

2024 年临夏州初中毕业暨高中阶段学校招生考试

数学试卷

考生注意：本试卷满分为 120 分，考试时间为 120 分钟。所有试题均在答题卡上作答，否则无效。

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分，每小题只有一个正确选项。

1. 下列各数中，是无理数的是 ()

A. $\frac{\pi}{2}$

B. $\frac{1}{3}$

C. $\sqrt[3]{27}$

D. 0.13133

2. 马家窑彩陶绚丽典雅，符号丰富，被称为彩陶文化的“远古之光”。如图是一件马家窑彩陶作品的立体图形，有关其三视图说法正确的是 ()



A. 主视图和左视图完全相同

B. 主视图和俯视图完全相同

C. 左视图和俯视图完全相同

D. 三视图各不相同

3. 据央视财经《经济信息联播》消息：甘肃天水凭借一碗香喷喷的麻辣烫成为最“热辣滚烫”的顶流。2024 年 3 月份，天水市累计接待游客 464 万人次，旅游综合收入 27 亿元。将数据“27 亿”用科学记数法表示为 ()

A. 2.7×10^8

B. 0.27×10^{10}

C. 2.7×10^9

D. 27×10^8

4. 下列各式运算结果为 a^5 的是 ()

A. $a^2 + a^3$

B. $a^2 a^3$

C. $(a^2)^3$

D. $a^{10} \div a^2$

5. 一次函数 $y = kx - 1$ ($k \neq 0$)，若 y 随 x 的增大而减小，则它的图象不经过 ()

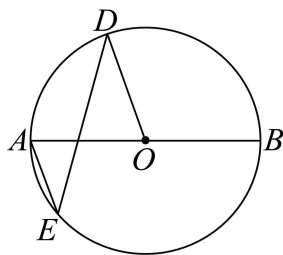
A. 第一象限

B. 第二象限

C. 第三象限

D. 第四象限

6. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， $\angle E = 35^\circ$ ，则 $\angle BOD =$ ()



A. 80° B. 100° C. 120° D. 110°

7. 端午节期间，某商家推出“优惠酬宾”活动，决定每袋粽子降价 2 元销售. 细心的小夏发现，降价后用 240 元可以比降价前多购买 10 袋，求：每袋粽子的原价是多少元？设每袋粽子的原价是 x 元，所得方程正确的是 ()

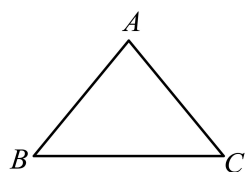
A. $\frac{240}{x} - \frac{240}{x+2} = 10$

B. $\frac{240}{x} - \frac{240}{x-2} = 10$

C. $\frac{240}{x-2} - \frac{240}{x} = 10$

D. $\frac{240}{x+2} - \frac{240}{x} = 10$

8. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 5$ ， $\sin B = \frac{4}{5}$ ，则 BC 的长是 ()



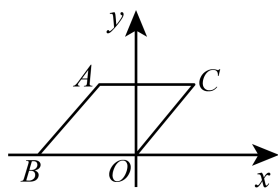
A. 3

B. 6

C. 8

D. 9

9. 如图， O 是坐标原点，菱形 $ABOC$ 的顶点 B 在 x 轴的负半轴上，顶点 C 的坐标为 $(3, 4)$ ，则顶点 A 的坐标为 ()

A. $(-4, 2)$ B. $(-\sqrt{3}, 4)$ C. $(-2, 4)$ D. $(-4, \sqrt{3})$

10. 如图 1，矩形 $ABCD$ 中， BD 为其对角线，一动点 P 从 D 出发，沿着 $D \rightarrow B \rightarrow C$ 的路径行进，过点 P 作 $PQ \perp CD$ ，垂足为 Q . 设点 P 的运动路程为 x ， $PQ - DQ$ 为 y ， y 与 x 的函数图象如图 2，则 AD 的长为 ()

