

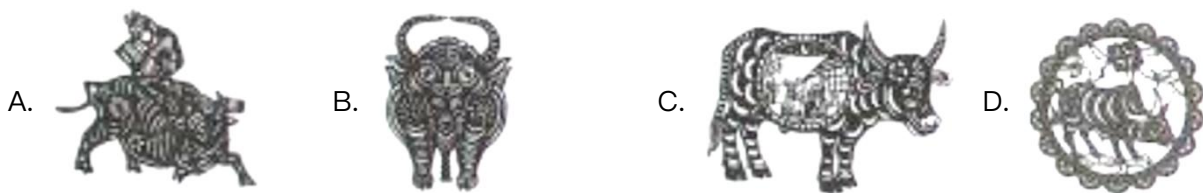
甘肃省武威市 2021 年中考数学试卷

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分，每小题只有一个正确选项。

1. 3 的倒数是 ()

- A. 3 B. -3 C. $\frac{1}{3}$ D. $-\frac{1}{3}$

2. 2021 年是农历辛丑牛年，习近平总书记勉励全国各族人民在新的一年里发扬“为民服务孺子牛，创新发展拓荒牛，艰苦奋斗老黄牛”精神，某社区也开展了“迎新春牛年剪纸展”，下面的剪纸作品是轴对称图形的是 ()



3. 下列运算正确的是 ()

- A. $\sqrt{3} + \sqrt{3} = 3$ B. $4\sqrt{5} - \sqrt{5} = 4$ C. $\sqrt{3} \times \sqrt{2} = \sqrt{6}$ D. $\sqrt{32} \div \sqrt{8} = 4$

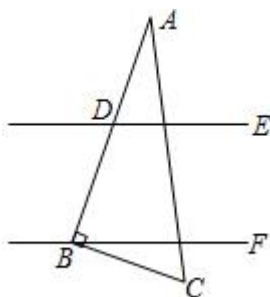
4. 中国疫苗撑起全球抗疫“生命线”！中国外交部数据显示，截止 2021 年 3 月底，我国已无偿向 80 个国家和 3 个国际组织提供疫苗援助。预计 2022 年中国新冠疫苗产能有望达到 50 亿剂，约占全球产能的一半，必将为全球抗疫作出重大贡献。数据“50 亿”用科学记数法表示为 ()

- A. 5×10^8 B. 5×10^9 C. 5×10^{10} D. 50×10^8

5. 将直线 $y = 5x$ 向下平移 2 个单位长度，所得直线的表达式为 ()

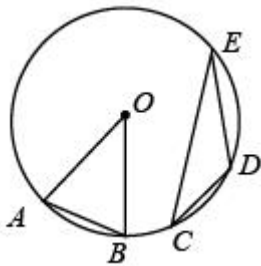
- A. $y = 5x - 2$ B. $y = 5x + 2$ C. $y = 5(x + 2)$ D. $y = 5(x - 2)$

6. 如图，直线 $DE \parallel BF$ ， $Rt\triangle ABC$ 的顶点 B 在 BF 上，若 $\angle CBF = 20^\circ$ ，则 $\angle ADE =$ ()



- A. 70° B. 60° C. 75° D. 80°

7. 如图，点 A, B, C, D, E 在 $\odot O$ 上， $AB = CD$ ， $\angle AOB = 42^\circ$ ，则 $\angle CED =$ ()



- A. 48° B. 24° C. 22° D. 21°

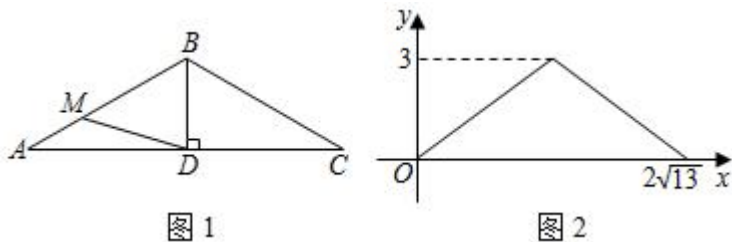
8. 我国古代数学著作《孙子算经》有“多人共车”问题：“今有三人共车，二车空；二人共车，九人步．问：人与车各几何？”其大意如下：有若干人要坐车，如果每3人坐一辆车，那么有2辆空车；如果每2人坐一辆车，那么有9人需要步行，问人与车各多少？设共有 x 人， y 辆车，则可列方程组为（ ）

- A. $\begin{cases} 3(y-2)=x \\ 2y-9=x \end{cases}$ B. $\begin{cases} 3(y+2)=x \\ 2y+9=x \end{cases}$ C. $\begin{cases} 3(y-2)=x \\ 2y+9=x \end{cases}$ D. $\begin{cases} 3(y-2)=x \\ 2y+x=9 \end{cases}$

