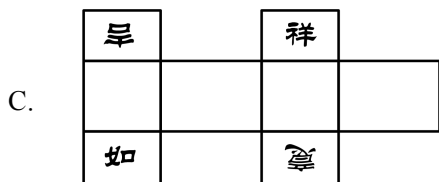
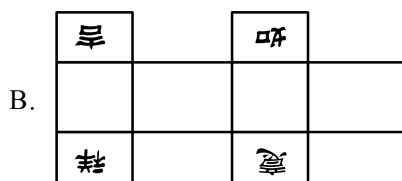


图 4



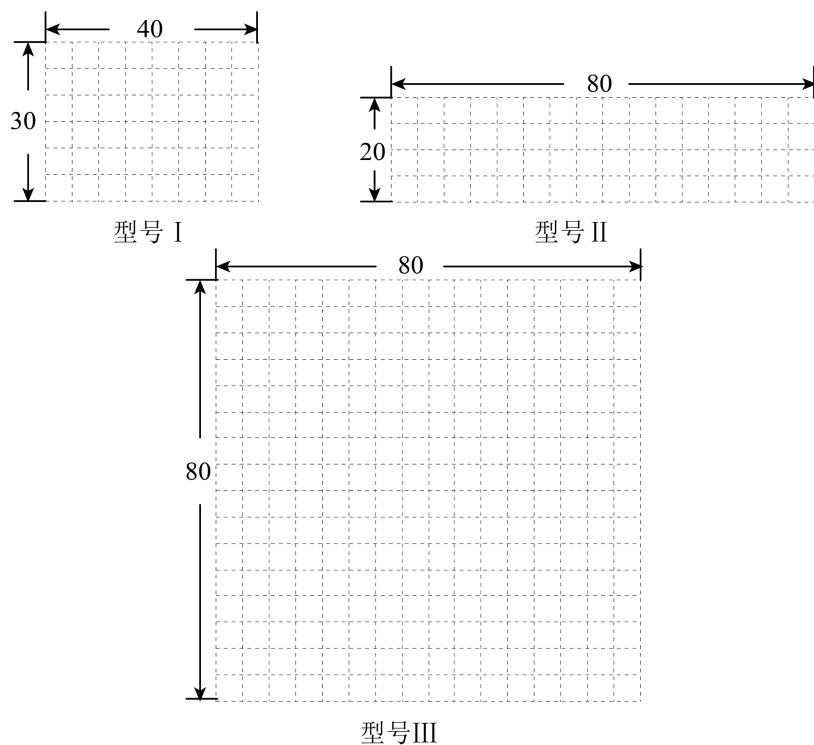
(3)

卡纸型号	型号 I	型号 II	型号 III
规格 (单位: cm)	30×40	20×80	80×80
单价 (单位: 元)	3	5	20

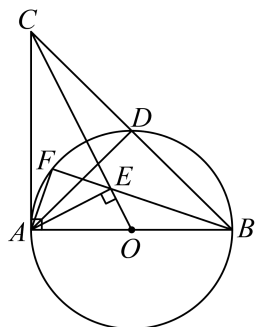
现以小明设计的纸盒展开图 (图 2) 为基本样式, 适当调整 AE , EF 的比例, 制作棱长为10cm的正方体礼品盒, 如果要制作 27 个这样的礼品盒, 请你合理选择上述卡纸 (包括卡纸的型号及相应型号卡纸的张数), 并在卡纸上画出设计示意图 (包括一张卡纸可制作几个礼品盒, 其展开图在卡纸上的分布情况), 给出所用卡纸的总费用.

(要求: ①同一型号的卡纸如果需要不止一张, 只要在一张卡纸上画出设计方案; ②没有用到的卡纸, 不

要在该型号的卡纸上作任何设计；③所用卡纸的数量及总费用直接填在答题卡的表格上；④本题将综合考虑“利用卡纸的合理性”和“所用卡纸的总费用”给分，总费用最低的才能得满分；⑤试卷上的卡纸仅供作草稿用)



25. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AB = AC$ ，以 AB 为直径的 $\odot O$ 交 BC 于点 D ， $AE \perp OC$ ，垂足为 E ， BE 的延长线交 $\widehat{AD}$ 于点 F 。



- (1) 求 $\frac{OE}{AE}$ 的值；
- (2) 求证： $\triangle AEB \sim \triangle BEC$ ；
- (3) 求证： AD 与 EF 互相平分.