

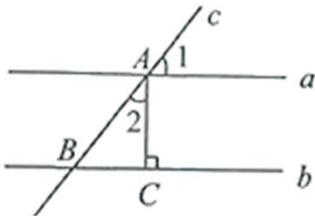
2022 年甘肃省兰州市中考数学真题

一、选择题

1. 计算 $\sqrt{4}$ 的结果是 ()

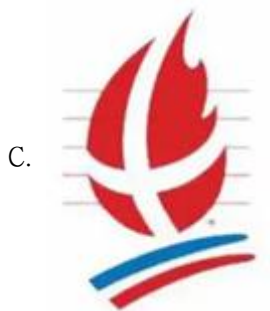
- A. ± 2 B. 2 C. $\pm\sqrt{2}$ D. $\sqrt{2}$

2. 如图, 直线 $a \parallel b$, 直线 c 与直线 a, b 分别相交于点 A, B , $AC \perp b$, 垂足为 C . 若 $\angle 1 = 52^\circ$, 则 $\angle 2 =$ ()



- A. 52° B. 45° C. 38° D. 26°

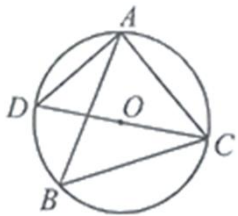
3. 下列分别是 2022 年北京冬奥会、1998 年长野冬奥会、1992 年阿尔贝维尔冬奥运会、1984 年萨拉热窝冬奥会会徽上的图案, 其中是轴对称图形的是 ()



4. 计算: $(x+2y)^2 =$ ()

- A. $x^2 + 4xy + 4y^2$ B. $x^2 + 2xy + 4y^2$ C. $x^2 + 4xy + 2y^2$ D. $x^2 + 4x^2$

5. 如图, $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, CD 是 $\odot O$ 的直径, $\angle ACD = 40^\circ$, 则 $\angle B =$ ()



- A. 70° B. 60° C. 50° D. 40°

6. 若一次函数 $y = 2x + 1$ 的图象经过点 $(-3, y_1)$, $(4, y_2)$, 则 y_1 与 y_2 的大小关系是 ()

- A. $y_1 < y_2$ B. $y_1 > y_2$ C. $y_1 \leq y_2$ D. $y_1 \geq y_2$

7. 关于 x 的一元二次方程 $kx^2 + 2x - 1 = 0$ 有两个相等的实数根, 则 $k =$ ()

- A. -2 B. -1 C. 0 D. 1

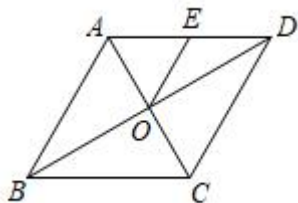
8. 已知 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$, $\frac{AB}{DE} = \frac{1}{2}$, 若 $BC = 2$, 则 $EF =$ ()

- A. 4 B. 6 C. 8 D. 16

9. 无色酚酞溶液是一中常见常用酸碱指示剂, 广泛应用于检验溶液酸碱性, 通常情况下酚酞溶液遇酸溶液不变色, 遇中性溶液也不变色, 遇碱溶液变红色. 现有 5 瓶缺失标签的无色液体: 蒸馏水、白醋溶液、食用碱溶液、柠檬水溶液、火碱溶液, 将酚酞试剂滴入任意一瓶液体后呈现红色的概率是 ()

- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

10. 如图, 菱形 $ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 相交于点 O , E 为 AD 的中点, 连接 OE , $\angle ABC = 60^\circ$, $BD = 4\sqrt{3}$, 则 $OE =$ ()



- A. 4 B. $2\sqrt{3}$ C. 2 D. $\sqrt{3}$

11. 已知二次函数 $y = 2x^2 - 4x + 5$, 当函数值 y 随 x 值的增大而增大时, x 的取值范围是 ()

- A. $x < 1$ B. $x > 1$ C. $x < 2$ D. $x > 2$

12. 如图 1 是一块弘扬“社会主义核心价值观”的扇面宣传展板, 该展板的部分示意图如图 2 所示, 它是以 O 为圆心, OA , OB 长分别为半径, 圆心角 $\angle O = 120^\circ$ 形成的扇面, 若 $OA = 3\text{m}$, $OB = 1.5\text{m}$, 则阴影部分的面积为 ()



