

武威市 2022 年初中学业、高中招生考试

数学试卷

考生注意：本试卷满分为 120 分，考试时间为 120 分钟。所有试题均在答题卡上作答，否则无效。

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分，每小题只有一个正确选项。

1. -2 的相反数为 ()

- A. -2 B. 2 C. ± 2 D. $\frac{1}{2}$

2. 若 $\angle A = 40^\circ$ ，则 $\angle A$ 的余角的大小是 ()

- A. 50° B. 60° C. 140° D. 160°

3. 不等式 $3x - 2 > 4$ 的解集是 ()

- A. $x > -2$ B. $x < -2$ C. $x > 2$ D. $x < 2$

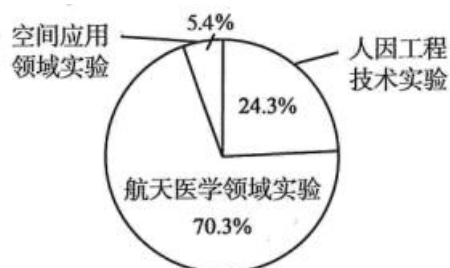
4. 用配方法解方程 $x^2 - 2x = 2$ 时，配方后正确的是 ()

- A. $(x+1)^2 = 3$ B. $(x+1)^2 = 6$ C. $(x-1)^2 = 3$ D. $(x-1)^2 = 6$

5. 若 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ， $BC = 6$ ， $EF = 4$ ，则 $\frac{AC}{DF} =$ ()

- A. $\frac{4}{9}$ B. $\frac{9}{4}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{3}{2}$

6. 2022 年 4 月 16 日，神州十三号载人飞船返回舱在东风着陆场成功着陆，飞行任务取得圆满成功。“出差”太空半年的神州十三号航天员乘组顺利完成既定全部任务，并解锁了多个“首次”。其中，航天员们在轨驻留期间共完成 37 项空间科学实验，如图是完成各领域科学实验项数的扇形统计图，下列说法错误的是 ()



- A. 完成航天医学领域实验项数最多
B. 完成空间应用领域实验有 5 项
C. 完成人因工程技术实验项数比空间应用领域实验项数多

D. 完成人因工程技术实验项数占空间科学实验总项数的 24.3%

7. 大自然中有许多小动物都是“小数学家”，如图 1，蜜蜂的蜂巢结构非常精巧、实用而且节省材料，多名学者通过观测研究发现：蜂巢巢房的横截面大都是正六边形．如图 2，一个巢房的横截面为正六边形 $ABCDEF$ ，若对角线 AD 的长约为 8mm，则正六边形 $ABCDEF$ 的边长为（ ）



图1

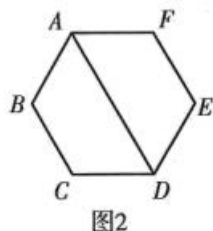


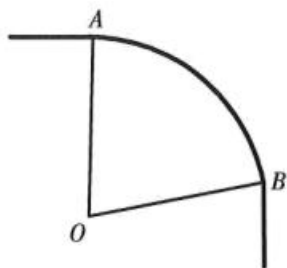
图2

- A. 2mm B. $2\sqrt{2}$ mm C. $2\sqrt{3}$ mm D. 4mm

8. 《九章算术》是中国古代的一部数学专著，其中记载了一道有趣的题：“今有凫起南海，七日至北海；雁起北海，九日至南海．今凫雁俱起，问何日相逢？”大意是：今有野鸭从南海起飞，7 天到北海；大雁从北海起飞，9 天到南海．现野鸭从南海、大雁从北海同时起飞，问经过多少天相遇？设经过 x 天相遇，根据题意可列方程为（ ）

- A. $\left(\frac{1}{7} + \frac{1}{9}\right)x = 1$ B. $\left(\frac{1}{7} - \frac{1}{9}\right)x = 1$ C. $(9 - 7)x = 1$ D. $(9 + 7)x = 1$

