

武威市 2023 年初中毕业、高中招生考试

数学试卷

考生注意：本试卷满分为 120 分，考试时间为 120 分钟。所有试题均在答题卡上作答，否则无效。

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分，每小题只有一个正确选项。

1. 9 的算术平方根是 ()

- A. ± 3 B. ± 9 C. 3 D. -3

2. 若 $\frac{a}{2} = \frac{3}{b}$ ，则 $ab =$ ()

- A. 6 B. $\frac{3}{2}$ C. 1 D. $\frac{2}{3}$

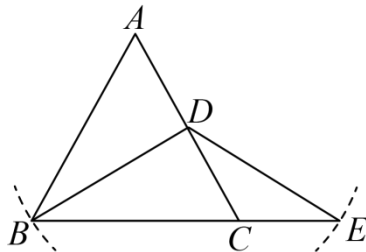
3. 计算： $a(a+2) - 2a =$ ()

- A. 2 B. a^2 C. $a^2 + 2a$ D. $a^2 - 2a$

4. 若直线 $y = kx$ (k 是常数， $k \neq 0$) 经过第一、第三象限，则 k 的值可为 ()

- A. -2 B. -1 C. $-\frac{1}{2}$ D. 2

5. 如图， BD 是等边 $\triangle ABC$ 的边 AC 上的高，以点 D 为圆心， DB 长为半径作弧交 BC 的延长线于点 E ，则 $\angle DEC =$ ()

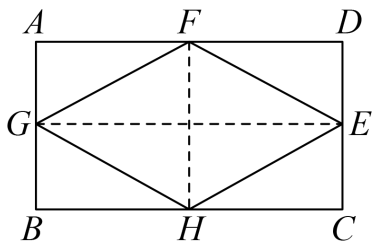


- A. 20° B. 25° C. 30° D. 35°

6. 方程 $\frac{2}{x} = \frac{1}{x+1}$ 的解为 ()

- A. $x = -2$ B. $x = 2$ C. $x = -4$ D. $x = 4$

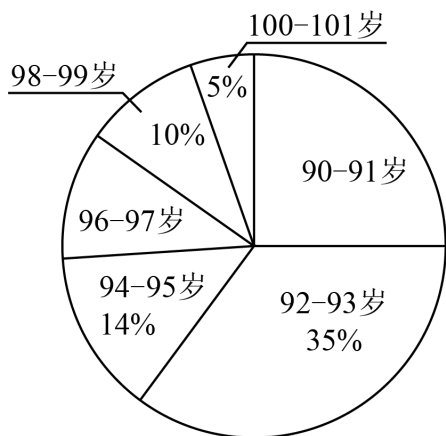
7. 如图，将矩形 $ABCD$ 对折，使边 AB 与 DC ， BC 与 AD 分别重合，展开后得到四边形 $EFGH$ 。若 $AB = 2$ ， $BC = 4$ ，则四边形 $EFGH$ 的面积为 ()



- A. 2 B. 4 C. 5 D. 6

8. 据统计，数学家群体是一个长寿群体，某研究小组随机抽取了收录约 2200 位数学家的《数学家传略辞典》中部分 90 岁及以上的长寿数学家的年龄为样本，对数据进行整理与分析，统计图表（部分数据）如下，下列结论错误的是（ ）

年龄范围（岁）	人数（人）
90–91	25
92–93	
94–95	
96–97	11
98–99	10
100–101	m



- A. 该小组共统计了 100 名数学家的年龄
 B. 统计表中 m 的值为 5
 C. 长寿数学家年龄在 92–93 岁的人数最多
 D. 《数学家传略辞典》中收录的数学家年龄在 96–97 岁的人数估计有 110 人

9. 如图 1，汉代初期的《淮南万毕术》是中国古代有关物理、化学的重要文献，书中记载了我国古代学者在科学领域做过的一些探索及成就。其中所记载的“取大镜高悬，置水盆于其下，则见四邻矣”，是古人

利用光的反射定律改变光路的方法，即“反射光线与入射光线、法线在同一平面上；反射光线和入射光线位于法线的两侧；反射角等于入射角”。为了探清一口深井的底部情况，运用此原理，如图在井口放置一面平面镜可改变光路，当太阳光线 AB 与地面 CD 所成夹角 $\angle ABC = 50^\circ$ 时，要使太阳光线经反射后刚好垂直于地面射入深井底部，则需要调整平面镜 EF 与地面的夹角 $\angle EBC =$ ()