9. 对于任意的有理数 a, b ，如果满足 $\frac{a}{2} + \frac{b}{3} = \frac{a+b}{2+3}$ ，那么我们称这一对数 a, b 为“相随数对”，记为 (a, b) ．若 (m, n) 是“相随数对”，则 $3m + 2[3m + (2n - 1)] =$ （ ）

- A. -2 B. -1 C. 2 D. 3

10. 如图1，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = BC$ ， $BD \perp AC$ 于点 D （ $AD > BD$ ）．动点 M 从 A 点出发，沿折线 $AB \rightarrow BC$ 方向运动，运动到点 C 停止．设点 M 的运动路程为 x ， $\triangle AMD$ 的面积为 y ， y 与 x 的函数图象如图2，则 AC 的长为（ ）



- A. 3 B. 6 C. 8 D. 9

二、填空题：本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分．

11. 因式分解： $4m - 2m^2 =$ _____．

12. 关于 x 的不等式 $\frac{1}{3}x - 1 > \frac{1}{2}$ 的解集是_____．

13. 已知关于 x 的方程 $x^2 - 2x + m = 0$ 有两个相等的实数根，则 m 的值是_____.

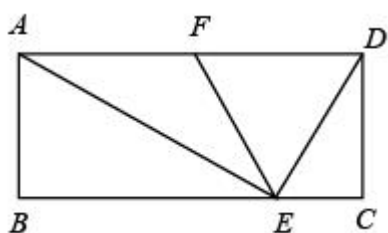
14. 开学前，根据学校防疫要求，小芸同学连续 14 天进行了体温测量，结果统计如下表：

体温 ($^{\circ}\text{C}$)	36.3	36.4	36.5	36.6	36.7	36.8
天数 (天)	2	3	3	4	1	1

这 14 天中，小芸体温的众数是_____ $^{\circ}\text{C}$.

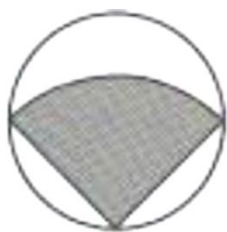
15. 如图，在矩形 $ABCD$ 中， E 是 BC 边上一点， $\angle AED = 90^{\circ}$, $\angle EAD = 30^{\circ}$, F 是 AD 边的中点，

$EF = 4\text{cm}$ ，则 $BE =$ _____ cm .



16. 若点 $A(-3, y_1)$, $B(-4, y_2)$ 在反比例函数 $y = \frac{a^2 + 1}{x}$ 的图象上，则 y_1 _____ y_2 (填 “ $>$ ” 或 “ $<$ ” 或 “ $=$ ”)

17. 如图，从一块直径为 4dm 的圆形铁皮上剪出一个圆心角为 90° 的扇形，则此扇形的面积为_____ dm^2 .



18. 一组按规律排列的代数式： $a + 2b, a^2 - 2b^3, a^3 + 2b^5, a^4 - 2b^7, \dots$ ，则第 n 个式子是_____.

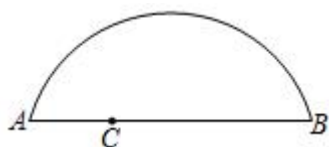
三、解答题：本大题共 5 小题，共 26 分。解答时，应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

19. 计算： $(2021 - \pi)^0 + (\frac{1}{2})^{-1} - 2\cos 45^{\circ}$.

20. 先化简，再求值： $(2 - \frac{2x}{x-2}) \div \frac{x^2 - 4}{x^2 - 4x + 4}$ ，其中 $x = 4$.

21. 在《阿基米德全集》中的《引理集》中记录了古希腊数学家阿基米德提出的有关圆的一个引理。如图，

已知 $\widehat{AB}$, C 是弦 AB 上一点, 请你根据以下步骤完成这个引理的作图过程.



(1) 尺规作图 (保留作图痕迹, 不写作法):

①作线段 AC 的垂直平分线 DE , 分别交 $\widehat{AB}$ 于点 D , AC 于点 E , 连接 AD, CD ;

②以点 D 为圆心, DA 长为半径作弧, 交 $\widehat{AB}$ 于点 F (F, A 两点不重合), 连接 DF, BD, BF .

(2) 直接写出引理的结论: 线段 BC, BF 的数量关系.

22. 如图 1 是平凉市地标建筑“大明宝塔”, 始建于明嘉靖十四年 (1535 年), 是明代平凉韩王府延恩寺的主体建筑. 宝塔建造工艺精湛, 与崆峒山的凌空塔遥相呼应, 被誉为平凉古塔“双璧”. 某数学兴趣小组开展了测量“大明宝塔的高度”的实践活动, 具体过程如下:

方案设计: 如图 2, 宝塔 CD 垂直于地面, 在地面上选取 A, B 两处分别测得 $\angle CAD$ 和 $\angle CBD$ 的度数 (A, D, B 在同一条直线上).