9. 如图，一条公路（公路的宽度忽略不计）的转弯处是一段圆弧（ $\widehat{AB}$ ），点 O 是这段弧所在圆的圆心，半径 $OA = 90\text{m}$ ，圆心角 $\angle AOB = 80^\circ$ ，则这段弯路（ $\widehat{AB}$ ）的长度为（ ）



- A. $20\pi\text{m}$ B. $30\pi\text{m}$ C. $40\pi\text{m}$ D. $50\pi\text{m}$

10. 如图 1，在菱形 $ABCD$ 中， $\angle A = 60^\circ$ ，动点 P 从点 A 出发，沿折线 $AD \rightarrow DC \rightarrow CB$ 方向匀速运动，运动到点 B 停止．设点 P 的运动路程为 x ， $\triangle APB$ 的面积为 y ， y 与 x 的函数图象如图 2 所示，则 AB 的长为（ ）

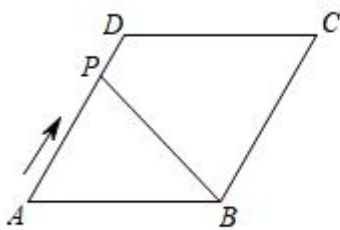


图1

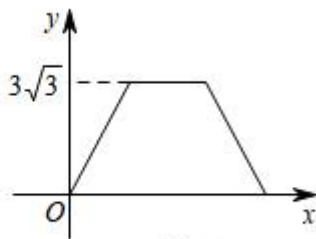


图2

- A. $\sqrt{3}$ B. $2\sqrt{3}$ C. $3\sqrt{3}$ D. $4\sqrt{3}$

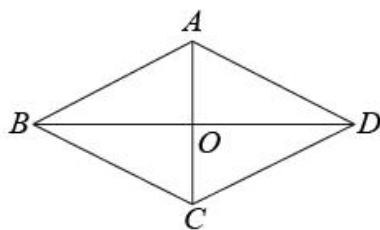
二、填空题：本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分.

11. 计算： $3a^3 \cdot a^2 =$ _____.

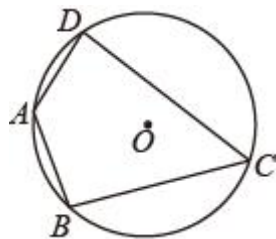
12. 因式分解： $m^3 - 4m =$ _____.

13. 若一次函数 $y=kx-2$ 的函数值 y 随着自变量 x 值的增大而增大，则 $k=$ _____ (写出一个满足条件的值).

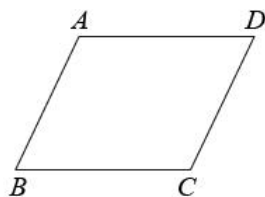
14. 如图，菱形 $ABCD$ 中，对角线 AC 与 BD 相交于点 O ，若 $AB = 2\sqrt{5}\text{cm}$ ， $AC = 4\text{cm}$ ，则 BD 的长为_____cm.



15. 如图，在 $\odot O$ 内接四边形 $ABCD$ 中，若 $\angle ABC = 100^\circ$ ，则 $\angle ADC =$ _____ $^\circ$.



16. 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AB \parallel DC$ ， $AD \parallel BC$ ，在不添加任何辅助线的前提下，要想四边形 $ABCD$ 成为一个矩形，只需添加的一个条件是_____.

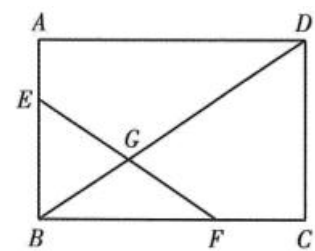


17. 如图，以一定的速度将小球沿与地面成一定角度的方向击出时，小球的飞行路线是一条抛物线. 若不考虑空气阻力，小球的飞行高度 h (单位: m) 与飞行时间 t (单位: s) 之间

具有函数关系： $h = -5t^2 + 20t$ ，则当小球飞行高度达到最高时，飞行时间 $t =$ _____ s.