图 1

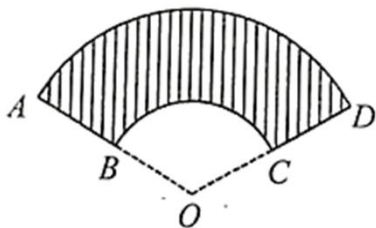


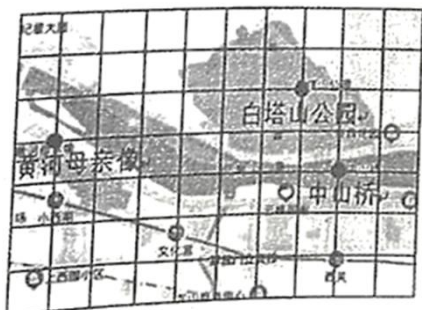
图 2

- A. $4.25\pi\text{m}^2$ B. $3.25\pi\text{m}^2$ C. $3\pi\text{m}^2$ D. $2.25\pi\text{m}^2$

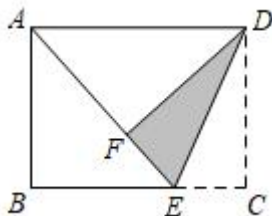
二、填空题

13. 因式分解: $a^2 - 16 =$ _____.

14. 如图, 小刚在兰州市平面地图的部分区域建立了平面直角坐标系, 如果白塔山公园的坐标是 $(2, 2)$, 中山桥的坐标是 $(3, 0)$, 那么黄河母亲像的坐标是_____.



15. 如图, 在矩形纸片 $ABCD$ 中, 点 E 在 BC 边上, 将 $\triangle CDE$ 沿 DE 翻折得到 FDE , 点 F 落在 AE 上. 若 $CE = 3\text{cm}$, $AF = 2EF$, 则 $AB =$ _____ cm .



16. 2022 年 3 月 12 日是我国第 44 个植树节, 某林业部门为了考察某种幼树在一定条件下的移植成活率, 在同等条件下, 对这种幼树进行大量移植, 并统计成活情况, 下表是这种幼树移植过程中的一组统计数据:

幼树移植数 (棵)	100	1000	5000	8000	10000	15000	20000
幼树移植成活数 (棵)	87	893	4485	7224	8983	13443	18044
幼树移植成活的频率	0.870	0.893	0.897	0.903	0.898	0.896	0.902

估计该种幼树在此条件下移植成活的概率是_____. (结果精确到 0.1)

三、解答题

17. 解不等式: $2(x-3) < 8$.

18. 计算: $\left(1 + \frac{1}{x}\right) \div \frac{(x^2 + x)}{x}$.

19. 如图 1 是小军制作的燕子风筝, 燕子风筝的骨架图如图 2 所示, $AB = AE$, $AC = AD$, $\angle BAD = \angle EAC$, $\angle C = 50^\circ$, 求 $\angle D$ 的大小.



图1

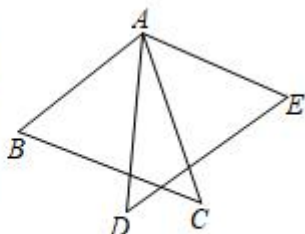
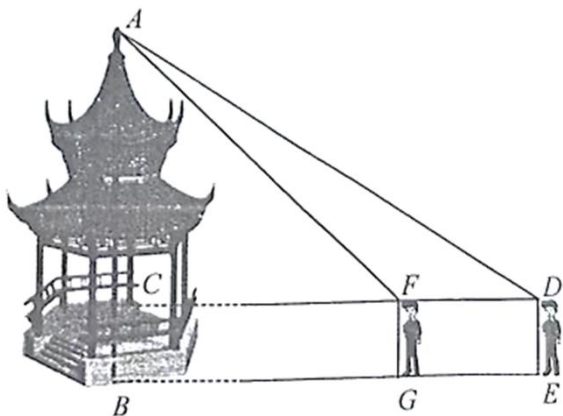