数据收集: 通过实地测量: 地面上 A, B 两点的距离为 58m, $\angle CAD = 42^\circ$, $\angle CBD = 58^\circ$.

问题解决: 求宝塔 CD 的高度 (结果保留一位小数).

参考数据: $\sin 42^\circ \approx 0.67$, $\cos 42^\circ = 0.74$, $\tan 42^\circ \approx 0.90$, $\sin 58^\circ = 0.85$, $\cos 58^\circ = 0.53$, $\tan 58^\circ = 1.60$.

根据上述方案及数据, 请你完成求解过程.



图1

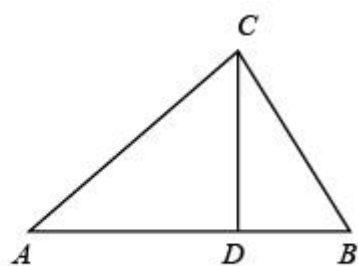


图2

23. 一个不透明的箱子里装有 3 个红色小球和若干个白色小球, 每个小球除颜色外其他完全相同, 每次把箱子里的小球摇匀后随机摸出一个小球, 记下颜色后再放回箱子里, 通过大量重复实验后, 发现摸到红色小球的频率稳定于 0.75 左右.

(1) 请你估计箱子里白色小球的个数;

(2) 现从该箱子里摸出 1 个小球, 记下颜色后放回箱子里, 摇匀后, 再摸出 1 个小球, 求两次摸出的小球

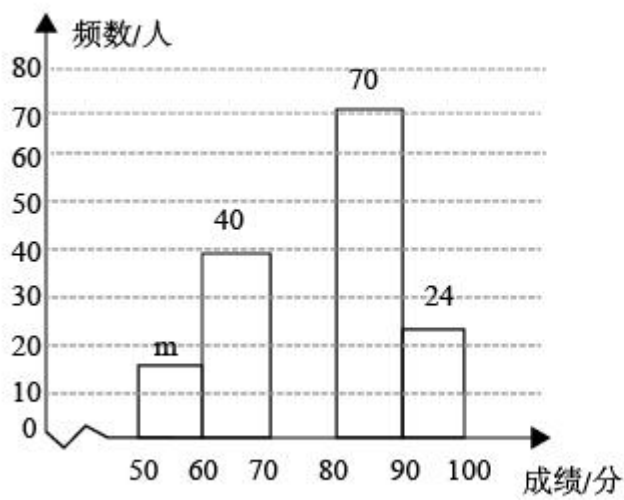
颜色恰好不同的概率（用画树状图或列表的方法）.

四、解答题：本大题共 5 小题，共 40 分．解答时，应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

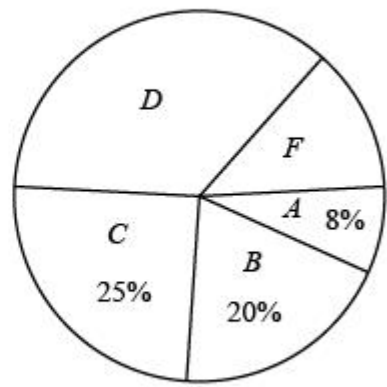
24. 为庆祝中国共产党建党 100 周年，某校开展了以“学习百年党史，汇聚团结伟力”为主题的知识竞赛，竞赛结束后随机抽取了部分学生成绩进行统计，按成绩分成 A, B, C, D, E 五个等级，并绘制了如下不完整的统计图．请结合统计图，解答下列问题：

等级	成绩
A	$50 \leq x < 60$
B	$60 \leq x < 70$
C	$70 \leq x < 80$
D	$80 \leq x < 90$
E	$90 \leq x \leq 100$

学生成绩频数分布直方图



学生成绩扇形统计图



- (1) 本次调查一共随机抽取了_____名学生的成绩，频数分布直方图中 $m =$ _____；
- (2) 补全学生成绩频数分布直方图；
- (3) 所抽取学生成绩的中位数落在_____等级；
- (4) 若成绩在 80 分及以上为优秀，全校共有 2000 名学生，估计成绩优秀的学生有多少人？
25. 如图 1，小刚家，学校、图书馆在同一条直线上，小刚骑自行车匀速从学校到图书馆，到达图书馆还完

书后，再以相同的速度原路返回家中（上、下车时间忽略不计）。小刚离家的距离 $y(\text{m})$ 与他所用的时间 $x(\text{min})$ 的函数关系如图 2 所示。

