

平凉市 2025 年初中学业水平考试

数学试卷

考生注意：本试卷满分为 150 分，考试时间为 120 分钟所有试题均在答题卡上作答，否则无效.

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分，每小题只有一个正确选项.

1. 计算 $-2+5=$ ()

- A. -10 B. -7 C. -3 D. 3

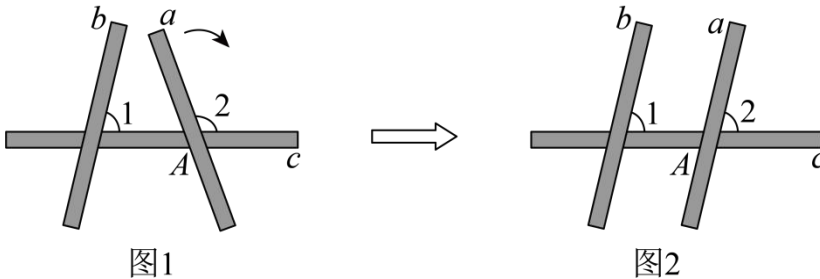
2. 根据国家统计局的数据，2024 年中国生产芯片约 451420000000 颗，彰显了中国芯片产业的强大实力数据 451420000000 用科学记数法可以表示为 ()

- A. 4.5142×10^9 B. 4.5142×10^{10} C. 4.5142×10^{11} D. 4.5142×10^{12}

3. 下列计算正确的是 ()

- A. $2a^2 + 3a^2 = 6a^2$ B. $a^6 \div a^2 = a^3$ C. $(a^2)^3 = a^5$ D. $(3a)^2 = 9a^2$

4. 如图 1，三根木条 a, b, c 相交成 $\angle 1 = 80^\circ$ ， $\angle 2 = 110^\circ$ ，固定木条 b, c ，将木条 a 绕点 A 顺时针转动至如图 2 所示，使木条 a 与木条 b 平行，则可将木条 a 旋转 ()

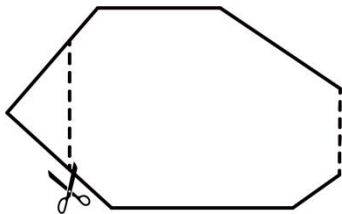


- A. 30° B. 40° C. 60° D. 80°

5. 关于 x 的一元二次方程 $3x^2 - 6x + m = 0$ 有两个实数根，则 m 的取值范围是 ()

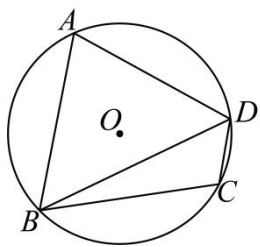
- A. $m < 3$ B. $m \leq 3$ C. $m > 3$ D. $m \geq 3$

6. 如图，一个多边形纸片的内角和为 1620° ，按图示的剪法剪去一个内角后，所得新多边形的边数为 ()



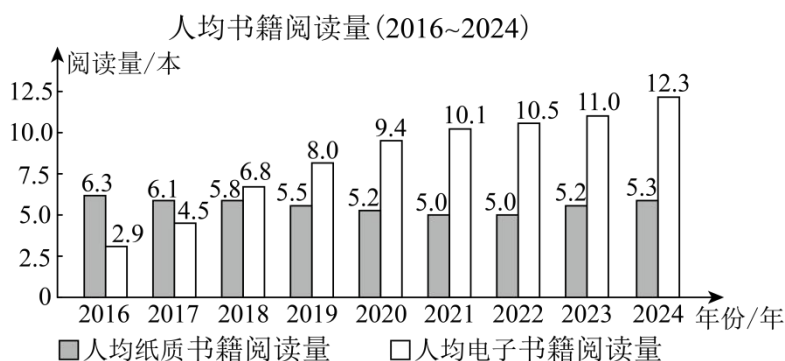
- A. 12 B. 11 C. 10 D. 9

7. 如图，四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$ ， $AB = BC$ ，连接 BD ，若 $\angle ABC = 70^\circ$ ，则 $\angle BDC$ 的度数为 ()



