

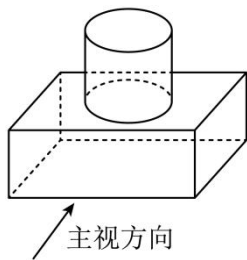
## 数学试题

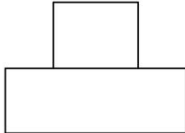
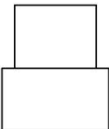
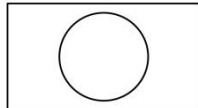
一、选择题：本题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合要求的．

1. 下列实数中，最大的数是（ ）

- A. -1                      B. 0                      C. 1                      D. 2

2. 下图是由一个长方体和一个圆柱组成的几何体，它的俯视图是（ ）



- A.                       B. 
- C.                       D. 

3. 若某三角形的三边长分别为 3，4， $m$ ，则  $m$  的值可以是（ ）

- A. 1                      B. 5                      C. 7                      D. 9

4. 党的二十大报告指出，我国建成世界上规模最大的教育体系、社会保障体系、医疗卫生体系，教育普及水平实现历史性跨越，基本养老保险覆盖十亿四千万人，基本医疗保险参保率稳定在百分之九十五、将数据 1040000000 用科学记数法表示为（ ）

- A.  $104 \times 10^7$                       B.  $10.4 \times 10^8$                       C.  $1.04 \times 10^9$                       D.  $0.104 \times 10^{10}$

5. 下列计算正确的是（ ）

- A.  $(a^2)^3 = a^6$                       B.  $a^6 \div a^2 = a^3$                       C.  $a^3 \cdot a^4 = a^{12}$                       D.  $a^2 - a = a$

6. 根据福建省统计局数据，福建省 2020 年的地区生产总值为 43903.89 亿元，2022 年的地区生产总值为 53109.85 亿元．设这两年福建省地区生产总值的年平均增长率为  $x$ ，根据题意可列方程（ ）

- A.  $43903.89(1+x) = 53109.85$                       B.  $43903.89(1+x)^2 = 53109.85$
- C.  $43903.89x^2 = 53109.85$                       D.  $43903.89(1+x^2) = 53109.85$

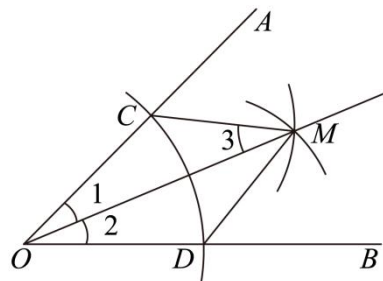
7. 阅读以下作图步骤：

①在  $OA$  和  $OB$  上分别截取  $OC, OD$ ，使  $OC = OD$ ；

②分别以  $C, D$  为圆心，以大于  $\frac{1}{2}CD$  的长为半径作弧，两弧在  $\angle AOB$  内交于点  $M$ ；

③作射线  $OM$ ，连接  $CM, DM$ ，如图所示.

根据以上作图，一定可以推得的结论是（ ）



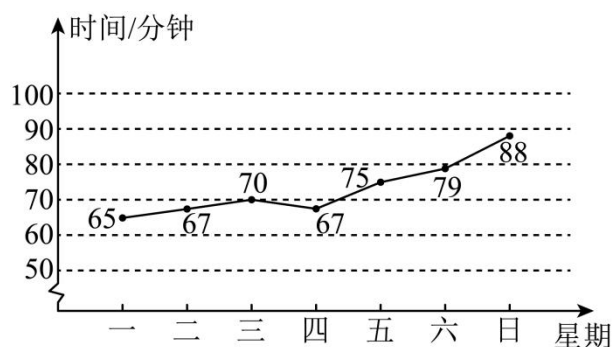
A.  $\angle 1 = \angle 2$  且  $CM = DM$

B.  $\angle 1 = \angle 3$  且  $CM = DM$

C.  $\angle 1 = \angle 2$  且  $OD = DM$

D.  $\angle 2 = \angle 3$  且  $OD = DM$

8. 为贯彻落实教育部办公厅关于“保障学生每天校内、校外各 1 小时体育活动时间”的要求，学校要求学生每天坚持体育锻炼. 小亮记录了自己一周内每天校外锻炼的时间（单位：分钟），并制作了如图所示的统计图.