图2

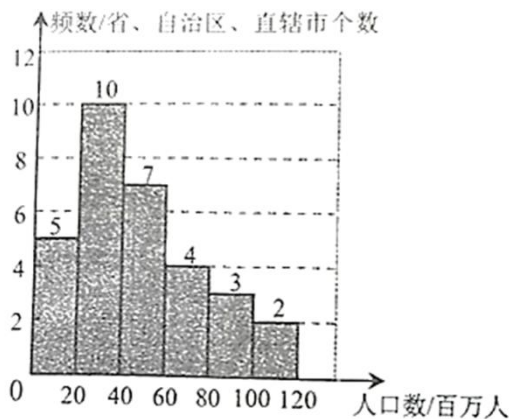
20. 如图, 小睿为测量公园的一凉亭 AB 的高度, 他先在水平地面点 E 处用高 $1.5m$ 的测角仪 DE 测得 $\angle ADC = 31^\circ$, 然后沿 EB 方向向前走 $3m$ 到达点 G 处, 在点 G 处用高 $1.5m$ 的测角仪 FG 测得 $\angle AFC = 42^\circ$. 求凉亭 AB 的高度. (A, C, B 三点共线, $AB \perp BE$, $AC \perp CD$, $CD = BE$, $BC = DE$. 结果精确到 $0.1m$) (参考数据: $\sin 31^\circ \approx 0.52$, $\cos 31^\circ \approx 0.86$, $\tan 31^\circ \approx 0.60$, $\sin 42^\circ \approx 0.67$, $\cos 42^\circ \approx 0.74$, $\tan 42^\circ \approx 0.90$)



21. 人口问题是“国之大者”。以习近平同志为核心的党中央高度重视人口问题, 准确把握人口发展形势, 有利于推动社会持续健康发展, 为开启全面建设社会主义现代化国家新征程、向第二个百年奋斗目标进军创造良好的条件. 某综合与实践研究小组根据我国第七次人口普查数据进行整理、描述和分析, 给出部分数据信息:

信息一: 普查登记的全国大陆 31 个省、自治区、直辖市人口数的频数分布直方图如下:

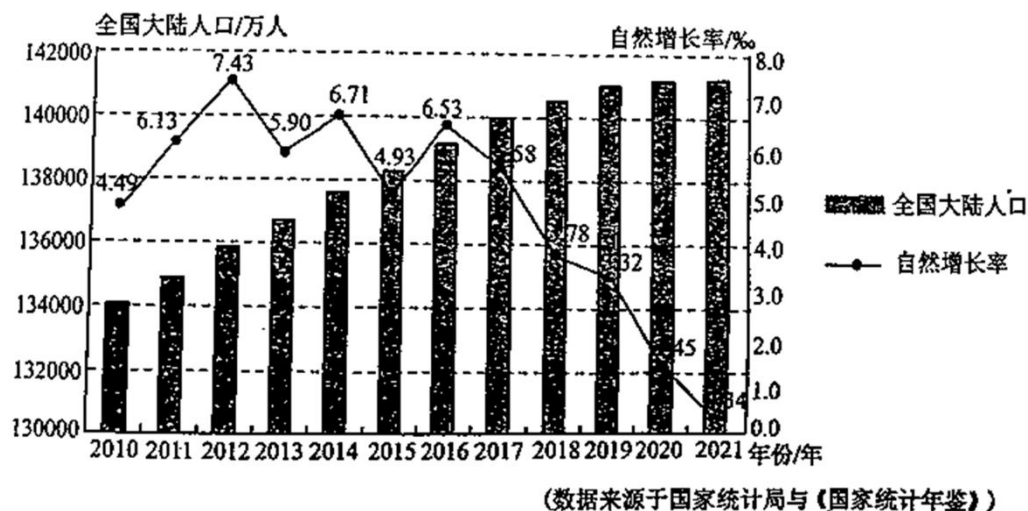
(数据分成 6 组: $0 \leq x < 20$, $20 \leq x < 40$, $40 \leq x < 60$, $60 \leq x < 80$, $80 \leq x < 100$, $100 \leq x \leq 120$)



信息二：普查登记的全国大陆 31 个省、自治区、直辖市人口数（百万人）在 $40 \leq x < 60$ 这一组的数据是：

58, 47, 45, 40, 43, 42, 50;

信息三：2010——2021 年全国大陆人口数及自然增长率；



请根据以上信息，解答下列问题：

- (1) 普查登记的全国大陆 31 个省、自治区、直辖市人口数的中位数为_____百万人.
 - (2) 下列结论正确的是_____. (只填序号)
- ①全国大陆 31 个省、自治区、直辖市中人口数大于等于 100 (百万人) 的有 2 个地区;
 - ②相对于 2020 年, 2021 年全国大陆人口自然增长率降低, 全国大陆人口增长缓慢;
 - ③2010-2021 年全国大陆人口自然增长率持续降低.
- (3) 请写出 2016-2021 年全国大陆人口数、全国大陆人口自然增长率的变化趋势, 结合变化趋势谈谈自己的看法.

