

## 2021 年兰州市初中学业水平考试数学 (A)

一、选择题：本大题 12 小题，每小题 3 分，共 36 分。每小题只有一个正确选项。

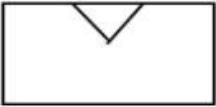
1. 若  $\angle A = 40^\circ$ ，则  $\angle A$  的余角为 ( )

- A.  $30^\circ$                       B.  $40^\circ$                       C.  $50^\circ$                       D.  $140^\circ$

2. 如图，该几何体的主视图是 ( )



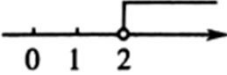
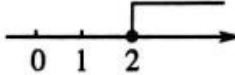
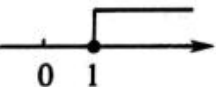
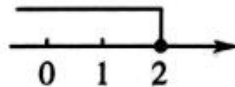
从正面看

- A. 
- B. 
- C. 
- D. 

3. 计算：  $2a(a^2 + 2b) =$  ( )

- A.  $a^3 + 4ab$                       B.  $2a^3 + 2ab$                       C.  $2a + 4ab$                       D.  $2a^3 + 4ab$

4. 关于  $x$  的一元一次不等式  $5x \geq x + 8$  的解集在数轴上表示为 ( )

- A. 
- B. 
- C. 
- D. 

5. 因式分解：  $x^3 - 4x =$  ( )

- A.  $x(x^2 - 4x)$                       B.  $x(x + 4)(x - 4)$
- C.  $x(x + 2)(x - 2)$                       D.  $x(x^2 - 4)$

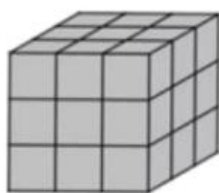
6. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，点  $A(-3, 4)$  关于  $y$  轴对称的点  $B$  的坐标是 ( )

- A.  $(3, -4)$                       B.  $(-3, -4)$                       C.  $(-3, 4)$                       D.  $(3, 4)$

7. 二次函数  $y = x^2 + 2x + 2$  的图象的对称轴是 ( )

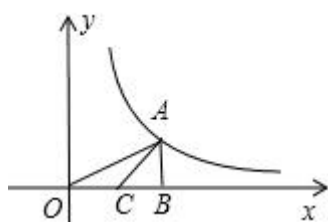
- A.  $x = -1$                       B.  $x = -2$                       C.  $x = 1$                       D.  $x = 2$

8. 如图，将一个棱长为 3 的正方体表面涂上颜色，再把它分割成棱长为 1 的小正方体，将它们全部放入一个不透明盒子中摇匀，随机取出一个小正方体，只有一个面被涂色的概率为 ( )



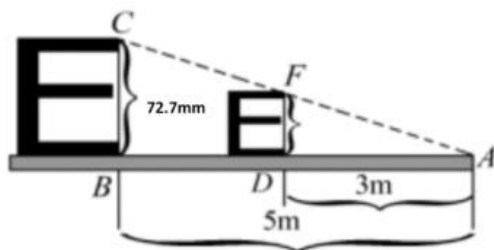
- A.  $\frac{4}{27}$       B.  $\frac{2}{9}$       C.  $\frac{8}{27}$       D.  $\frac{20}{27}$

9. 如图，点 A 在反比例函数  $y = \frac{k}{x} (x > 0)$  图象上， $AB \perp x$  轴于点 B，C 是 OB 的中点，连接 AO，AC，若  $\triangle AOC$  的面积为 2，则  $k =$  ( )



- A. 4      B. 8      C. 12      D. 16

10. 如图，小明探究课本“综合与实践”板块“制作视力表”的相关内容：当测试距离为 5m 时，标准视力表中最大的“E”字高度为 72.7mm，当测试距离为 3m 时，最大的“E”字高度为 ( ) mm



- A. 4.36      B. 29.08      C. 43.62      D. 121.17

11. 如图，将图 1 中的菱形纸片沿对角线剪成 4 个直角三角形，拼成如图 2 的四边形 ABCD (相邻纸片之间不重叠，无缝隙). 若四边形 ABCD 的面积为 13，中间空白处的四边形 EFGH 的面积为 1，直角三角形的两条直角边分别为  $a$  和  $b$ ，则  $(a+b)^2 =$  ( )