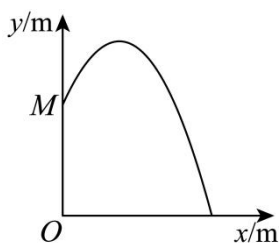
- A. 20° B. 35° C. 55° D. 70°

8. 习近平总书记致首届全民阅读大会举办的贺信指出：阅读是人类获取知识、启智增慧、培养道德的重要途径，可以让人得到思想启发，树立崇高理想，涵养浩然之气。中华民族自古提倡阅读，讲究格物致知、诚意正心，传承中华民族生生不息的精神，塑造中国人民自信自强的品格。如图是某网站连续多年对其用户书籍阅读量的统计图，下列结论错误的是（ ）



- A. 2022 年，人均纸质书籍阅读量为 5 本
 B. 2023 年，人均电子书籍阅读量为 11 本
 C. 2024 年，人均电子书籍阅读量是人均纸质书籍阅读量的 3 倍
 D. 2016 年至 2024 年，人均电子书籍阅读量逐年上升

9. 如图，一个圆形喷水池的中央竖直安装了一个柱形喷水装置 OM ，喷头 M 向外喷水，水流在各个方向上沿形状相同的抛物线路径落下，按如图所示的直角坐标系，水流喷出的高度 y (m) 与水平距离 x (m) 之间的关系式是 $y = -x^2 + 2x + \frac{7}{4}$ ($x > 0$)，则水流喷出的最大高度是（ ）



- A. 3m B. 2.75m C. 2m D. 1.75m

10. 如图 1，在等腰直角三角形 ABC 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ，点 D 为边 AB 的中点；动点 P 从点 A 出发，沿边 $AC \rightarrow CB$ 方向匀速运动，运动到点 B 时停止。设点 P 的运动路程为 x ， $\triangle APD$ 的面积为 y ， y 与 x 的函

数图象如图 2 所示，当点 P 运动到 CB 的中点时， PD 的长为（ ）

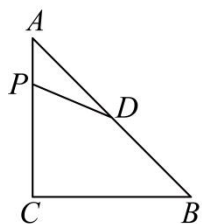


图1

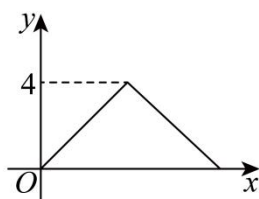


图2

A. 2

B. 2.5

C. $2\sqrt{2}$

D. 4

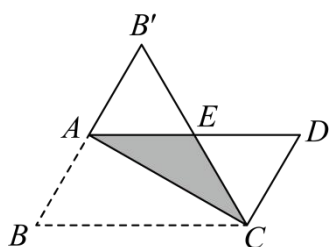
二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分.

11. 因式分解： $x^2 - 6x + 9 =$ _____.

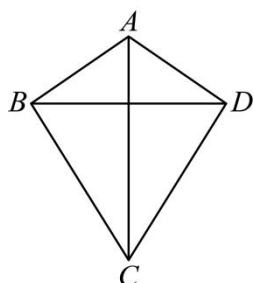
12. 方程 $\frac{2x}{x-1} = 1$ 的解是 $x =$ _____.

13. 已知点 $A(2, y_1)$ ， $B(6, y_2)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象上，如果 $y_1 > y_2$ ，那么 $k =$ _____ (请写出一个符合条件的 k 值).

14. 如图，把平行四边形纸片 $ABCD$ 沿对角线 AC 折叠，点 B 落在点 B' 处， $B'C$ 与 AD 相交于点 E ，此时 $\triangle CDE$ 恰为等边三角形，若 $AB = 6\text{cm}$ ，则 $AD =$ _____ cm .