22. 综合与实践

问题情境：我国东周到汉代一些出土实物上反映出一些几何作图方法，如侯马铸铜遗址出土车軑范、芯组成的（如图 1），它的端面是圆形，如图 2 是用“矩”（带直角的角尺）确定端面圆心的方法：将“矩”的直角尖端 A 沿圆周移动，直到 $AB = AC$ ，在圆上标记 A, B, C 三点；将“矩”向右旋转，使它左侧边落

在 A, B 点上, “矩”的另一条边与圆的交点标记为 D 点, 这样就用“矩”确定了圆上等距离的 A, B, C, D 四点, 连接 AD, BC 相交于点, 这样就用“矩”确定了圆上等距离的 A, B, C, D 四点, 链接 AD, BC 相较于点 O , 即 O 为圆心.

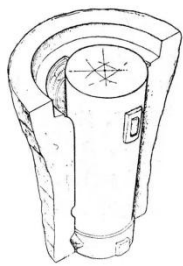


图1

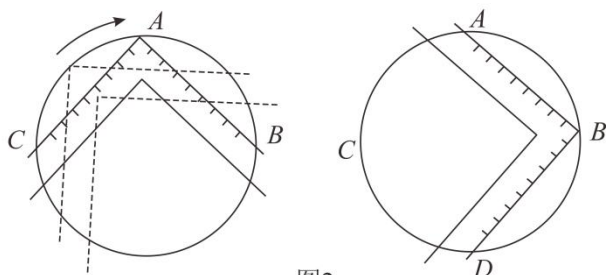


图2

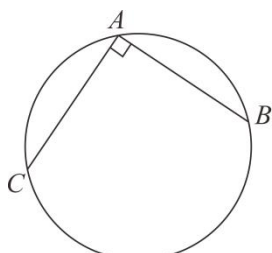


图3

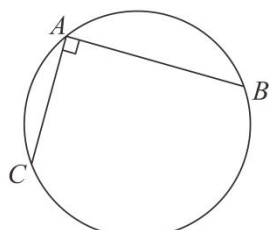


图4

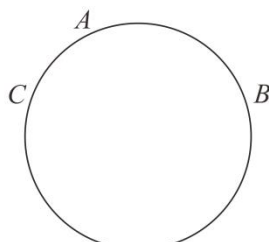


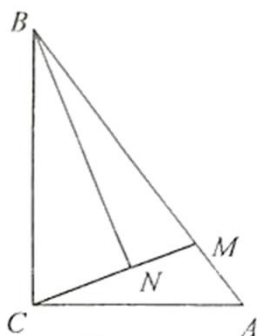
图5

(1) 问题解决: 请你根据“问题情境”中提供的方法, 用三角板还原我国古代几何作图确定圆心 O . 如图 3, 点 A, B, C 在 $\odot O$ 上, $AB \perp AC$, 且 $AB = AC$, 请作出圆心 O . (保留作图痕迹, 不写作法)

(2) 类比迁移: 小梅受此问题的启发, 在研究了用“矩” (带直角的角尺) 确定端面圆心的方法后发现, 如果 AB 和 AC 不相等, 用三角板也可以确定圆心 O . 如图 4, 点 A, B, C 在 $\odot O$ 上, $AB \perp AC$, 请作出圆心 O . (保留作图痕迹, 不写作法)

(3) 拓展探究: 小梅进一步研究, 发现古代由“矩”度量确定圆上等距离点时存在误差, 用平时学的尺规作图的方法确定圆心可以减少误差. 如图 5, 点 A, B, C 是 $\odot O$ 上任意三点, 请用不带刻度的直尺和圆规作出圆心 O . (保留作图痕迹, 不写作法) 请写出你确定圆心的理由: _____.

23. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 3\text{cm}$, $BC = 4\text{cm}$, M 为 AB 边上一动点, $BN \perp CM$, 垂足为 N . 设 A, M 两点间的距离为 $x\text{cm}$ ($0 \leq x \leq 5$), B, N 两点间的距离为 $y\text{cm}$ (当点 M 和 B 点重合时, B, N 两点间的距离为 0).



小明根据学习函数的经验，对因变量 y 随自变量 x 的变化而变化的规律进行了探究.

