

数学试卷

考生注意：本试卷满分为 150 分，考试时间为 120 分钟。所有试题均在答题卡上作答，否则无效。

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分，每小题只有一个正确选项。

1. $-2+5 = (\quad)$

- A. -10 B. -7 C. -3 D. 3

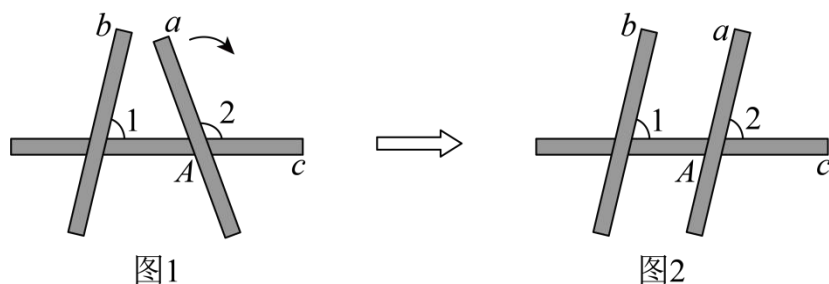
2. 根据国家统计局的数据，2024 年中国生产芯片约 451420000000 颗，彰显了中国芯片产业的强大实力。数据 451420000000 用科学记数法可以表示为 $(\quad)$

- A. 4.5142×10^9 B. 4.5142×10^{10} C. 4.5142×10^{11} D. 4.5142×10^{12}

3. 下列计算正确的是 $(\quad)$

- A. $2a^2 + 3a^2 = 6a^2$ B. $a^6 \div a^2 = a^3$ C. $(a^2)^3 = a^5$ D. $(3a)^2 = 9a^2$

4. 如图 1，三根木条 a , b , c 相交成 $\angle 1 = 80^\circ$, $\angle 2 = 110^\circ$ ，固定木条 b , c ，将木条 a 绕点 A 顺时针转动至如图 2 所示，使木条 a 与木条 b 平行，则可将木条 a 旋转 $(\quad)$

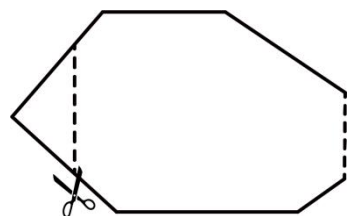


- A. 30° B. 40° C. 60° D. 80°

5. 关于 x 的一元二次方程 $3x^2 - 6x + m = 0$ 有两个实数根，则 m 的取值范围是 $(\quad)$

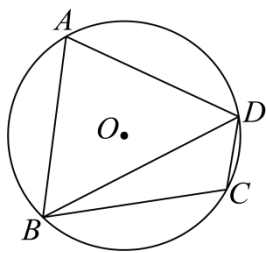
- A. $m < 3$ B. $m \leq 3$ C. $m > 3$ D. $m \geq 3$

6. 如图，一个多边形纸片的内角和为 1620° ，按图示的剪法剪去一个内角后，所得新多边形的边数为 $(\quad)$



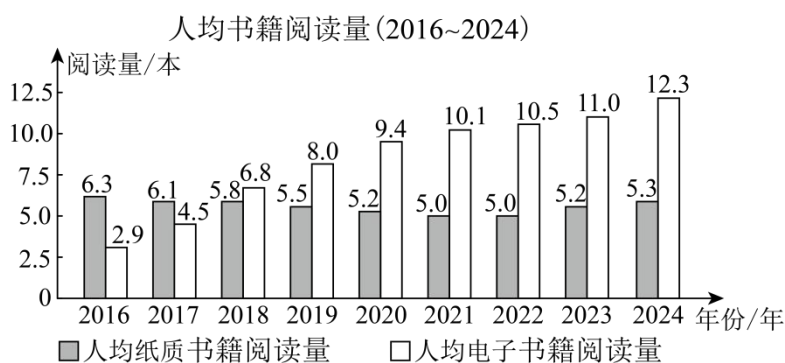
- A. 12 B. 11 C. 10 D. 9

7. 如图，四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$ ， $\widehat{AB} = \widehat{BC}$ ，连接 BD ，若 $\angle ABC = 70^\circ$ ，则 $\angle BDC$ 的度数为 $(\quad)$