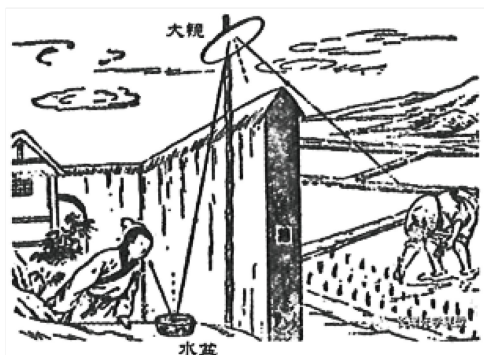
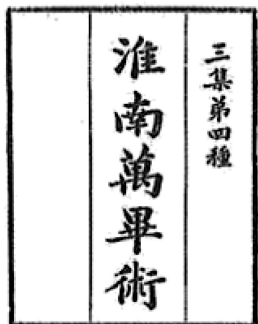


图1

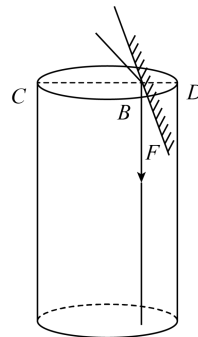


图2

- A. 60° B. 70° C. 80° D. 85°

10. 如图 1，正方形 $ABCD$ 的边长为 4， E 为 CD 边的中点. 动点 P 从点 A 出发沿 $AB \rightarrow BC$ 匀速运动，运动到点 C 时停止. 设点 P 的运动路程为 x ，线段 PE 的长为 y ， y 与 x 的函数图象如图 2 所示，则点 M 的坐标为 ()

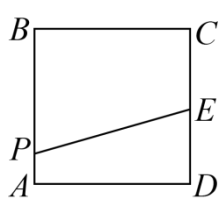


图1

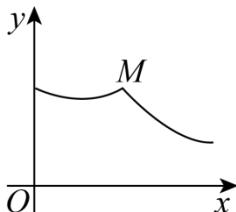


图2

- A. $(4, 2\sqrt{3})$ B. $(4, 4)$ C. $(4, 2\sqrt{5})$ D. $(4, 5)$

二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分.

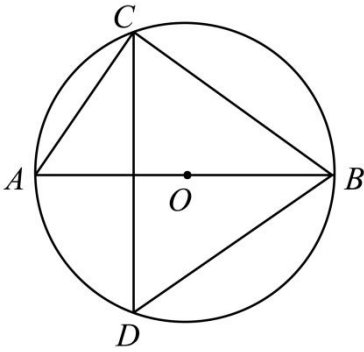
11. 因式分解： $ax^2 - 2ax + a =$ _____.

12. 关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 2x + 4c = 0$ 有两个不相等的实数根，则 $c =$ _____ (写出一个满足条件的值).

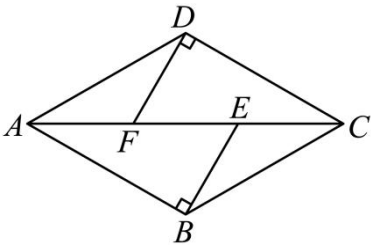
13. 近年来，我国科技工作者践行“科技强国”使命，不断取得世界级的科技成果，如由我国研制的中国首台作业型全海深自主遥控潜水器“海斗一号”，最大下潜深度 10907 米，填补了中国水下万米作业型无人潜水器的空白；由我国自主研发的极目一号Ⅲ型浮空艇“大白鲸”，升空高度至海拔 9050 米，创造了浮空艇原位大气科学观测海拔最高的世界记录. 如果把海平面以上 9050 米记作“+9050 米”，那么海平面以下 10907 米记作“_____ 米”.

14. 如图， $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$ ， AB 是 $\odot O$ 的直径，点 D 是 $\odot O$ 上一点， $\angle CDB = 55^\circ$ ，则

$\angle ABC = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$.



15. 如图，菱形 $ABCD$ 中， $\angle DAB = 60^\circ$ ， $BE \perp AB$ ， $DF \perp CD$ ，垂足分别为 B ， D ，若 $AB = 6\text{cm}$ ，则 $EF = \underline{\hspace{2cm}}\text{cm}$.