18. 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AB=6\text{cm}$ ， $BC=9\text{cm}$ ，点 E ， F 分别在边 AB ， BC 上， $AE=2\text{cm}$ ， BD ， EF 交于点 G ，若 G 是 EF 的中点，则 BG 的长为 _____ cm .



三、解答题：本大题共 5 小题，共 26 分．解答时，应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

19. 计算： $\sqrt{2} \times \sqrt{3} - \sqrt{24}$.

20. 化简： $\frac{(x+3)^2}{x+2} \div \frac{x^2+3x}{x+2} - \frac{3}{x}$.

21. 中国清朝末期的几何作图教科书《最新中学教科书用器画》由国人自编（图 1），书中记载了大量几何作图题, 所有内容均用浅近的文言文表述, 第一编记载了这样一道几何作图题：

原文	释义
甲乙丙为定直角. 以乙为圆心，以任何半径作丁戊弧； 以丁为圆心，以乙丁为半径画弧得交点己； 再以戊为圆心，仍以原半径画弧得交点庚； 乙与己及庚相连作线.	如图 2， $\angle ABC$ 为直角. 以点 B 为圆心，以任意长为半径画弧，交射线 BA ， BC 分别于点 D ， E ； 以点 D 为圆心，以 BD 长为半径画弧与 $\widehat{DE}$ 交于点 F ； 再以点 E 为圆心，仍以 BD 长为半径画弧与 $\widehat{DE}$ 交于点 G ； 作射线 BF ， BG .



图1

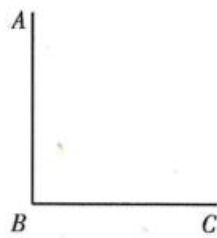


图2

(1) 根据以上信息，请你用不带刻度的直尺和圆规，在图 2 中完成这道作图题（保留作图痕迹，不写作法）；

(2) 根据 (1) 完成的图，直接写出 $\angle DBG$ ， $\angle GBF$ ， $\angle FBE$ 的大小关系.

22. 灞陵桥位于甘肃省渭源县城南清源河（渭河上游）上，始建于明洪武初年，因“渭水绕长安，绕灞陵，为玉石栏杆灞陵桥”之语，得名灞陵桥（图 1），该桥为全国独一无二的纯木质叠梁拱桥. 某综合实践研究小组开展了测量汛期某天“灞陵桥拱梁顶部到水面的距离”的实践活动，过程如下：

方案设计：如图 2，点 C 为桥拱梁顶部（最高点），在地面上选取 A ， B 两处分别测得 $\angle CAF$ 和 $\angle CBF$ 的度数（ A ， B ， D ， F 在同一条直线上），河边 D 处测得地面 AD 到水面 EG 的距离 DE （ C ， F ， G 在同一条直线上， $DF \parallel EG$ ， $CG \perp AF$ ， $FG = DE$ ）.

数据收集：实地测量地面上 A ， B 两点的距离为 8.8m，地面到水面的距离 $DE = 1.5\text{m}$ ， $\angle CAF = 26.6^\circ$ ， $\angle CBF = 35^\circ$.

问题解决：求灞陵桥拱梁顶部 C 到水面的距离 CG （结果保留一位小数）.

参考数据： $\sin 26.6^\circ \approx 0.45$ ， $\cos 26.6^\circ \approx 0.89$ ， $\tan 26.6^\circ \approx 0.50$ ， $\sin 35^\circ \approx 0.57$ ， $\cos 35^\circ \approx 0.82$ ， $\tan 35^\circ \approx 0.70$.

根据上述方案及数据，请你完成求解过程.



