

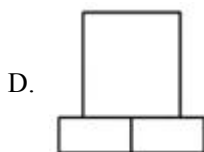
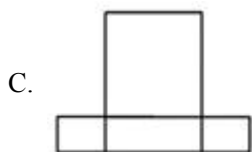
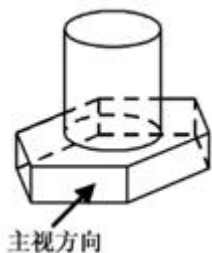
2021 年福建省中考数学试卷

一、选择题：本题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合要求的．

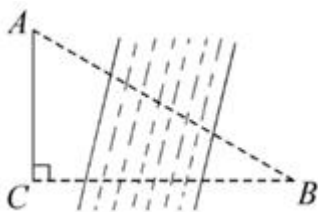
1. 在实数 $\sqrt{2}$ ， $\frac{1}{2}$ ，0， -1 中，最小的数是（ ）

- A. -1 B. 0 C. $\frac{1}{2}$ D. $\sqrt{2}$

2. 如图所示的六角螺栓，其俯视图是（ ）



3. 如图，某研究性学习小组为测量学校 A 与河对岸工厂 B 之间的距离，在学校附近选一点 C ，利用测量仪器测得 $\angle A = 60^\circ$ ， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 2\text{km}$ ．据此，可求得学校与工厂之间的距离 AB 等于（ ）



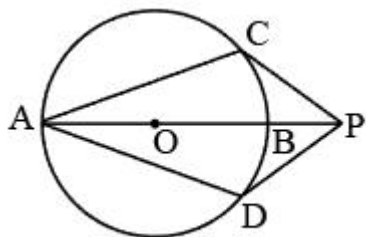
- A. 2km B. 3km C. $2\sqrt{3}\text{km}$ D. 4km

4. 下列运算正确的是（ ）

- A. $2a - a = 2$ B. $(a-1)^2 = a^2 - 1$ C. $a^6 \div a^3 = a^2$ D. $(2a^3)^2 = 4a^6$

5. 某校为推荐一项作品参加“科技创新”比赛，对甲、乙、丙、丁四项候选作品进行量化评分，具体成绩（百分制）如表：

9. 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, 点 P 在 AB 的延长线上, PC, PD 与 $\odot O$ 相切, 切点分别为 C, D . 若 $AB = 6, PC = 4$, 则 $\sin \angle CAD$ 等于 ()



- A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{4}{5}$

10. 二次函数 $y = ax^2 - 2ax + c$ ($a > 0$) 的图象过 $A(-3, y_1), B(-1, y_2), C(2, y_3), D(4, y_4)$ 四个点, 下列说法一定正确的是 ()

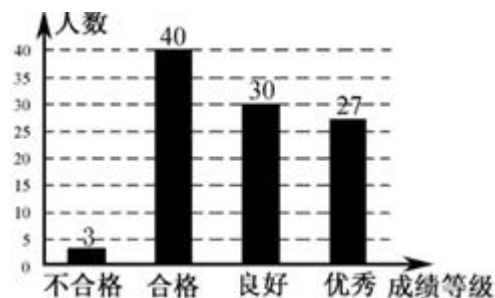
- A. 若 $y_1 y_2 > 0$, 则 $y_3 y_4 > 0$ B. 若 $y_1 y_4 > 0$, 则 $y_2 y_3 > 0$
C. 若 $y_2 y_4 < 0$, 则 $y_1 y_3 < 0$ D. 若 $y_3 y_4 < 0$, 则 $y_1 y_2 < 0$

二、填空题: 本题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分.

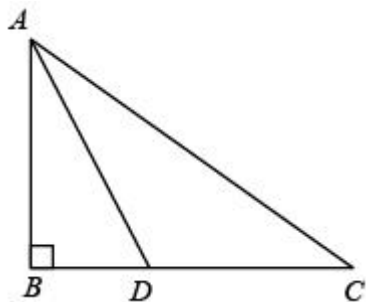
11. 若反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象过点 $(1, 1)$, 则 k 的值等于_____.