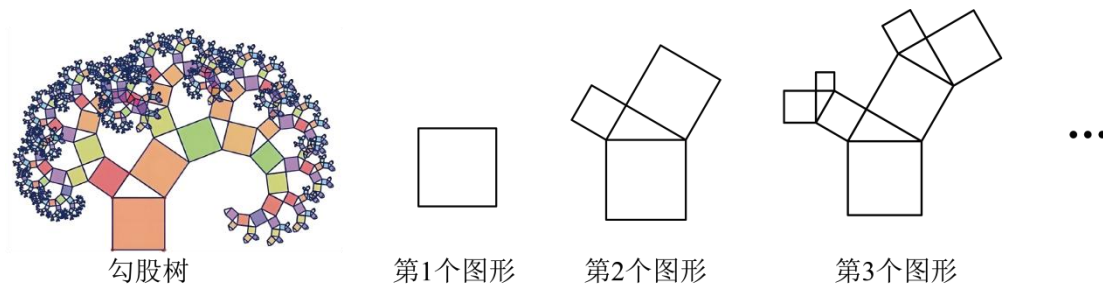


15. “儿童散学归来早，忙趁东风放纸鸢”风筝古称纸鸢，起源于春秋战国时期，风筝制作技艺已被列入国家非物质文化遗产名录为丰富校园生活，某校开展风筝制作活动，小言和哥哥制作了一大一小两个形状相同的风筝，风筝的形状如图所示，其中对角线 $AC \perp BD$ 。已知大、小风筝的对应边之比为 $3:1$ ，如果小风筝两条对角线的长分别为 30cm 和 35cm ，那么大风筝两条对角线长的和为_____ cm .



16. 勾股树是一个可以无限生长的树形图形，它既展示了数学中的精确与秩序，还蕴含了自然界的生长与繁衍之美. 如图是勾股树及它的形成过程，其中第 1 个图形是正方形，第 2 个图形是以这个正方形的边长为斜边在其外部构造一个直角三角形，再以这个直角三角形的两条直角边为边长，分别向外生成两个新的正

方形，重复上述步骤得到第 3 个图形，……，则第 5 个图形中共有_____个正方形.



三、解答题：本大题共 6 小题，共 46 分。解答时，应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

17. 计算： $\sqrt{12} - \sqrt{6} \times \frac{1}{\sqrt{2}}$.

18. 解不等式组：
$$\begin{cases} 2x + 3 \geq -5, \\ x - 2 < \frac{x + 4}{3}. \end{cases}$$

19. 化简： $\frac{1}{x-1} + \frac{x-1}{x+2} \div \frac{(x-1)^2}{x^2-4}$.

20. 如图 1，月洞门是中国古典建筑中的一种圆形门洞，形如满月，故称“月洞门”，其形制可追溯至汉代，但真正在美学与功能上成熟于宋代，北宋建筑学家李诫编撰的《营造法式》是中国古代最完整的建筑技术典籍之一. 如图 2 是古人根据《营造法式》中的“五举法”作出的月洞门的设计图，月洞门呈圆弧形，用 ACB 表示，点 O 是 ACB 所在圆的圆心， AB 是月洞门的横跨， CD 是月洞门的拱高现在我们可以用尺规作图的方法作出月洞门的设计图如图 3，已知月洞门的横跨为 AB ，拱高的长度为 a . 作法如下：

- ①作线段 AB 的垂直平分线 MN ，垂足为 D ；
- ②在射线 DM 上截取 $DC = a$ ；
- ③连接 AC ，作线段 AC 的垂直平分线交 CD 于点 O ；
- ④以点 O 为圆心， OC 的长为半径作 $\widehat{ACB}$.

则 $\widehat{ACB}$ 就是所要作的圆弧.

请你依据以上步骤，用尺规作图的方法在图 3 中作出月洞门的设计图（保留作图痕迹，不写作法）



图 1

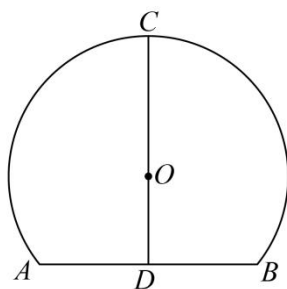


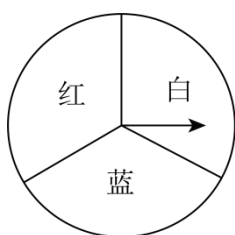
图 2

已知: $\overline{a}$



图 3

21. 如图是一个可以自由转动的转盘, 转盘被等分成 3 个扇形, 分别涂有“红、白、蓝”三种颜色, 转盘指针固定转动转盘, 等转盘停止转动后, 观察指针所落区域的颜色若指针落在区域分界线上, 则重新转动转盘.