图1

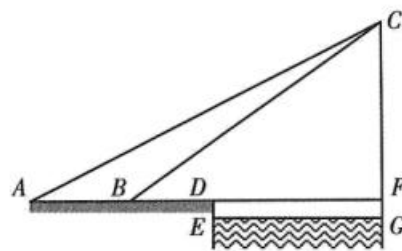


图2

23. 第 24 届冬季奥林匹克运动会于 2022 年 2 月 4 至 20 日在我国北京-张家口成功举办，其中张家口赛区设有四个冬奥会竞赛场馆，分别为： A . 云顶滑雪公园、 B . 国家跳台滑雪中心、 C . 国家越野滑雪中心、 D . 国家冬季两项中心. 小明和小颖都是志愿者，他们被随机分配到这四个竞赛场馆中的任意一个场馆的可能性相同.

(1) 小明被分配到 D . 国家冬季两项中心场馆做志愿者的概率是多少？

(2) 利用画树状图或列表的方法，求小明和小颖被分配到同一场馆做志愿者的概率.

四、解答题：本大题共 5 小题，共 40 分. 解答时，应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

24. 受疫情影响，某初中学校进行在线教学的同时，要求学生积极参与“增强免疫力、丰富学习生活”为主题的居家体育锻炼活动，并实施锻炼时间目标管理. 为确定一个合理的学生居家锻炼时间的完成目标，学校随机抽取了 30 名学生周累计居家锻炼时间（单位：h）的数据作为一个样本，并对这些数据进行了收集、整理和分析，过程如下：

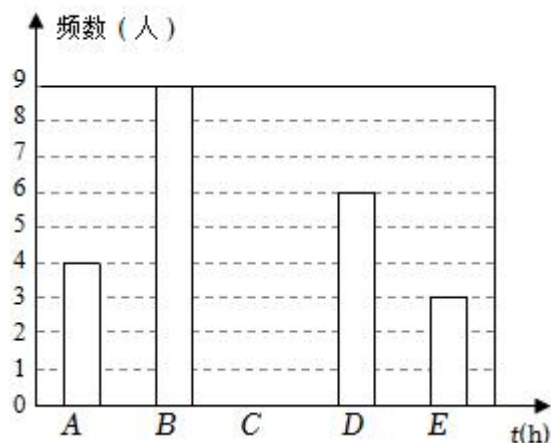
【数据收集】

7 8 6 5 9 10 4 6 7 5 11 12 8 7 6
4 6 3 6 8 9 10 10 13 6 7 8 3 5 10

【数据整理】

将收集的 30 个数据按 A, B, C, D, E 五组进行整理统计，并绘制了如图所示的不完整的频数分布直方图（说明： $A: 3 \leq t < 5$ ， $B: 5 \leq t < 7$ ， $C: 7 \leq t < 9$ ， $D: 9 \leq t < 11$ ， $E: 11 \leq t \leq 13$ ，其中 t 表示锻炼时间）；

频数分布直方图



【数据分析】

统计量	平均数	众数	中位数
锻炼时间 (h)	7.3	m	7

根据以上信息解答下列问题：

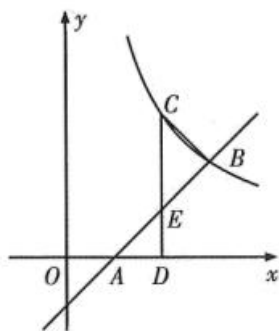
(1) 填空： $m =$ _____；

(2) 补全频数分布直方图；

(3) 如果学校将管理目标确定为每周不少于 7h，该校有 600 名学生，那么估计有多少名学生能完成目标？你认为这个目标合理吗？说明理由.

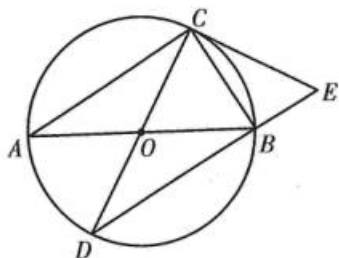
25. 如图， B, C 是反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 在第一象限图象上的点，过点 B 的直线 $y = x - 1$

与 x 轴交于点 A , $CD \perp x$ 轴, 垂足为 D , CD 与 AB 交于点 E , $OA=AD$, $CD=3$.