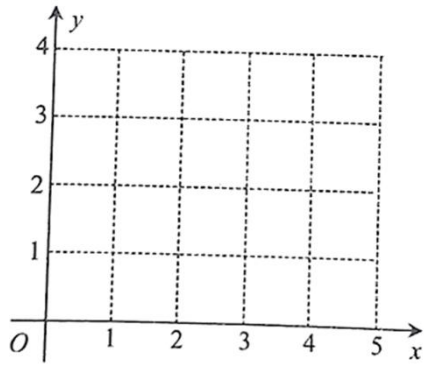
下面是小明的探究过程，请补充完整.

(1) 列表：下表的已知数据是根据 A, M 两点间的距离 x 进行取点、画图、测量，得到了 y 与 x 的几组对应值：

x/cm	0	0.5	1	1.5	1.8	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5
y/cm	4	3.96	3.79	3.47	a	2.99	2.40	1.79	1.23	0.74	0.33	0

请你通过计算，补全表格： $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

(2) 描点、连线：在平面直角坐标系中，描出表中各组数值所对应的点 (x, y) ，并画出函数 y 关于 x 的图像；



(3) 探究性质：随着自变量 x 的不断增大，函数 y 的变化趋势： $\underline{\hspace{2cm}}$.

(4) 解决问题：当 $BN = 2AM$ 时， AM 的长度大约是 $\underline{\hspace{2cm}}$ cm. (结果保留两位小数)

24. 掷实心球是兰州市高中阶段学校招生体育考试的选考项目. 如图 1 是一名女生投掷实心球，实心球行进路线是一条抛物线，行进高度 y (m) 与水平距离 x (m) 之间的函数关系如图 2 所示，抛出时起点处高度为 $\frac{5}{3}$ m，当水平距离为 3m 时，实心球行进至最高点 3m 处.



图 1

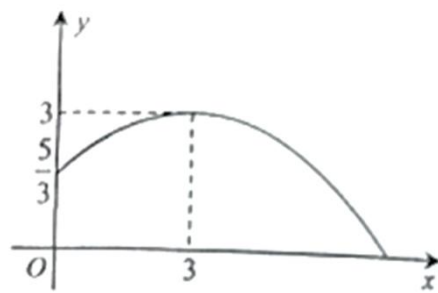
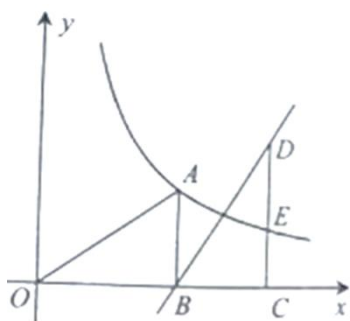


图 2

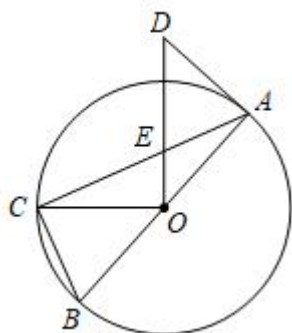
图 1 来源：《2022 年兰州市高中阶段学校招生体育考试规则与测试要求》

- (1) 求 y 关于 x 的函数表达式；
- (2) 根据兰州市高中阶段学校招生体育考试评分标准（女生），投掷过程中，实心球从起点到落地点的水平距离大于等于 6.70m ，此项考试得分为满分 10 分. 该女生在此项考试中是否得满分，请说明理由.

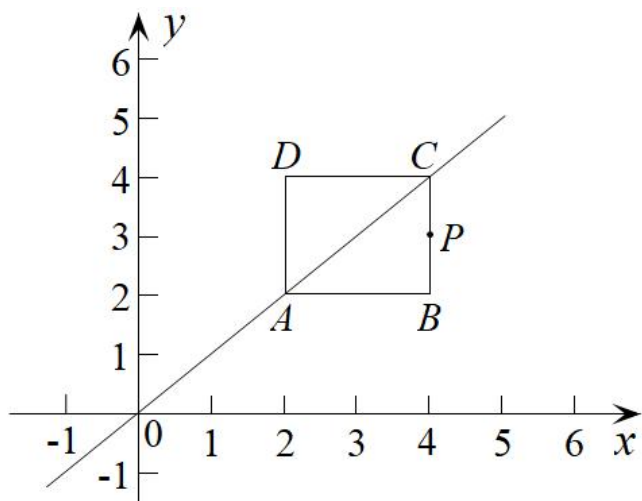
25. 如图, 点 A 在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图像上, $AB \perp x$ 轴, 垂足为 $B(3, 0)$, 过 $C(5, 0)$ 作 $CD \perp x$ 轴, 交过 B 点的一次函数 $y = \frac{3}{2}x + b$ 的图像于 D 点, 交反比例函数的图像于 E 点, $S_{\triangle AOB} = 3$.