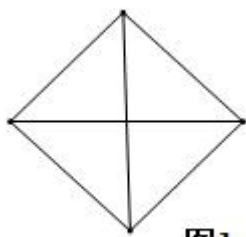


图1

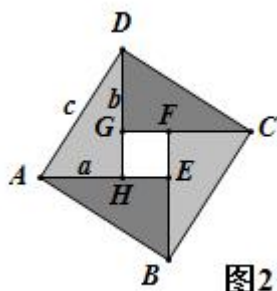


图2

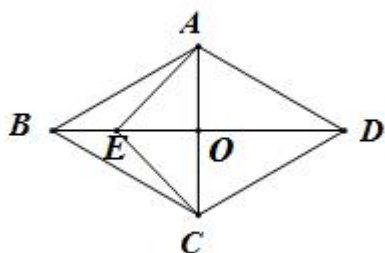
A. 12

B. 13

C. 24

D. 25

12. 如图，菱形  $ABCD$  的对角线  $AC$  与  $BD$  相交于点  $O$ ，点  $E$  在  $BD$  上，连接  $AE$ ， $CE$ ， $\angle ABC = 60^\circ$ ， $\angle BCE = 15^\circ$ ， $ED = 2 + 2\sqrt{3}$ ，则  $AD =$  ( )



A. 4

B. 3

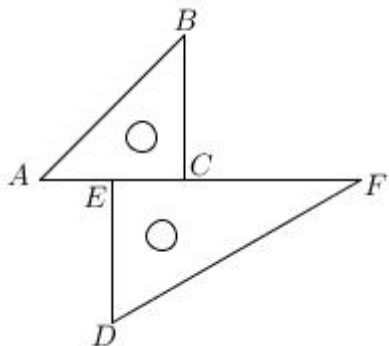
C.  $2\sqrt{2}$

D. 2

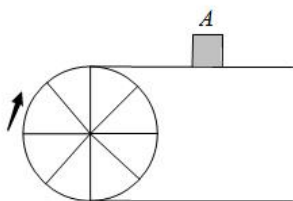
二、填空题：本大题 4 小题，每小题 3 分，共 12 分.

13. 《九章算术》中注有“今两算得失相反，要令正负以名之”大意为：今有两数若其意义相反，则分别叫做正数与负数. 若水位上升  $1\text{m}$  记作  $+1\text{m}$ ，则下降  $2\text{m}$  记作\_\_\_\_\_  $\text{m}$ .

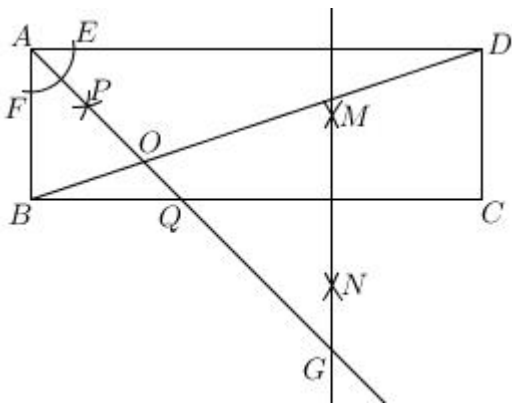
14. 将一副三角板如图摆放，则\_\_\_\_\_//\_\_\_\_\_, 理由是\_\_\_\_\_.



15. 如图，传送带的一个转动轮的半径为  $10\text{cm}$ ，转动轮转  $n^\circ$ ，传送带上的物品 A 被传送  $6\pi\text{cm}$ ，则  $n =$ \_\_\_\_\_.



16. 如图，在矩形  $ABCD$  中， $AB=1$ ， $AD=3$ ．①以点  $A$  为圆心，以不大于  $AB$  长为半径作弧，分别交边  $AD$ ， $AB$  于点  $E$ ， $F$ ，再分别以点  $E$ ， $F$  为圆心，以大于  $\frac{1}{2}EF$  长为半径作弧，两弧交于点  $P$ ，作射线  $AP$  分别交  $BD$ ， $BC$  于点  $O$ ， $Q$ ；②分别以点  $C$ ， $Q$  为圆心，以大于  $\frac{1}{2}CQ$  长为半径作弧，两弧交于点  $M$ ， $N$ ，作直线  $MN$  交  $AP$  于点  $G$ ，则  $OG$  长为\_\_\_\_\_．



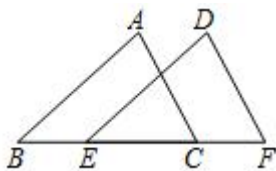
三、解答题：本大题共 12 小题，共 72 分．解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤．