根据统计图，下列关于小亮该周每天校外锻炼时间的描述，正确的是（ ）

A. 平均数为 70 分钟

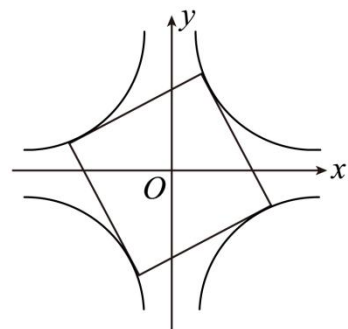
B. 众数为 67 分钟

C. 中位数为 67 分钟

D. 方差为 0

9. 如图，正方形四个顶点分别位于两个反比例函数  $y = \frac{3}{x}$  和  $y = \frac{n}{x}$  的图象的四个分支上，则实数  $n$  的值为

（ ）



- A.  $-3$                       B.  $-\frac{1}{3}$                       C.  $\frac{1}{3}$                       D.  $3$

10. 我国魏晋时期数学家刘徽在《九章算术注》中提到了著名的“割圆术”，即利用圆的内接正多边形逼近圆的方法来近似估算，指出“割之弥细，所失弥少。割之又割，以至于不可割，则与圆周合体，而无所失矣”。“割圆术”孕育了微积分思想，他用这种思想得到了圆周率 $\pi$ 的近似值为3.1416。如图， $\odot O$ 的半径为1，运用“割圆术”，以圆内接正六边形面积近似估计 $\odot O$ 的面积，可得 $\pi$ 的估计值为 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ ，若用圆内接正十二边形作近似估计，可得 $\pi$ 的估计值为（     ）

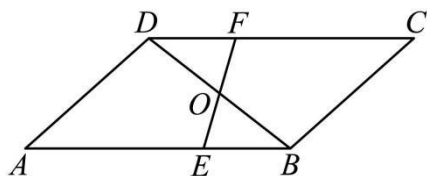


- A.  $\sqrt{3}$                       B.  $2\sqrt{2}$                       C.  $3$                       D.  $2\sqrt{3}$

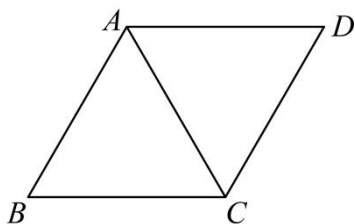
## 二、填空题：本题共6小题，每小题4分，共24分。

11. 某仓库记账员为方便记账，将进货10件记作+10，那么出货5件应记作\_\_\_\_\_。

12. 如图，在  $ABCD$  中， $O$  为  $BD$  的中点， $EF$  过点  $O$  且分别交  $AB, CD$  于点  $E, F$ 。若  $AE = 10$ ，则  $CF$  的长为\_\_\_\_\_。



13. 如图，在菱形  $ABCD$  中， $AB = 10$ ， $\angle B = 60^\circ$ ，则  $AC$  的长为\_\_\_\_\_。



14. 某公司欲招聘一名职员。对甲、乙、丙三名应聘者进行了综合知识、工作经验、语言表达等三方面的测试，他们的各项成绩如下表所示：

| 项目  | 综合知识 | 工作经验 | 语言表达 |
|-----|------|------|------|
| 应聘者 |      |      |      |

|   |    |    |    |
|---|----|----|----|
| 甲 | 75 | 80 | 80 |
| 乙 | 85 | 80 | 70 |
| 丙 | 70 | 78 | 70 |

如果将每位应聘者的综合知识、工作经验、语言表达的成绩按 5:2:3 的比例计算其总成绩，并录用总成绩最高的应聘者，则被录用的是\_\_\_\_\_.

15. 已知  $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} = 1$ ，且  $a \neq -b$ ，则  $\frac{ab-a}{a+b}$  的值为\_\_\_\_\_.

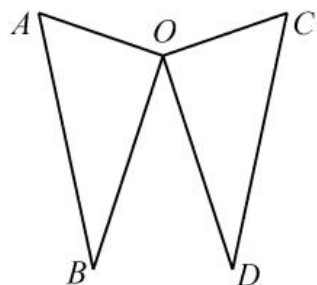
16. 已知抛物线  $y = ax^2 - 2ax + b (a > 0)$  经过  $A(2n+3, y_1), B(n-1, y_2)$  两点，若  $A, B$  分别位于抛物线对称轴的两侧，且  $y_1 < y_2$ ，则  $n$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

**三、解答题：本题共 9 小题，共 86 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。**

17. 计算： $\sqrt{9} - 2^0 + |-1|$ .