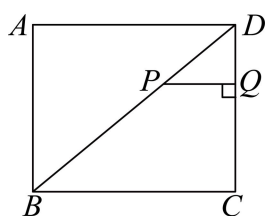


图1

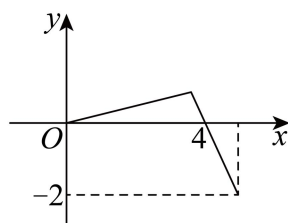


图2

A. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ B. $\frac{8}{3}$ C. $\frac{7\sqrt{3}}{4}$ D. $\frac{11}{4}$

二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分.

11. 因式分解: $x^2 - \frac{1}{4} = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. “香渡栏干屈曲, 红妆映、薄绮疏棂.” 图1窗棂的外边框为正六边形(如图2), 则该正六边形的每个内角为 $\underline{\hspace{2cm}}$ °.



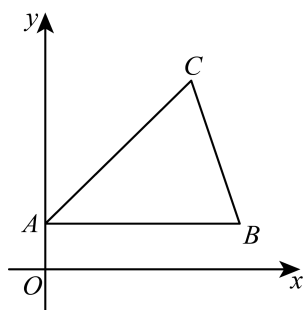
图1



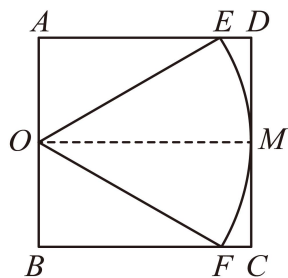
图2

13. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 2x - m = 0$ 有两个相等的实数根, 则 m 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

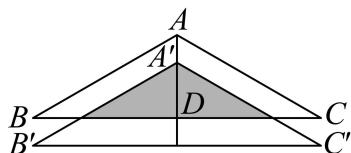
14. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 A 的坐标为 $(0, 1)$, 点 B 的坐标为 $(4, 1)$, 点 C 的坐标为 $(3, 4)$, 点 D 在第一象限(不与点 C 重合), 且 $\triangle ABD$ 与 $\triangle ABC$ 全等, 点 D 的坐标是 $\underline{\hspace{2cm}}$.



15. 如图, 对折边长为 2 的正方形纸片 $ABCD$, OM 为折痕, 以点 O 为圆心, OM 为半径作弧, 分别交 AD , BC 于 E , F 两点, 则 $\widehat{EF}$ 的长度为 $\underline{\hspace{2cm}}$ (结果保留 π).



16. 如图, 等腰 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 2$, $\angle BAC = 120^\circ$, 将 $\triangle ABC$ 沿其底边中线 AD 向下平移, 使 A 的对应点 A' 满足 $AA' = \frac{1}{3}AD$, 则平移前后两三角形重叠部分的面积是 $\underline{\hspace{2cm}}$.



三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 32 分. 解答时, 应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

17. 计算: $|- \sqrt{4}| - \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} + 2025^0$.

18. 化简: $\left(a+1+\frac{1}{a-1}\right) \div \frac{a^2+a}{a-1}$.

19. 解不等式组: $\begin{cases} 2x+1 \geq x+2, \\ 2x-1 < \frac{1}{2}(x+4) \end{cases}$.

20. 物理变化和化学变化的区别在于是否有新物质的生成. 某学习小组在延时课上制作了 A, B, C, D 四张卡片, 四张卡片除图片内容不同外, 其他没有区别, 放置于暗箱中摇匀.

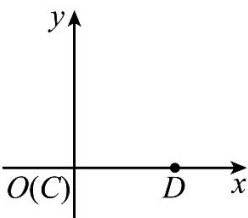


A.铁钉生锈 B.滴水成冰 C.矿石粉碎 D.牛奶变质

- (1) 小临从四张卡片中随机抽取一张, 抽中 C 卡片的概率是_____;
- (2) 小夏从四张卡片中随机抽取两张, 用列表法或画树状图法求小夏抽取两张卡片内容均为化学变化的概率.