17. 计算： $\left(\sqrt{\frac{4}{3}} + \sqrt{3}\right) \times \sqrt{6}$

18. 先化简，再求值： $\frac{2m-6}{m^2-9} \div \frac{m-1}{m+3} - \frac{1}{m-1}$ ，其中  $m=4$ ．

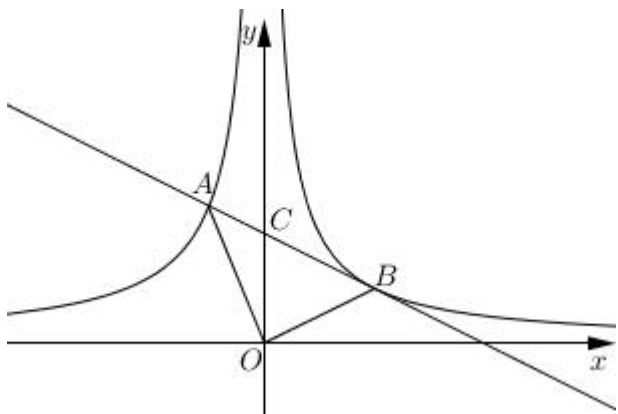
19. 解方程： $x^2+4x-1=0$ ．

20. 如图，点  $E$ ， $C$  在线段  $BF$  上， $\angle A = \angle D$ ， $AB \parallel DE$ ， $BC = EF$ ，求证： $AC = DF$ ．



21. 如图，一次函数  $y = -\frac{1}{2}x + b$  与反比例函数  $y = -\frac{10}{x}$  ( $x < 0$ )， $y = \frac{k}{x}$  ( $x > 0$ ) 图象分别交于  $A(-2, m)$ ，

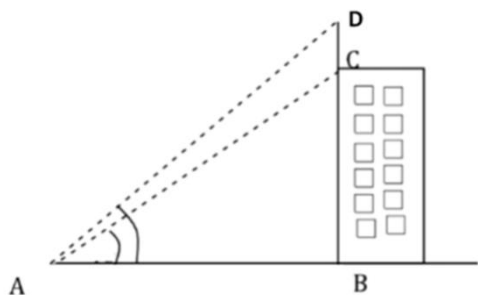
$B(4, n)$ ，与  $y$  轴交于点  $C$ ，连接  $OA$ ， $OB$ ．



(1) 求反比例函数  $y = \frac{k}{x} (x > 0)$  和一次函数  $y = -\frac{1}{2}x + b$  的表达式;

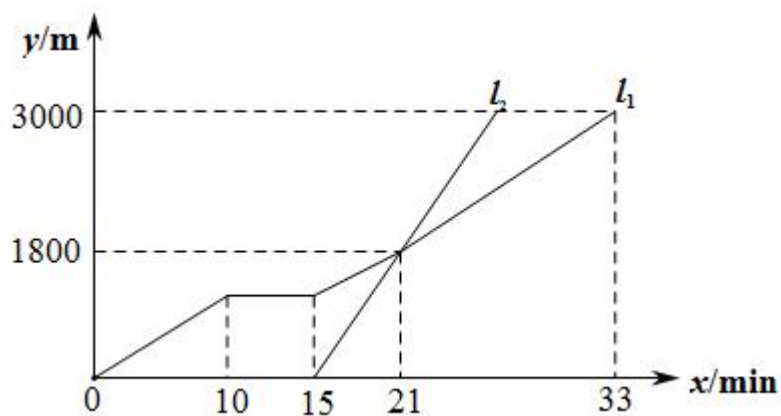
(2) 求  $\triangle AOB$  的面积.

22. 避雷针是用来保护建筑物、高大树木等避免雷击的装置. 如图, 小陶同学要测量垂直于地面的大楼  $BC$  顶部避雷针  $CD$  的长度 ( $B, C, D$  三点共线), 在水平地面  $A$  点测得  $\angle CAB = 53^\circ$ ,  $\angle DAB = 58^\circ$ ,  $A$  点与大楼底部  $B$  点的距离  $AB = 20\text{m}$ , 求避雷针  $CD$  的长度. (结果精确到  $0.1\text{m}$ . 参考数据:  $\sin 58^\circ \approx 0.85$ ,  $\cos 58^\circ \approx 0.53$ ,  $\tan 58^\circ \approx 1.60$ ,  $\sin 53^\circ \approx 0.80$ ,  $\cos 53^\circ \approx 0.60$ ,  $\tan 53^\circ \approx 1.33$ )



23. 小军到某景区游玩, 他从景区入口处步行到达小憩屋, 休息片刻后继续前行, 此时观光车从景区入口处出发的沿相同路线先后到达观景点, 如图,  $l_1$ ,  $l_2$  分别表示小军与观光车所行的路程  $y(\text{m})$  与时间  $x(\text{min})$  之间的关系.