- (1) 求反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 和一次函数 $y = \frac{3}{2}x + b$ 的表达式;
 - (2) 求 DE 的长.
26. 如图, $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, AB 是直径, $OD \perp OC$, 连接 AD , $\angle ADO = \angle BOC$, AC 与 OD 相交于点 E .



- (1) 求证: AD 是 $\odot O$ 的切线;
 - (2) 若 $\tan \angle OAC = \frac{1}{2}$, $AD = \frac{3}{2}$, 求 $\odot O$ 的半径.
27. 在平面直角坐标系中, $P(a, b)$ 是第一象限内一点, 给出如下定义: $k_1 = \frac{a}{b}$ 和 $k_2 = \frac{b}{a}$ 两个值中的最大值叫做点 P 的“倾斜系数” k .



- (1) 求点 $P(6, 2)$ 的“倾斜系数” k 的值;
- (2) ①若点 $P(a, b)$ 的“倾斜系数” $k = 2$, 请写出 a 和 b 的数量关系, 并说明理由;
- ②若点 $P(a, b)$ 的“倾斜系数” $k = 2$, 且 $a + b = 3$, 求 OP 的长;
- (3) 如图, 边长为 2 的正方形 $ABCD$ 沿直线 $AC: y = x$ 运动, $P(a, b)$ 是正方形 $ABCD$ 上任意一点, 且点 P 的“倾斜系数” $k < \sqrt{3}$, 请直接写出 a 的取值范围.

28. 综合与实践, 【问题情境】: 数学活动课上, 老师出示了一个问题: 如图 1, 在正方形 $ABCD$ 中, E 是 BC 的中点, $AE \perp EP$, EP 与正方形的外角 $\triangle DCG$ 的平分线交于 P 点. 试猜想 AE 与 EP 的数量关系, 并加以证明;

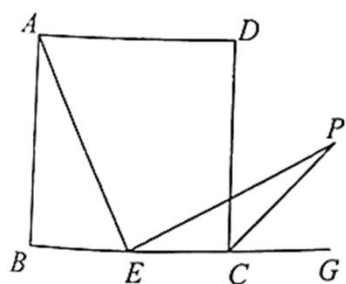


图 1

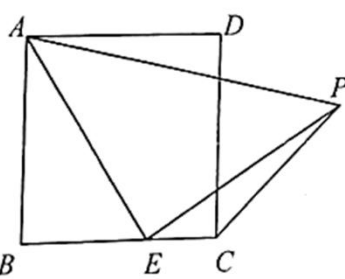


图 2

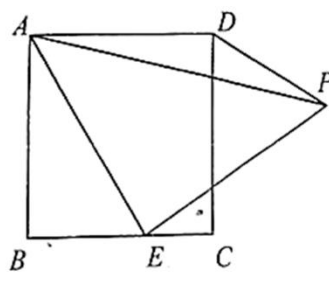


图 3

- (1) 【思考尝试】同学们发现, 取 AB 的中点 F , 连接 EF 可以解决这个问题. 请在图 1 中补全图形, 解答老师提出的问题.
- (2) 【实践探究】希望小组受此问题启发, 逆向思考这个题目, 并提出新的问题: 如图 2, 在正方形 $ABCD$ 中, E 为 BC 边上一动点 (点 E, B 不重合), $\triangle AEP$ 是等腰直角三角形, $\angle AEP = 90^\circ$, 连接 CP , 可以求出 $\angle DCP$ 的大小, 请你思考并解答这个问题.
- (3) 【拓展迁移】突击小组深入研究希望小组提出的这个问题, 发现并提出新的探究点: 如图 3, 在正方形

$ABCD$ 中, E 为 BC 边上一动点 (点 E, B 不重合), $\triangle AEP$ 是等腰直角三角形, $\angle AEP = 90^\circ$, 连接 DP . 知道正方形的边长时, 可以求出 $\triangle ADP$ 周长的最小值. 当 $AB = 4$ 时, 请你求出 $\triangle ADP$ 周长的最小值.