21. 根据背景素材, 探索解决问题.

平面直角坐标系中画一个边长为 2 的正六边形 $ABCDEF$	
背景素材	六等分圆原理, 也称为圆周六等分问题, 是一个古老而经典的几何问题, 旨在解决如何使用直尺和圆规将一个圆分成六等份的问题. 这个问题由欧几里得在其名著《几何原本》中详细阐述. 
已知条件	点 C 与坐标原点 O 重合, 点 D 在 x 轴的正半轴上且坐标为 $(2,0)$

操作 步骤	①分别以点 C ， D 为圆心， CD 长为半径作弧，两弧交于点 P ； ②以点 P 为圆心， PC 长为半径作圆； ③以 CD 的长为半径，在 $\odot P$ 上顺次截取 $\widehat{DE} = \widehat{EF} = \widehat{FA} = \widehat{AB}$ ； ④顺次连接 DE ， EF ， FA ， AB ， BC ，得到正六边形 $ABCDEF$ 。	
问题解决		
任务一	根据以上信息，请你用不带刻度的直尺和圆规，在图中完成这道作图题（保留作图痕迹，不写作法）	
任务二	将正六边形 $ABCDEF$ 绕点 D 顺时针旋转 60° ，直接写出此时点 E 所在位置的坐标：_____。	

22. 乾元塔（图 1）位于临夏州临夏市的北山公园内，共九级，为砼框架式结构，造型独特别致，远可眺太子山露骨风月，近可收临夏市城建全貌，巍巍峨峨，傲立苍穹。某校数学兴趣小组在学习了“解直角三角形”之后，开展了测量乾元塔高度 AB 的实践活动。A 为乾元塔的顶端， $AB \perp BC$ ，点 C ， D 在点 B 的正东方向，在 C 点用高度为 1.6 米的测角仪（即 $CE = 1.6$ 米）测得 A 点仰角为 37° ，向西平移 14.5 米至点 D ，测得 A 点仰角为 45° ，请根据测量数据，求乾元塔的高度 AB 。（结果保留整数，参考数据： $\sin 37^\circ \approx 0.60$ ， $\cos 37^\circ \approx 0.80$ ， $\tan 37^\circ \approx 0.75$ ）



图1

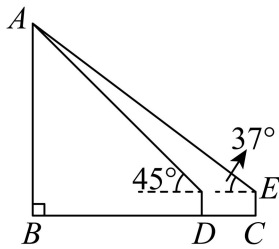
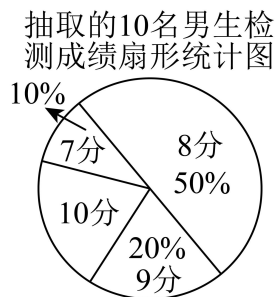


图2

四、解答题：本大题共 5 小题，共 40 分。解答时，应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤。

23. 环球网消息称：近年来的电动自行车火灾事故 80% 都是充电时发生的，超过一半的电动自行车火灾发生在夜间充电的过程中。为了规避风险，某校政教处对学生进行规范充电培训活动，并对培训效果按 10 分制进行检测评分。为了解这次培训的效果，现从各年级随机抽取男、女生各 10 名的检测成绩作为样本进行整理，并绘制成如下不完整的统计图表：