根据图象解决下列问题:

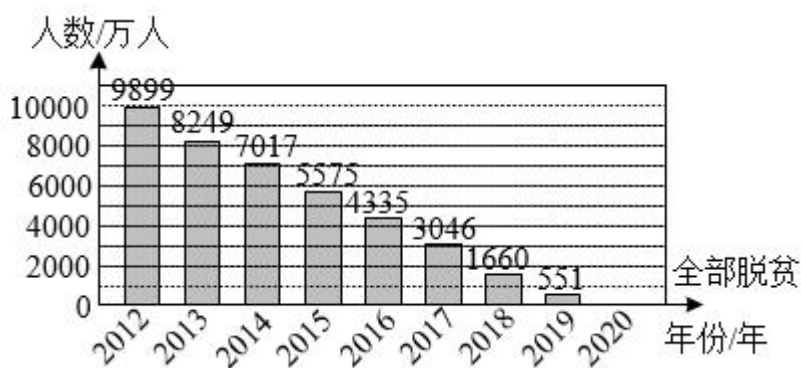


(1) 观光车出发\_\_\_\_\_分钟追上小军;

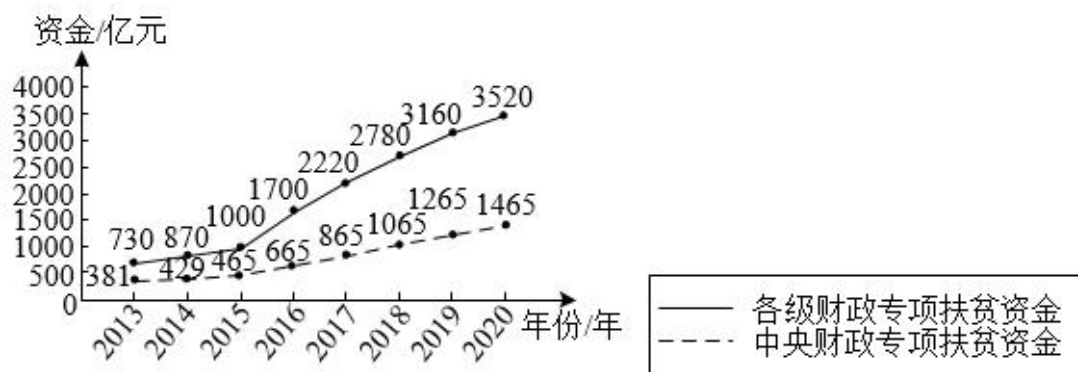
- (2) 求  $l_2$  所在直线对应的函数表达式；
- (3) 观光车比小军早几分钟到达观景点？请说明理由．

24. 2021 年 2 月 25 日，习近平总书记在全国脱贫攻坚总结表彰大会上庄严宣告中国脱贫攻坚取得了全面胜利，完成了消除绝对贫困的艰巨任务，创造了又一个彪炳史册的人间奇迹，根据 2021 年 4 月 7 日《人民日报》刊登的“人类减贫的中国实践”的相关数据进行收集和整理，信息如下：

信息一：脱贫攻坚以来中国农村年度贫困人口数量



信息二：脱贫攻坚以来财政专项扶贫资金投入



信息三：脱贫攻坚以来贫困地区农村居民和全国农村居民年人均可支配收入及增长率

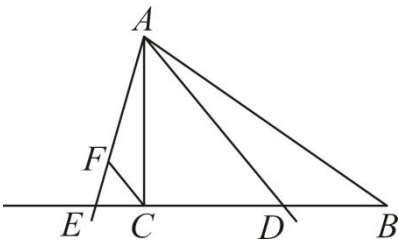
| 年份、统计量<br>名称              | 2013 | 2014 | 2015 | 2016 | 2017 | 2018  | 2019  | 2020  | 平均<br>数 |
|---------------------------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|---------|
| 贫困地区农村居民年人均可支配<br>收入/元    | 6079 | 6852 | 7653 | 8452 | 9377 | 10371 | 11567 | 12588 | 9117    |
| 贫困地区农村居民年人均可支配<br>收入增长率/% | 16.5 | 12.7 | 11.7 | 10.4 | 10.9 | 10.6  | 11.5  | 8.8   | 11.6    |

|                     |      |      |     |     |     |     |     |     |     |
|---------------------|------|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 全国农村居民年人均可支配收入增长率/% | 12.4 | 11.2 | 8.9 | 8.2 | 8.6 | 8.8 | 9.6 | 6.9 | 9.3 |
|---------------------|------|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|