- A. 20° B. 35° C. 55° D. 70°

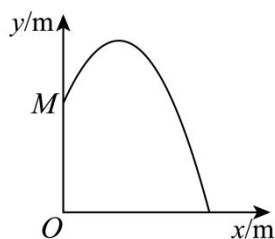
8. 习近平总书记致首届全民阅读大会举办的贺信指出：阅读是人类获取知识、启智增慧、培养道德的重要途径，可以让人得到思想启发，树立崇高理想，涵养浩然之气。中华民族自古提倡阅读，讲究格物致知、诚意正心，传承中华民族生生不息的精神，塑造中国人民自信自强的品格。如图是某网站连续多年对其用户书籍阅读量的统计图，下列结论错误的是（ ）



- A. 2022 年，人均纸质书籍阅读量为 5 本
 B. 2023 年，人均电子书籍阅读量为 11 本
 C. 2024 年，人均电子书籍阅读量是人均纸质书籍阅读量的 3 倍
 D. 2016 年至 2024 年，人均电子书籍阅读量逐年上升

9. 如图，一个圆形喷水池的中央竖直安装了一个柱形喷水装置 OM ，喷头 M 向外喷水，水流在各个方向上沿形状相同的抛物线路径落下，按如图所示的直角坐标系，水流喷出的高度 $y(\text{m})$ 与水平距离 $x(\text{m})$ 之间的

关系式是 $y = -x^2 + 2x + \frac{7}{4} (x > 0)$ ，则水流喷出的最大高度是（ ）



- A. 3m B. 2.75m C. 2m D. 1.75m

10. 如图 1，在等腰直角三角形 ABC 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ，点 D 为边 AB 的中点。动点 P 从点 A 出发，沿边 $AC \rightarrow CB$ 方向匀速运动，运动到点 B 时停止。设点 P 的运动路程为 x ， $\triangle APD$ 的面积为 y ， y 与 x 的函数图象如图 2 所示，当点 P 运动到 CB 的中点时， PD 的长为（ ）

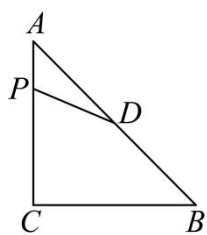


图1

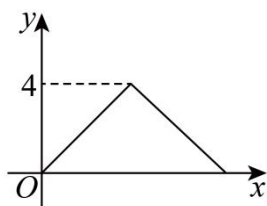


图2

A. 2

B. 2.5

C. $2\sqrt{2}$

D. 4

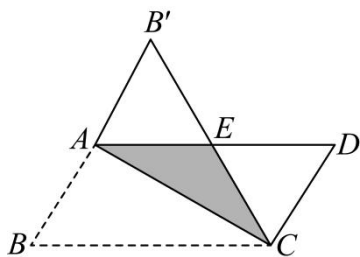
二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分.

11. 因式分解： $x^2 - 6x + 9 = \underline{\hspace{2cm}}$.

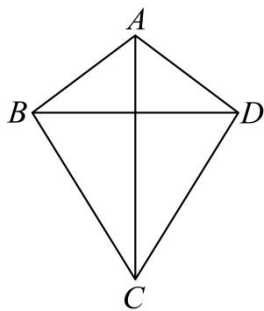
12. 方程 $\frac{2x}{x-1} = 1$ 的解是 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

13. 已知点 $A(2, y_1)$, $B(6, y_2)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象上，如果 $y_1 > y_2$ ，那么 $k = \underline{\hspace{2cm}}$ (请写出一个符合条件的 k 值).

14. 如图，把平行四边形纸片 $ABCD$ 沿对角线 AC 折叠，点 B 落在点 B' 处， $B'C$ 与 AD 相交于点 E ，此时 $\triangle CDE$ 恰为等边三角形. 若 $AB = 6\text{cm}$ ，则 $AD = \underline{\hspace{2cm}} \text{cm}$.