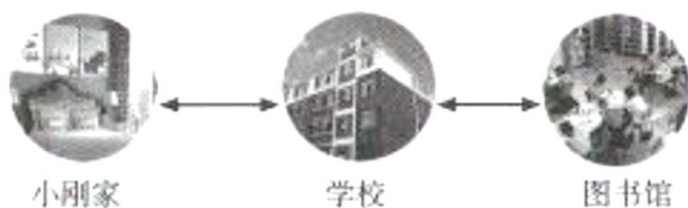


图 1

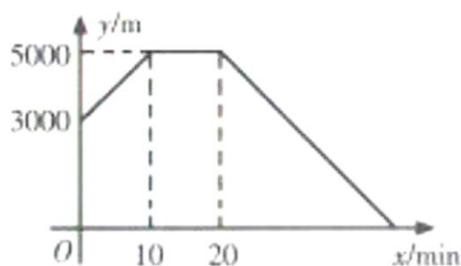


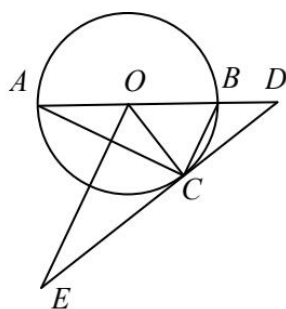
图 2

(1) 小刚家与学校的距离为_____m，小刚骑自行车的速度为_____m/min；

(2) 求小刚从图书馆返回家的过程中， y 与 x 的函数表达式；

(3) 小刚出发 35 分钟时，他离家有多远？

26. 如图， $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$ ， D 是 $\odot O$ 的直径 AB 的延长线上一点， $\angle DCB = \angle OAC$ 。过圆心 O 作 BC 的平行线交 DC 的延长线于点 E 。



(1) 求证： CD 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 若 $CD = 4$ ， $CE = 6$ ，求 $\odot O$ 的半径及 $\tan \angle OCB$ 的值；

27. 问题解决：如图 1，在矩形 $ABCD$ 中，点 E, F 分别在 AB, BC 边上， $DE = AF$ ， $DE \perp AF$ 于点 G 。

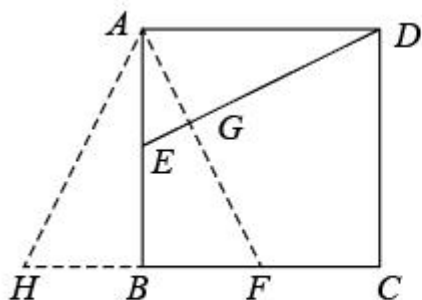


图 1

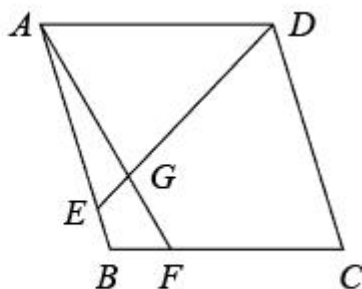


图 2

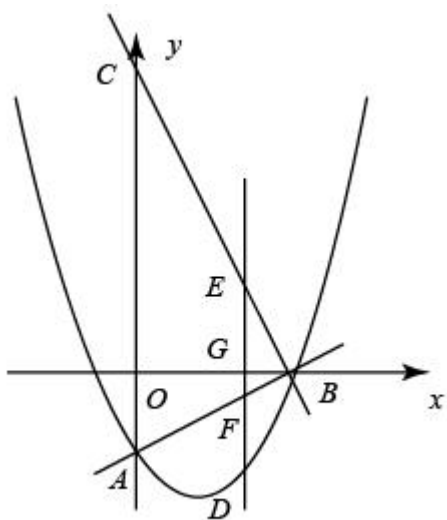
(1) 求证：四边形 $ABCD$ 是正方形；

(2) 延长 CB 到点 H ，使得 $BH = AE$ ，判断 $\triangle AHF$ 的形状，并说明理由.

类比迁移：如图 2，在菱形 $ABCD$ 中，点 E, F 分别在 AB, BC 边上， DE 与 AF 相交于点 G ，

$DE = AF, \angle AED = 60^\circ, AE = 6, BF = 2$ ，求 DE 的长.

28. 如图，在平面直角坐标系中，抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 与坐标轴交于 $A(0, -2), B(4, 0)$ 两点，直线 $BC: y = -2x + 8$ 交 y 轴于点 C . 点 D 为直线 AB 下方抛物线上一动点，过点 D 作 x 轴的垂线，垂足为 G , DG 分别交直线 BC, AB 于点 E, F .



(1) 求抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 的表达式;

(2) 当 $GF = \frac{1}{2}$ ，连接 BD ，求 $\triangle BDF$ 的面积;

(3) ① H 是 y 轴上一点，当四边形 $BEHF$ 是矩形时，求点 H 的坐标;

②在①的条件下，第一象限有一动点 P ，满足 $PH = PC + 2$ ，求 $\triangle PHB$ 周长的最小值.