请根据以上信息，解决下列问题：

- (1) 2019 年底中国农村贫困人口数量为\_\_\_\_\_万人.
- (2) 2013 年底至 2020 年底，贫困地区农村居民年人均可支配收入的极差为\_\_\_\_\_元.
- (3) 下列结论正确的是\_\_\_\_\_ (只填序号).
- ①脱贫攻坚以来中国农村贫困人口数量逐年减少，最终全部脱贫；
- ②脱贫攻坚以来我国贫困地区农村居民人均可支配收入年平均增长率为 11.6 %，增长持续快于全国农村；
- ③2016 – 2020 年各级财政专项扶贫资金投入连续 5 年超过中央财政专项扶贫资金 1000 亿元.

25. 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = 6\text{cm}$ ， $BC = 8\text{cm}$ ，将  $\angle BAC$  绕点  $A$  顺时针旋转，角的两边分别交射线  $BC$  于  $D$ ， $E$  两点， $F$  为  $AE$  上一点，连接  $CF$ ，且  $\angle ACF = \angle B$  (当点  $B$ ， $D$  重合时，点  $C$ ， $F$  也重合). 设  $B$ ， $D$  两点间的距离为  $x\text{cm}$  ( $0 \leq x \leq 8$ )， $A$ ， $F$  两点间的距离为  $y\text{cm}$ .



小刚根据学习函数的经验，对因变量  $y$  随着自变量  $x$  的变化而变化的规律进行了探究.

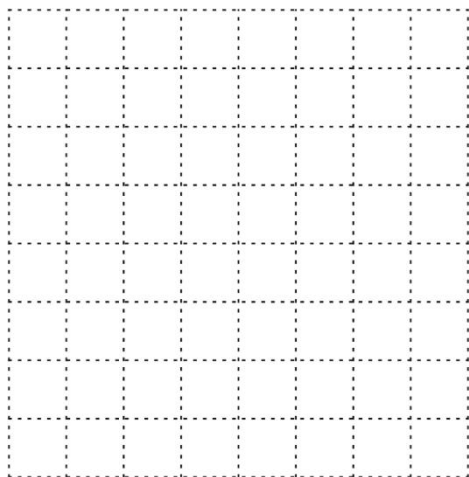
下面是小刚的探究过程，请补充完整.

(1) 列表：下表的已知数据是根据  $B$ ， $D$  两点间的距离  $x$  进行取点，画图，测量分别得到了  $x$  与  $y$  的几组对应值；

|               |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |     |
|---------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-----|
| $x/\text{cm}$ | 0    | 0.5  | 1    | 1.5  | 2    | 2.5  | 3    | 3.5  | 4    | 4.5  | 5    | 6    | 7    | 8   |
| $y/\text{cm}$ | 6.00 | 5.76 | 5.53 | 5.31 | 5.09 | 4.88 | 4.69 | 4.50 | 4.33 | 4.17 | 4.02 | 3.79 | 3.65 | $a$ |

请你通过计算补全表格： $a =$ \_\_\_\_\_；

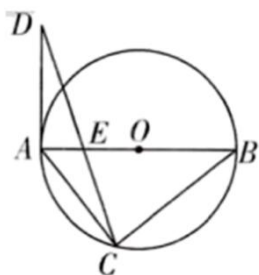
(2) 描点、连线：在平面直角坐标系  $xOy$  中，描出表中各组数值所对应的点  $(x, y)$ ，并画出函数  $y$  关于  $x$  的图像；



(3) 探究性质: 随着自变量  $x$  的不断增大, 函数  $y$  的变化趋势;

(4) 解决问题: 当  $AF = CD$  时,  $BD$  的长度大约是\_\_\_\_\_ cm. (结果保留两位小数)

26. 如图,  $\triangle ABC$  内接于  $\odot O$ ,  $AB$  是  $\odot O$  的直径,  $E$  为  $AB$  上一点,  $BE = BC$ , 延长  $CE$  交  $AD$  于点  $D$ ,  $AD = AC$ .