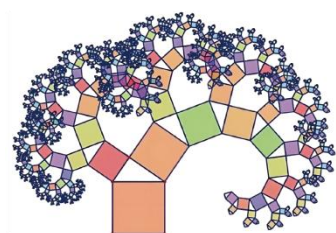


15. “儿童散学归来早，忙趁东风放纸鸢”. 风筝古称纸鸢，起源于春秋战国时期，风筝制作技艺已被列入国家非物质文化遗产名录. 为丰富校园生活，某校开展风筝制作活动，小言和哥哥制作了一大一小两个形状相同的风筝，风筝的形状如图所示，其中对角线 $AC \perp BD$. 已知大、小风筝的对应边之比为 $3:1$ ，如果小风筝两条对角线的长分别为 30cm 和 35cm ，那么大风筝两条对角线长的和为 $\underline{\hspace{2cm}} \text{cm}$.



16. 勾股树是一个可以无限生长的树形图形，它既展示了数学中的精确与秩序，还蕴含了自然界的生长与繁衍之美. 如图是勾股树及它的形成过程，其中第 1 个图形是正方形，第 2 个图形是以这个正方形的边长为

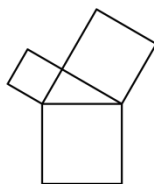
斜边在其外部构造一个直角三角形，再以这个直角三角形的两条直角边为边长，分别向外生成两个新的正方形，重复上述步骤得到第3个图形，……，则第5个图形中共有_____个正方形.



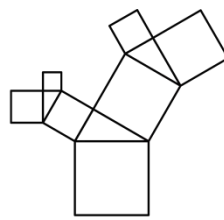
勾股树



第1个图形



第2个图形



第3个图形

...

三、解答题：本大题共6小题，共46分。解答时，应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

17. 计算: $\sqrt{12} - \sqrt{6} \times \frac{1}{\sqrt{2}}$.

18. 解不等式组:
$$\begin{cases} 2x+3 \geq -5 \\ x-2 < \frac{x+4}{3} \end{cases}$$

19. 化简: $\frac{1}{x-1} + \frac{x-1}{x+2} \div \frac{(x-1)^2}{x^2-4}$.

20. 如图1, 月洞门是中国古典建筑中的一种圆形门洞, 形如满月, 故称“月洞门”, 其形制可追溯至汉代, 但真正在美学与功能上成熟于宋代, 北宋建筑学家李诫编撰的《营造法式》是中国古代最完整的建筑技术典籍之一. 如图2是古人根据《营造法式》中的“五举法”作出的月洞门的设计图, 月洞门呈圆弧形, 用 $\widehat{ACB}$ 表示, 点 O 是 $\widehat{ACB}$ 所在圆的圆心, AB 是月洞门的横跨, CD 是月洞门的拱高. 现在我们可以用尺规作图的方法作出月洞门的设计图. 如图3, 已知月洞门的横跨为 AB , 拱高的长度为 a . 作法如下:

- ①作线段 AB 的垂直平分线 MN , 垂足为 D ;
- ②在射线 DM 上截取 $DC = a$;
- ③连接 AC , 作线段 AC 的垂直平分线交 CD 于点 O ;
- ④以点 O 为圆心, OC 的长为半径作 $\widehat{ACB}$.

则 $\widehat{ACB}$ 就是所要作的圆弧.

请你依据以上步骤, 用尺规作图的方法在图3中作出月洞门的设计图 (保留作图痕迹, 不写作法).



图 1

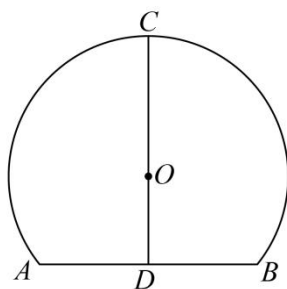


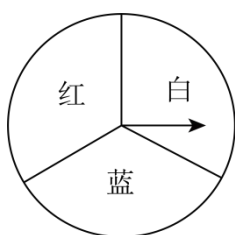
图 2

已知: $\overline{a}$



图 3

21. 如图是一个可以自由转动的转盘, 转盘被等分成 3 个扇形, 分别涂有“红、白、蓝”三种颜色, 转盘指针固定. 转动转盘、等转盘停止转动后, 观察指针所落区域的颜色. 若指针落在区域分界线上, 则重新转动转盘.