16. 如图 1，我国是世界上最早制造使用水车的国家. 1556 年兰州人段续的第一架水车创制成功后，黄河两岸人民纷纷仿制，车水灌田，水渠纵横，沃土繁丰. 而今，兰州水车博览园是百里黄河风情线上的标志性景观，是兰州“水车之都”的象征. 如图 2 是水车舀水灌溉示意图，水车轮的辐条（圆的半径） OA 长约为 6 米，辐条尽头装有刮板，刮板间安装有等距斜挂的长方体形状的水斗，当水流冲动水车轮刮板时，驱使水车徐徐转动，水斗依次舀满河水在点 A 处离开水面，逆时针旋转 150° 上升至轮子上方 B 处，斗口开始翻转向下，将水倾入木槽，由木槽导入水渠，进而灌溉，那么水斗从 A 处（舀水）转动到 B 处（倒水）所经过的路程是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 米.（结果保留 π ）



图1

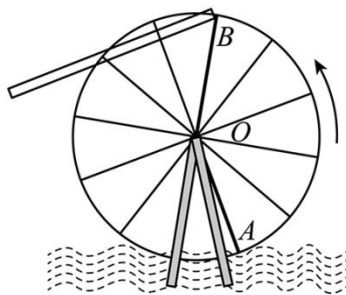


图2

三、解答题：本大题共 6 小题，共 32 分. 解答时，应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

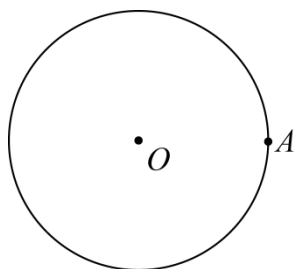
17. 计算： $\sqrt{27} \div \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2\sqrt{2} - 6\sqrt{2}$.

18. 解不等式组:
$$\begin{cases} x > -6 - 2x \\ x \leq \frac{3+x}{4} \end{cases}$$

19. 化简:
$$\frac{a+2b}{a+b} - \frac{a-b}{a-2b} \div \frac{a^2-b^2}{a^2-4ab+4b^2}.$$

20. 1672 年, 丹麦数学家莫尔在他的著作《欧几里得作图》中指出: 只用圆规可以完成一切尺规作图. 1797 年, 意大利数学家马斯凯罗尼又独立发现此结论, 并写在他的著作《圆规的几何学》中. 请你利用数学家们发现的结论, 完成下面的作图题:

如图, 已知 $\odot O$, A 是 $\odot O$ 上一点, 只用圆规将 $\odot O$ 的圆周四等分. (按如下步骤完成, 保留作图痕迹)



①以点 A 为圆心, OA 长为半径, 自点 A 起, 在 $\odot O$ 上逆时针方向顺次截取 $\widehat{AB} = \widehat{BC} = \widehat{CD}$;

②分别以点 A , 点 D 为圆心, AC 长为半径作弧, 两弧交于 $\odot O$ 上方点 E ;

③以点 A 为圆心, OE 长为半径作弧交 $\odot O$ 于 G , H 两点. 即点 A , G , D , H 将 $\odot O$ 的圆周四等分.

21. 为传承红色文化, 激发革命精神, 增强爱国主义情感, 某校组织七年级学生开展“讲好红色故事, 传承红色基因”为主题的研学之旅, 策划了三条红色线路让学生选择:

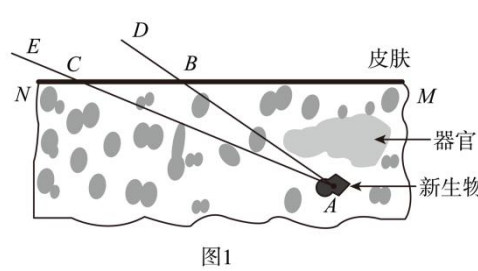
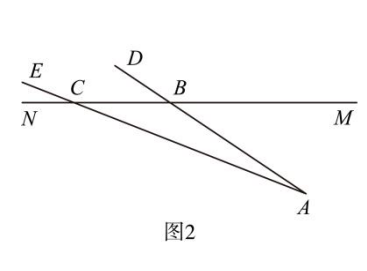
A. 南梁精神红色记忆之旅 (华池县); B. 长征会师胜利之旅 (会宁县); C. 西路军红色征程之旅 (高台县), 且每人只能选择一条线路. 小亮和小刚两人用抽卡片的方式确定一条自己要去的线路. 他们准备了 3 张不透明的卡片, 正面分别写上字母 A , B , C , 卡片除正面字母不同外其余均相同, 将 3 张卡片正面向下洗匀, 小亮先从中随机抽取一张卡片, 记下字母后正面向下放回, 洗匀后小刚再从中随机抽取一张卡片.

(1) 求小亮从中随机抽到卡片 A 的概率;

(2) 请用画树状图或列表的方法, 求两人都抽到卡片 C 的概率.