(1) 求证:  $AD$  是  $\odot O$  的切线;

(2) 若  $\tan \angle ACE = \frac{1}{3}$ ,  $OE = 3$ , 求  $BC$  的长.

27. 已知正方形  $ABCD$ ,  $E, F$  为平面内两点.

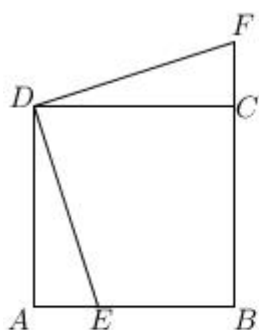


图1

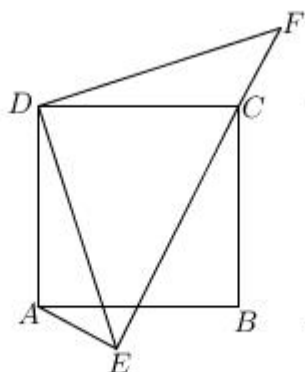


图2

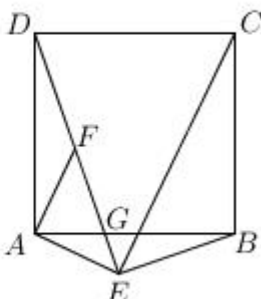


图3

### 【探究建模】

(1) 如图 1, 当点  $E$  在边  $AB$  上时,  $DE \perp DF$ , 且  $B, C, F$  三点共线. 求证:  $AE = CF$ ;

【类比应用】

(2) 如图 2, 当点  $E$  在正方形  $ABCD$  外部时,  $DE \perp DF$ ,  $AE \perp EF$ , 且  $E, C, F$  三点共线. 猜想并证明线段  $AE, CE, DE$  之间的数量关系;

【拓展迁移】

(3) 如图 3, 当点  $E$  在正方形  $ABCD$  外部时,  $AE \perp EC$ ,  $AE \perp AF$ ,  $DE \perp BE$ , 且  $D, F, E$  三点共线,  $DE$  与  $AB$  交于  $G$  点. 若  $DF = 3$ ,  $AE = \sqrt{2}$ , 求  $CE$  的长.

28. 如图 1, 二次函数  $y = a(x+3)(x-4)$  的图象交坐标轴于点  $A, B(0, -2)$ , 点  $P$  为  $x$  轴上一动点.

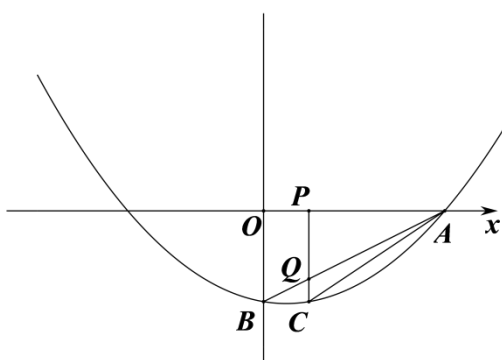


图1

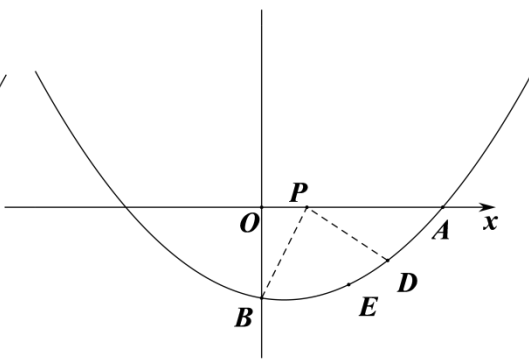


图2

(1) 求二次函数  $y = a(x+3)(x-4)$  的表达式;

(2) 过点  $P$  作  $PQ \perp x$  轴分别交线段  $AB$ , 抛物线于点  $Q, C$ , 连接  $AC$ . 当  $OP = 1$  时, 求  $\triangle ACQ$  的面积;

(3) 如图 2, 将线段  $PB$  绕点  $P$  逆时针旋转  $90^\circ$  得到线段  $PD$ .

①当点  $D$  在抛物线上时, 求点  $D$  的坐标;

②点  $E\left(2, -\frac{5}{3}\right)$  在抛物线上, 连接  $PE$ , 当  $PE$  平分  $\angle BPD$  时, 直接写出点  $P$  的坐标.