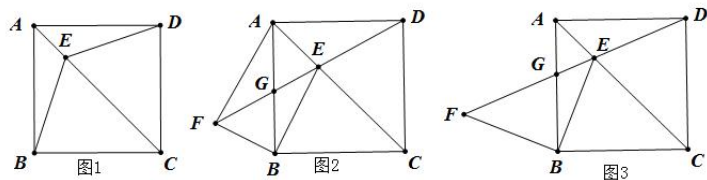
- (1) 求此反比例函数的表达式;
- (2) 求 $\triangle BCE$ 的面积.

26. 如图, $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, AB , CD 是 $\odot O$ 的直径, E 是 DB 延长线上一点, 且 $\angle DEC = \angle ABC$.



- (1) 求证: CE 是 $\odot O$ 的切线;
- (2) 若 $DE = 4\sqrt{5}$, $AC = 2BC$, 求线段 CE 的长.

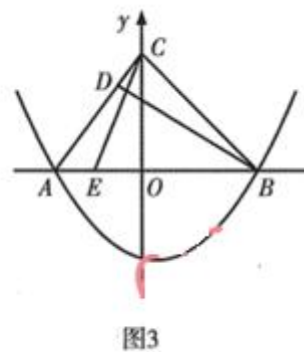
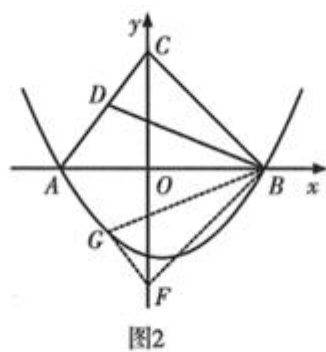
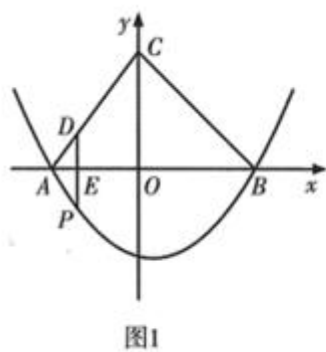
27. 已知正方形 $ABCD$, E 为对角线 AC 上一点.



- (1) 【建立模型】如图 1, 连接 BE , DE . 求证: $BE = DE$;
- (2) 【模型应用】如图 2, F 是 DE 延长线上一点, $FB \perp BE$, EF 交 AB 于点 G .
 - ① 判断 $\triangle FBG$ 的形状并说明理由;
 - ② 若 G 为 AB 的中点, 且 $AB = 4$, 求 AF 的长.
- (3) 【模型迁移】如图 3, F 是 DE 延长线上一点, $FB \perp BE$, EF 交 AB 于点 G , $BE = BF$. 求证: $GE = (\sqrt{2} - 1)DE$.

28. 如图 1, 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y = \frac{1}{4}(x+3)(x-a)$ 与 x 轴交于 A , $B(4,0)$ 两点, 点 C 在 y 轴上, 且 $OC = OB$, D , E 分别是线段 AC , AB 上的动点 (点 D , E 不

与点 A, B, C 重合).



- (1) 求此抛物线的表达式;
- (2) 连接 DE 并延长交抛物线于点 P , 当 $DE \perp x$ 轴, 且 $AE = 1$ 时, 求 DP 的长;
- (3) 连接 BD .
- ①如图 2, 将 $\triangle BCD$ 沿 x 轴翻折得到 $\triangle BFG$, 当点 G 在抛物线上时, 求点 G 的坐标;
- ②如图 3, 连接 CE , 当 $CD = AE$ 时, 求 $BD + CE$ 的最小值.