22. 如图 1, 某人的一器官后面 A 处长了一个新生物, 现需检测到皮肤的距离 (图 1). 为避免伤害器官, 可利用一种新型检测技术, 检测射线可避开器官从侧面测量. 某医疗小组制定方案, 通过医疗仪器的测量获得相关数据, 并利用数据计算出新生物到皮肤的距离. 方案如下:

课题	检测新生物到皮肤的距离
工具	医疗仪器等

示意图		
说明	如图 2，新生物在 A 处，先在皮肤上选择最大限度地避开器官的 B 处照射新生物，检测射线与皮肤 MN 的夹角为 $\angle DBN$；再在皮肤上选择距离 B 处 9cm 的 C 处照射新生物，检测射线与皮肤 MN 的夹角为 $\angle ECN$。	
测量数据	$\angle DBN = 35^\circ$ ， $\angle ECN = 22^\circ$ ， $BC = 9\text{cm}$	

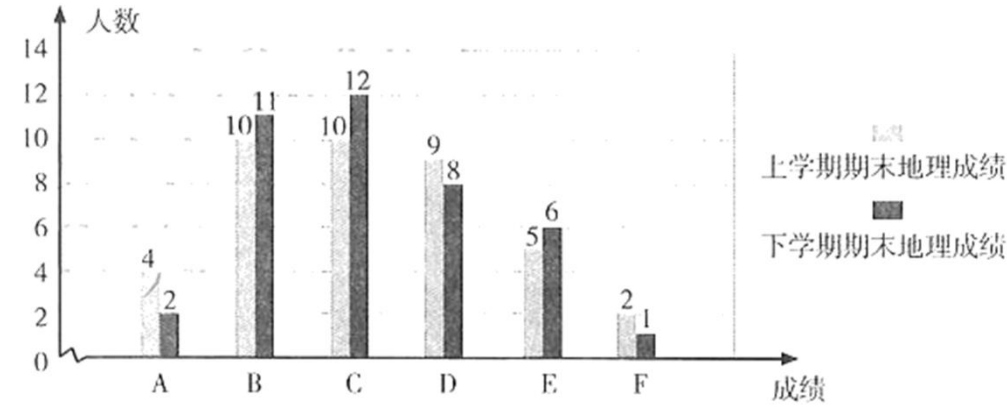
请你根据上表中的测量数据，计算新生物 A 处到皮肤的距离。（结果精确到 0.1cm）（参考数据：

$\sin 35^\circ \approx 0.57$ ， $\cos 35^\circ \approx 0.82$ ， $\tan 35^\circ \approx 0.70$ ， $\sin 22^\circ \approx 0.37$ ， $\cos 22^\circ \approx 0.93$ ， $\tan 22^\circ \approx 0.40$ ）

四、解答题：本大题共 5 小题，共 40 分。解答时，应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤。

23. 某校八年级共有 200 名学生，为了解八年级学生地理学科的学习情况，从中随机抽取 40 名学生的八年级上、下两个学期期末地理成绩进行整理和分析（两次测试试卷满分均为 35 分，难度系数相同；成绩用 x 表示，分成 6 个等级：A. $x < 10$ ；B. $10 \leq x < 15$ ；C. $15 \leq x < 20$ ；D. $20 \leq x < 25$ ；E. $25 \leq x < 30$ ；F. $30 \leq x \leq 35$ ）。下面给出了部分信息：

a. 八年级学生上、下两个学期期末地理成绩的统计图如下：



b. 八年级学生上学期期末地理成绩在 C. $15 \leq x < 20$ 这一组的成绩是：

15, 15, 15, 15, 15, 16, 16, 16, 18, 18

c. 八年级学生上、下两个学期期末地理成绩的平均数、众数、中位数如下：

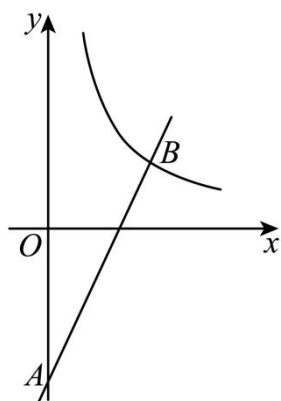
学期	平均数	众数	中位数
八年级上学期	17.7	15	m

八年级下学期	18.2	19	18.5
--------	------	----	------

根据以上信息，回答下列问题：

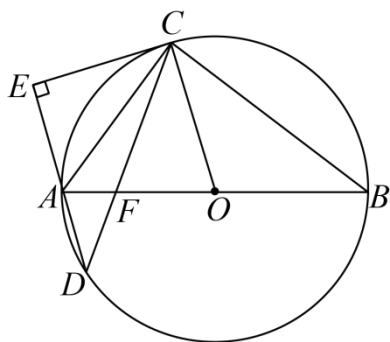
- (1) 填空： $m =$ _____；
- (2) 若 $x \geq 25$ 为优秀，则这 200 名学生八年级下学期期末地理成绩达到优秀的约有 _____ 人；
- (3) 你认为该校八年级学生的期末地理成绩下学期比上学期有没有提高？请说明理由。