(1) 任意转动转盘一次, 指针落在红色区域的概率为_____;

(2) 任意转动转盘两次 (第一次转动转盘, 等转盘停止转动后, 再第二次转动转盘), 用画树状图或列表的方法求指针所落区域颜色不同的概率.

22. 如图 1, 位于嘉峪关的长城第一墩, 又称天下第一墩, 是明代万里长城最西端的一座墩台, 始建于明嘉靖十八年 (1539 年). 该墩台雄踞于讨赖河峡谷的悬崖之上, 扼守丝绸之路咽喉要道, 与嘉峪关长城、悬壁长城共同构成河西走廊的军事防御体系. 随着岁月的变迁和自然的风化, 长城第一墩的高度在慢慢降低. 为了解长城第一墩的现存高度, 某校同学们开展了“测量长城第一墩高度”的综合实践活动. 如图 2 是他们测量长城第一墩高度 AB 的示意图, 点 A 为最高点, 点 B, F, D 是地面同一直线上的三个点 (点 D, F 都在保护栅栏外), 在 D, F 处分别用测角仪测得 $\angle ACG = 16.7^\circ$, $\angle AEG = 22^\circ$, 其中 $CD = EF = 1.7\text{m}$ (测角仪的高度), $DF = CE = 5.5\text{m}$, 求长城第一墩的高度 AB (结果精确到 0.1m). (参考数据:

$\sin 22^\circ \approx 0.37$, $\cos 22^\circ \approx 0.93$, $\tan 22^\circ \approx 0.40$, $\sin 16.7^\circ \approx 0.29$, $\cos 16.7^\circ \approx 0.96$, $\tan 16.7^\circ \approx 0.30$)



图 1

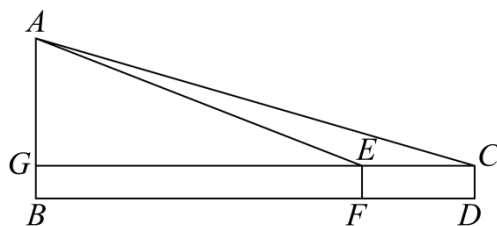


图 2

四、解答题: 本大题共 5 小题, 共 50 分. 解答时, 应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

23. 某校要从甲、乙两位射击队员中挑选一人参加比赛. 在最近 10 次的选拔赛中, 他们的射击成绩 (单位: 环) 信息如下:

信息一: 甲、乙队员的射击成绩

甲: 10, 8, 8, 10, 6, 8, 6, 9, 10, 8

乙: 8, 9, 10, 9, 6, 7, 7, 9, 10, 8

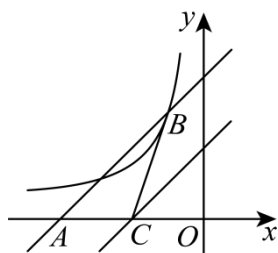
信息二: 甲、乙队员射击成绩的部分统计量

队员	平均数	中位数	众数	方差
甲	8.3	8	n	2.01
乙	8.3	m	9	1.61

根据以上信息, 回答下列问题:

- (1) 写出表中 m, n 的值: $m = \underline{\hspace{2cm}}$, $n = \underline{\hspace{2cm}}$;
- (2) 队员在射击选拔赛中发挥的更稳定 (填 “甲” 或 “乙”);
- (3) 小瑜认为甲、乙两人射击成绩的平均数一样, 推荐哪位队员参赛都可以. 你认为他说的对吗? 请说明理由 (写出一条合理的理由即可).

24. 如图, 一次函数 $y = x + 4$ 的图象交 x 轴于点 A , 交反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0, x < 0)$ 的图象于点 $B(-1, a)$. 将一次函数 $y = x + 4$ 的图象向下平移 $m (m > 0)$ 个单位长度, 所得的图象交 x 轴于点 C .



- (1) 求反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的表达式;
 - (2) 当 $\triangle ABC$ 的面积为 3 时, 求 m 的值.
25. 如图, 四边形 $ABCO$ 的顶点 A, B, C 在 $\odot O$ 上, $\angle BAO = \angle BCO$, 直径 BE 与弦 AC 相交于点 F , 点 D 是 EB 延长线上的一点且 $\angle BCD = \frac{1}{2} \angle AOB$.