抽取的10名女生检测成绩统计表

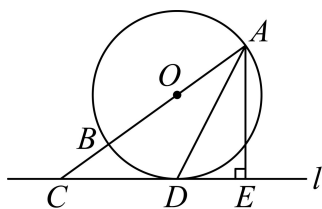
成绩/分	6	7	8	9	10
人数	1	2	m	3	n

注：10名女生检测成绩的中位数为8.5分。

请根据以上信息，完成下列问题：

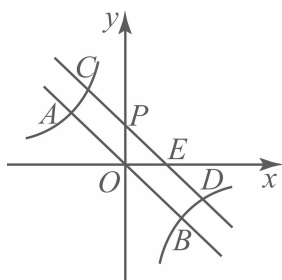
- 样本中男生检测成绩为10分的学生数是_____，众数为_____分；
- 女生检测成绩表中的 $m = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $n = \underline{\hspace{2cm}}$ ；
- 已知该校有男生545人，女生360人，若认定检测成绩不低于9分为“优秀”，估计全校检测成绩达到“优秀”的人数。

24. 如图，直线 l 与 $\odot O$ 相切于点 D ， AB 为 $\odot O$ 的直径，过点 A 作 $AE \perp l$ 于点 E ，延长 AB 交直线 l 于点 C 。



- 求证： AD 平分 $\angle CAE$ ；
- 如果 $BC = 1$ ， $DC = 3$ ，求 $\odot O$ 的半径。

25. 如图，直线 $y = kx$ 与双曲线 $y = -\frac{4}{x}$ 交于 A ， B 两点，已知 A 点坐标为 $(a, 2)$ 。



(1) 求 a , k 的值;

(2) 将直线 $y = kx$ 向上平移 m ($m > 0$) 个单位长度, 与双曲线 $y = -\frac{4}{x}$ 在第二象限的图象交于点 C , 与 x 轴交于点 E , 与 y 轴交于点 P , 若 $PE = PC$, 求 m 的值.

26. 如图 1, 在矩形 $ABCD$ 中, 点 E 为 AD 边上不与端点重合的一动点, 点 F 是对角线 BD 上一点, 连接 BE , AF 交于点 O , 且 $\angle ABE = \angle DAF$.

【模型建立】

(1) 求证: $AF \perp BE$;

【模型应用】

(2) 若 $AB = 2$, $AD = 3$, $DF = \frac{1}{2}BF$, 求 DE 的长;

【模型迁移】

(3) 如图 2, 若矩形 $ABCD$ 是正方形, $DF = \frac{1}{2}BF$, 求 $\frac{AF}{AD}$ 的值.

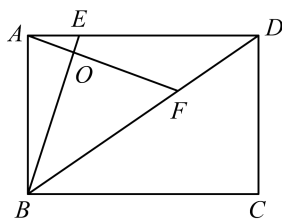


图1

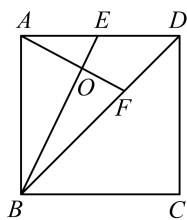


图2

27. 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于 $A(-1, 0)$, $B(3, 0)$ 两点, 与 y 轴交于点 C , 作直线 BC .

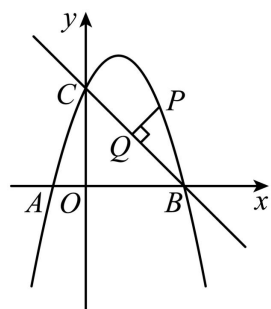


图1

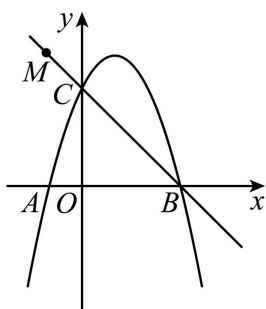


图2

(1) 求抛物线的解析式.

(2) 如图 1, 点 P 是线段 BC 上方的抛物线上一动点, 过点 P 作 $PQ \perp BC$, 垂足为 Q , 请问线段 PQ 是否存在最大值? 若存在, 请求出最大值及此时点 P 的坐标; 若不存在请说明理由.

(3) 如图 2, 点 M 是直线 BC 上一动点, 过点 M 作线段 $MN \parallel OC$ (点 N 在直线 BC 下方), 已知 $MN = 2$, 若线段 MN 与抛物线有交点, 请直接写出点 M 的横坐标 x_M 的取值范围.