(1) 任意转动转盘一次, 指针落在红色区域的概率为_____;

(2) 任意转动转盘两次 (第一次转动转盘, 等转盘停止转动后, 再第二次转动转盘), 用画树状图或列表的方法求指针所落区域颜色不同的概率.

22. 如图 1, 位于嘉峪关的长城第一墩, 又称天下第一墩, 是明代万里长城最西端的一座墩台, 始建于明嘉靖十八年 (1539 年). 该墩台雄踞于讨赖河峡谷的悬崖之上, 扼守丝绸之路咽喉要道, 与嘉峪关关城、悬壁长城共同构成河西走廊的军事防御体系随着岁月的变迁和自然的风化, 长城第一墩的高度在慢慢降低, 为了解长城第一墩的现存高度, 某校同学们开展了“测量长城第一墩高度”的综合实践活动如图 2 是他们测量长城第一墩高度 AB 的示意图, 点 A 为最高点, 点 B, F, D 是地面同一直线上的三个点 (点 D, F 都在保护栅栏外), 在 D, F 处分别用测角仪测得 $\angle ACG = 16.7^\circ$, $\angle AEG = 22^\circ$, 其中 $CD = EF = 1.7\text{m}$ (测角仪的高度), $DF = CE = 5.5\text{m}$, 求长城第一墩的高度 AB (结果精确到 0.1m) (参考数据: $\sin 22^\circ \approx 0.37$, $\cos 22^\circ \approx 0.93$, $\tan 22^\circ \approx 0.40$, $\sin 16.7^\circ \approx 0.29$, $\cos 16.7^\circ \approx 0.96$, $\tan 16.7^\circ \approx 0.30$)



图 1

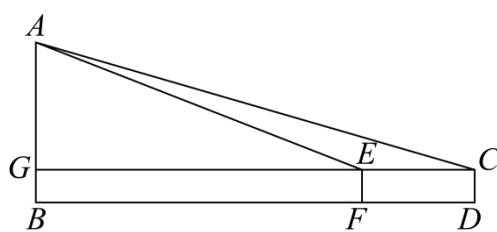


图 2

四、解答题: 本大题共 5 小题, 共 50 分. 解答时, 应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

23. 某校要从甲、乙两位射击队员中挑选一人参加比赛. 在最近 10 次的选拔赛中, 他们的射击成绩 (单位: 环) 信息如下:

信息一: 甲、乙队员的射击成绩

甲: 10, 8, 8, 10, 6, 8, 6, 9, 10, 8

乙: 8, 9, 10, 9, 6, 7, 7, 9, 10, 8

信息二: 甲、乙队员射击成绩的部分统计量

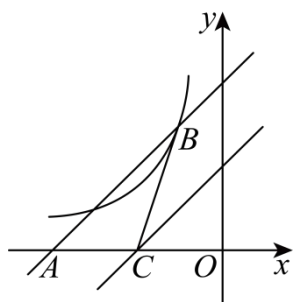
队员	平均数	中位数	众数	方差
甲	8.3	8	n	2.01
乙	8.3	m	9	1.61

根据以上信息, 回答下列问题:

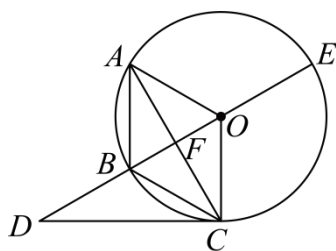
- (1) 写出表中 m, n 的值: $m = \underline{\hspace{2cm}}$, $n = \underline{\hspace{2cm}}$;
- (2) 队员在射击选拔赛中发挥的更稳定 (填 “甲” 或 “乙”);
- (3) 小瑜认为甲、乙两人射击成绩的平均数一样, 推荐哪位队员参赛都可以, 你认为他说的对吗? 请说明理由 (写出一条合理的理由即可)

24. 如图, 一次函数 $y = x + 4$ 的图象交 x 轴于点 A , 交反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0, x < 0)$ 的图象于点 $B(-1, a)$,

将一次函数 $y = x + 4$ 的图象向下平移 $m (m > 0)$ 个单位长度, 所得的图象交 x 轴于点 C .