24. 如图，一次函数 $y = mx + n$ 的图象与 y 轴交于点 A ，与反比例函数 $y = \frac{6}{x} (x > 0)$ 的图象交于点 $B(3, a)$ 。



- (1) 求点 B 的坐标；
- (2) 用 m 的代数式表示 n ；
- (3) 当 $\triangle OAB$ 的面积为 9 时，求一次函数 $y = mx + n$ 的表达式。

25. 如图， $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$ ， AB 是 $\odot O$ 的直径， D 是 $\odot O$ 上的一点， CO 平分 $\angle BCD$ ， $CE \perp AD$ ，垂足为 E ， AB 与 CD 相交于点 F 。



- (1) 求证： CE 是 $\odot O$ 的切线；
- (2) 当 $\odot O$ 的半径为 5， $\sin B = \frac{3}{5}$ 时，求 CE 的长。

26. 【模型建立】

- (1) 如图 1， $\triangle ABC$ 和 $\triangle BDE$ 都是等边三角形，点 C 关于 AD 的对称点 F 在 BD 边上。

①求证： $AE = CD$ ；

②用等式写出线段 AD ， BD ， DF 的数量关系，并说明理由。

【模型应用】

(2) 如图 2, $\triangle ABC$ 是直角三角形, $AB = AC$, $CD \perp BD$, 垂足为 D , 点 C 关于 AD 的对称点 F 在 BD 边上. 用等式写出线段 AD , BD , DF 的数量关系, 并说明理由.

【模型迁移】

(3) 在 (2) 的条件下, 若 $AD = 4\sqrt{2}$, $BD = 3CD$, 求 $\cos \angle AFB$ 的值.

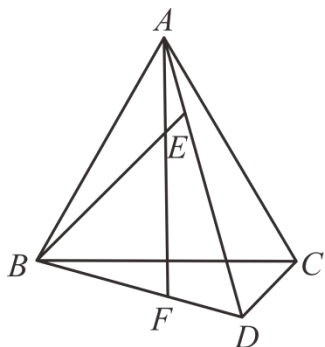


图1

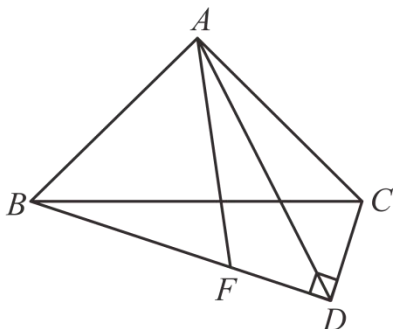


图2

27. 如图 1, 抛物线 $y = -x^2 + bx$ 与 x 轴交于点 A , 与直线 $y = -x$ 交于点 $B(4, -4)$, 点 $C(0, -4)$ 在 y 轴上. 点 P 从点 B 出发, 沿线段 BO 方向匀速运动, 运动到点 O 时停止.

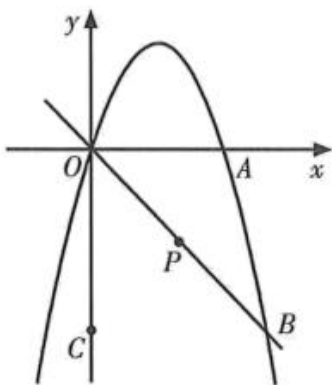


图1

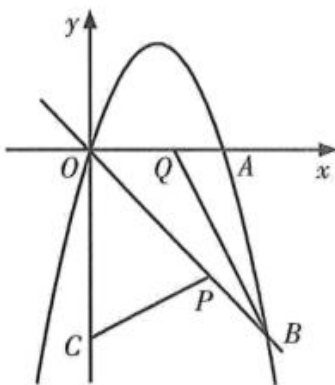


图2

(1) 求抛物线 $y = -x^2 + bx$ 的表达式;

(2) 当 $BP = 2\sqrt{2}$ 时, 请在图 1 中过点 P 作 $PD \perp OA$ 交抛物线于点 D , 连接 PC , OD , 判断四边形 $OCPD$ 的形状, 并说明理由.

(3) 如图 2, 点 P 从点 B 开始运动时, 点 Q 从点 O 同时出发, 以与点 P 相同的速度沿 x 轴正方向匀速运动, 点 P 停止运动时点 Q 也停止运动. 连接 BQ , PC , 求 $CP + BQ$ 的最小值.