18. 解不等式组：
$$\begin{cases} 2x+1 < 3, \textcircled{1} \\ \frac{x}{2} + \frac{1-3x}{4} \leq 1. \textcircled{2} \end{cases}$$

19. 如图， $OA = OC, OB = OD, \angle AOD = \angle COB$ . 求证： $AB = CD$ .



20. 先化简，再求值： $\left(1 - \frac{x+1}{x}\right) \div \frac{x^2-1}{x^2-x}$ ，其中  $x = \sqrt{2} - 1$ .

21. 如图，已知  $\triangle ABC$  内接于  $\odot O$ ， $CO$  的延长线交  $AB$  于点  $D$ ，交  $\odot O$  于点  $E$ ，交  $\odot O$  的切线  $AF$  于点  $F$ ，且  $AF \parallel BC$ .



由测量知,  $AC = a$ ,  $BC = b$ ,  $CM = \frac{a}{3}$ ,  $CN = \frac{b}{3}$ ,

$\therefore \frac{CM}{CA} = \frac{CN}{CB} = \frac{1}{3}$ , 又  $\because$  ①\_\_\_\_\_,

$\therefore \triangle CMN \sim \triangle CAB$ ,  $\therefore \frac{MN}{AB} = \frac{1}{3}$ .

又  $\because MN = c$ ,  $\therefore AB =$  ②\_\_\_\_\_ (m).

故小水池的最大宽度为\_\_\_\_\_ m.

(1) 补全小明求解过程中①②所缺的内容;

(2) 小明求得  $AB$  用到的几何知识是\_\_\_\_\_;

(3) 小明仅利用皮尺, 通过 5 次测量, 求得  $AB$ . 请你同时利用皮尺和测角仪, 通过测量长度、角度等几何量, 并利用解直角三角形的知识求小水池的最大宽度  $AB$ , 写出你的测量及求解过程. 要求: 测量得到的长度用字母  $a$ ,  $b$ ,  $c$  表示, 角度用  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  表示; 测量次数不超过 4 次 (测量的几何量能求出  $AB$ , 且测量的次数最少, 才能得满分).

24. 已知抛物线  $y = ax^2 + bx + 3$  交  $x$  轴于  $A(1, 0)$ ,  $B(3, 0)$  两点,  $M$  为抛物线的顶点,  $C, D$  为抛物线上不与  $A, B$  重合的相异两点, 记  $AB$  中点为  $E$ , 直线  $AD, BC$  的交点为  $P$ .

(1) 求抛物线的函数表达式;

(2) 若  $C(4, 3)$ ,  $D\left(m, -\frac{3}{4}\right)$ , 且  $m < 2$ , 求证:  $C, D, E$  三点共线;

(3) 小明研究发现: 无论  $C, D$  在抛物线上如何运动, 只要  $C, D, E$  三点共线,  $\triangle AMP, \triangle MEP, \triangle ABP$  中必存在面积为定值的三角形. 请直接写出其中面积为定值的三角形及其面积, 不必说明理由.

25. 如图 1, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle BAC = 90^\circ$ ,  $AB = AC$ ,  $D$  是  $AB$  边上不与  $A, B$  重合的一个定点.  $AO \perp BC$  于点  $O$ , 交  $CD$  于点  $E$ .  $DF$  是由线段  $DC$  绕点  $D$  顺时针旋转  $90^\circ$  得到的,  $FD, CA$  的延长线相交于点  $M$ .

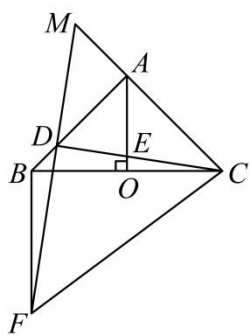


图1

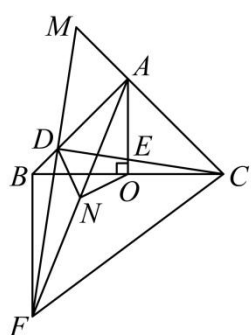


图2

- (1) 求证:  $\triangle ADE \sim \triangle FMC$ ;
- (2) 求  $\angle ABF$  的度数;
- (3) 若  $N$  是  $AF$  的中点, 如图 2. 求证:  $ND = NO$ .