12. 写出一个无理数 x , 使得 $1 < x < 4$, 则 x 可以是_____ (只要写出一个满足条件的 x 即可)

13. 某校共有 1000 名学生. 为了解学生的中长跑成绩分布情况, 随机抽取 100 名学生的中长跑成绩, 画出条形统计图, 如图. 根据所学的统计知识可估计该校中长跑成绩优秀的学生人数是_____.



14. 如图, AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线. 若 $\angle B = 90^\circ, BD = \sqrt{3}$, 则点 D 到 AC 的距离是_____.



15. 已知非零实数 x, y 满足 $y = \frac{x}{x+1}$, 则 $\frac{x-y+3xy}{xy}$ 的值等于_____.

16. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 4, AD = 5$, 点 E, F 分别是边 AB, BC 上的动点, 点 E 不与 A, B 重合, 且 $EF = AB$, G 是五边形 $AEFCD$ 内满足 $GE = GF$ 且 $\angle EGF = 90^\circ$ 的点. 现给出以下结论:

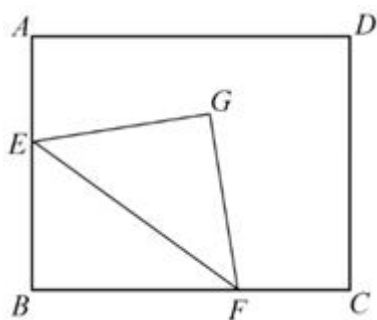
① $\angle GEB$ 与 $\angle GFB$ 一定互补;

② 点 G 到边 AB, BC 的距离一定相等;

③ 点 G 到边 AD, DC 的距离可能相等;

④ 点 G 到边 AB 的距离的最大值为 $2\sqrt{2}$.

其中正确的是_____. (写出所有正确结论的序号)

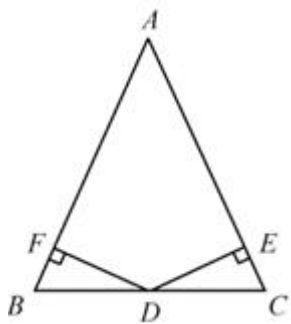


三、解答题: 本题共 9 小题, 共 86 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. 计算: $\sqrt{12} + |\sqrt{3} - 3| - \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$.

18. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 是边 BC 上的点, $DE \perp AC, DF \perp AB$, 垂足分别为 E, F , 且

$DE = DF, CE = BF$. 求证: $\angle B = \angle C$.



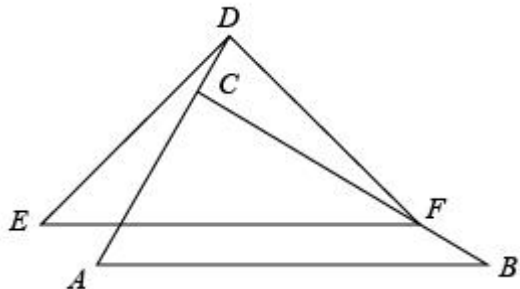
19. 解不等式组:
$$\begin{cases} x \geq 3 - 2x \text{①} \\ \frac{x-1}{2} - \frac{x-3}{6} < 1 \text{②} \end{cases}$$

20. 某公司经营某种农产品, 零售一箱该农产品的利润是 70 元, 批发一箱该农产品的利润是 40 元.

(1) 已知该公司某月卖出 100 箱这种农产品共获利润 4600 元, 问: 该公司当月零售、批发这种农产品的箱数分别是多少?

(2) 经营性质规定, 该公司零售的数量不能多于总数量的 30%. 现该公司要经营 1000 箱这种农产品, 问: 应如何规划零售和批发的数量, 才能使总利润最大? 最大总利润是多少?