- (1) 求反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的表达式;
 - (2) 当 $\triangle ABC$ 的面积为 3 时, 求 m 的值.
25. 如图, 四边形 $ABCO$ 的顶点 A, B, C 在 $\odot O$ 上, $\angle BAO = \angle BCO$, 直径 BE 与弦 AC 相交于点 F , 点 D 是 EB 延长线上的一点, $\angle BCD = \frac{1}{2} \angle AOB$.



(1) 求证: CD 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若四边形 $ABCO$ 是平行四边形, $EF = 3$, 求 CD 的长.

26. 四边形 $ABCD$ 是正方形, 点 E 是边 AD 上一动点 (点 D 除外), $\triangle EFG$ 是直角三角形, $EG = EF$, 点 G 在 CD 的延长线上.

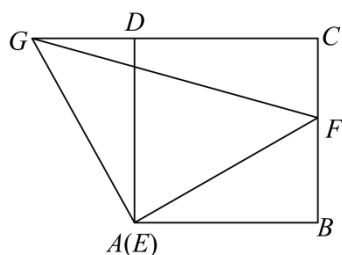


图1

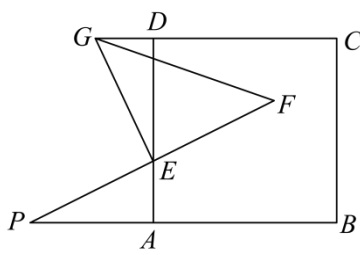


图2

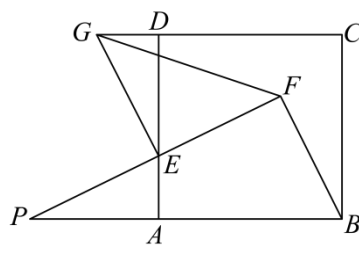


图3

(1) 如图 1, 当点 E 与点 A 重合, 且点 F 在边 BC 上时, 写出 BF 和 DG 的数量关系, 并说明理由;

(2) 如图 2, 当点 E 与点 A 不重合, 且点 F 在正方形 $ABCD$ 内部时, FE 的延长线与 B 的延长线交于点 P , 如果 $EF = EP$, 写出 AE 和 DG 的数量关系, 并说明理由;

(3) 如图 3, 在 (2) 的条件下, 连接 BF , 写出 BF 和 DG 的数量关系, 并说明理由.

27. 如图 1, 抛物线 $y = a\left(x + \frac{5}{2}\right)(x - 4)$ ($a \neq 0$) 分别与 x 轴, y 轴交于 A , $B(0, -4)$ 两点, M 为 OA 的中点.

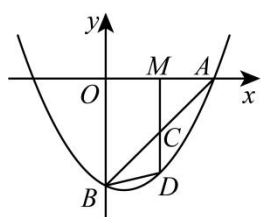


图1

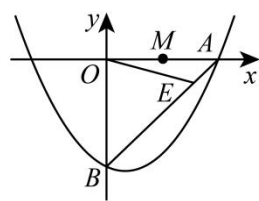


图2

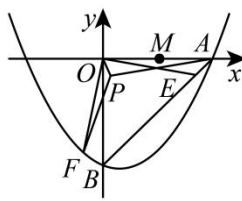


图3

(1) 求抛物线的表达式;

(2) 连接 AB , 过点 M 作 OA 的垂线, 交 AB 于点 C , 交抛物线于点 D , 连接 BD , 求 $\triangle BCD$ 的面积;

(3) 点 E 为线段 AB 上一动点 (点 A 除外), 将线段 OE 绕点 O 顺时针旋转 90° 得到 OF .

①当 $AE = \sqrt{2}$ 时, 请在图 2 中画出线段 OF 后, 求点 F 的坐标, 并判断点 F 是否在抛物线上, 说明理由;

②如图 3, 点 P 是第四象限的一动点, $\angle OPA = 90^\circ$, 连接 PF , 当点 E 运动时, 求 PF 的最小值.