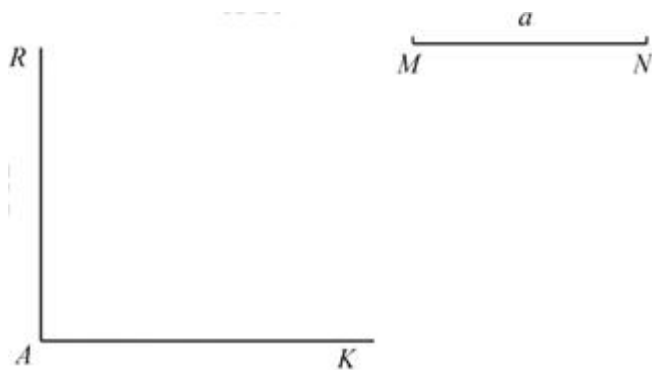
21. 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$. 线段 EF 是由线段 AB 平移得到的, 点 F 在边 BC 上, $\triangle EFD$ 是以 EF 为斜边的等腰直角三角形, 且点 D 恰好在 AC 的延长线上.



(1) 求证: $\angle ADE = \angle DFC$;

(2) 求证: $CD = BF$.

22. 如图, 已知线段 $MN = a$, $AR \perp AK$, 垂足为 A .



(1) 求作四边形 $ABCD$ ，使得点 B, D 分别在射线 AK, AR 上，且 $AB = BC = a$ ， $\angle ABC = 60^\circ$ ， $CD \parallel AB$ ；
(要求：尺规作图，不写作法，保留作图痕迹)

(2) 设 P, Q 分别为 (1) 中四边形 $ABCD$ 的边 AB, CD 的中点，求证：直线 AD, BC, PQ 相交于同一点.

23. “田忌赛马”的故事闪烁着我国古代先贤的智慧光芒. 该故事的大意是：齐王有上、中、下三匹马

A_1, B_1, C_1 ，田忌也有上、中、下三匹马 A_2, B_2, C_2 ，且这六匹马在比赛中的胜负可用不等式表示如下：

$A_1 > A_2 > B_1 > B_2 > C_1 > C_2$ (注： $A > B$ 表示 A 马与 B 马比赛， A 马获胜). 一天，齐王找田忌赛马，约

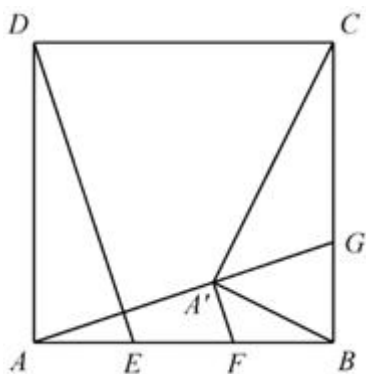
定：每匹马都出场比赛一局，共赛三局，胜两局者获得整场比赛的胜利. 面对劣势，田忌事先了解到齐王三局比赛的“出马”顺序为上马、中马、下马，并采用孙臧的策略：分别用下马、上马、中马与齐王的上马、中马、下马比赛，即借助对阵 $(C_2 A_1, A_2 B_1, B_2 C_1)$ 获得了整场比赛的胜利，创造了以弱胜强的经典案例.

假设齐王事先不打探田忌的“出马”情况，试回答以下问题：

(1) 如果田忌事先只打探到齐王首局将出“上马”，他首局应出哪种马才可能获得整场比赛的胜利？并求其获胜的概率；

(2) 如果田忌事先无法打探到齐王各局的“出马”情况，他是否必败无疑？若是，请说明理由；若不是，请列出田忌获得整场比赛胜利的所有对阵情况，并求其获胜的概率.

24. 如图，在正方形 $ABCD$ 中， E, F 为边 AB 上的两个三等分点，点 A 关于 DE 的对称点为 A' ， AA' 的延长线交 BC 于点 G .



(1) 求证： $DE \parallel A'F$ ；

(2) 求 $\angle GA'B$ 的大小；

(3) 求证： $A'C = 2A'B$.

25. 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与 x 轴只有一个公共点.

(1) 若抛物线过点 $P(0, 1)$ ，求 $a + b$ 的最小值；

(2) 已知点 $P_1(-2,1), P_2(2,-1), P_3(2,1)$ 中恰有两点在抛物线上.

①求抛物线的解析式;

②设直线 $l: y = kx + 1$ 与抛物线交于 M, N 两点, 点 A 在直线 $y = -1$ 上, 且 $\angle MAN = 90^\circ$, 过点 A 且与 x 轴垂直的直线分别交抛物线于点 B, C . 求证: $\triangle MAB$ 与 $\triangle MBC$ 的面积相等.

