

数 学

本试题卷共 6 页. 时量 120 分钟. 满分 120 分.

注意事项:

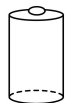
1. 答题前, 考生先将自己的姓名、准考证号写在答题卡和本试题卷上, 并认真核对条形码上的姓名、准考证号 and 相关信息;
2. 选择题部分请按题号用 2B 铅笔填涂方框, 修改时用橡皮擦干净, 不留痕迹;
3. 非选择题部分请按题号用 0.5 毫米黑色墨水签字笔书写, 否则作答无效;
4. 在草稿纸、试题卷上作答无效;
5. 请勿折叠答题卡, 保持字体工整、笔迹清晰、卡面清洁;
6. 答题卡上不得使用涂改液、涂改胶和贴纸.

一、选择题: 本题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

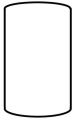
1. 某品牌三角板的售价是每副 3 元, 则买 a 副这样的三角板需要 ()

A. $3a$ 元 B. $(3+a)$ 元 C. a^3 元 D. $\frac{a}{3}$ 元

2. 如图, 该电池的主视图是 ()



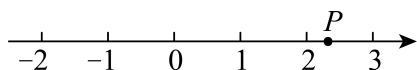
主视方向

A.  B.  C.  D. 

3. 水的化学式是 H_2O , 其中氢元素的化合价是 +1, 氧元素的化合价是 -2. 计算 $(+1) \times 2 + (-2)$ 的结果是 ()

A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

4. 已知点 P 在数轴上的位置如图所示, 则点 P 表示的数可能是 ()



A. $\frac{4}{3}$ B. $\sqrt{2}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $\sqrt{5}$

5. 已知 $a > 0$, $b > 0$, 且 $(ab)^n = a^2b^2$, 则 n 的值是 ()

A. -2 B. 2 C. 3 D. 4

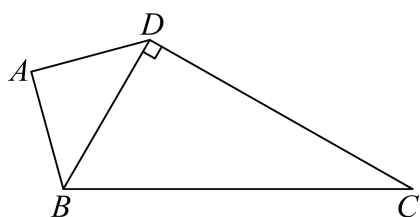
6. 若 $x = 1$ 是分式方程 $\frac{2x+a}{x} = 3$ 的解, 则 a 的值是 ()

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

7. 在四张完全相同的卡片正面分别印上“湘剧”“花鼓戏”“阳戏”“祁剧”的非遗知识, 将其背面朝上洗匀后随机抽取一张, 恰好抽中“湘剧”卡片的概率为 ()

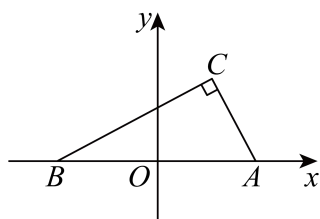
- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{3}{4}$

8. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, 连接 BD . 若 $\angle A = \angle BDC = 90^\circ$, $\angle C = 30^\circ$, $AB = AD$, 则下列说法正确的是 ()



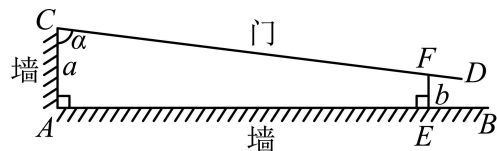
- A. $BC = 2AD$ B. $\angle ADC = 135^\circ$ C. $AD \parallel BC$ D. BD 平分 $\angle ABC$

9. 如图, 在平面直角坐标系中, 直角三角形 ABC 的斜边 AB 经过原点 O , 连接 OC . 已知 $OA = OC$, 若点 A 的坐标为 $(1, 0)$, 则点 B 的坐标为 ()



- A. $(-1, 0)$ B. $(0, -1)$ C. $(0, 1)$ D. $(-\sqrt{2}, 0)$

10. 门与两面墙的平面示意图如图所示, 墙 AC 与 AB 垂直, 门 CD 可绕 C 旋转, F 是门 CD 与门吸 EF 的接触点 (门吸指门页打开后吸住定位的装置), $EF \perp AB$ 于点 E . 已知 $AC = a$, $EF = b$, $\angle ACF = \alpha$, 且 $a > b$, 则门吸 EF 离墙 AC 的距离 AE 为 ()



- A. $a \cdot \tan \alpha$ B. $(a-b) \sin \alpha$ C. $(a-b) \cos \alpha$ D. $(a-b) \tan \alpha$

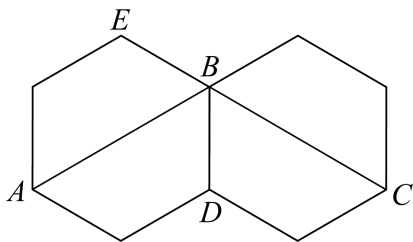
二、填空题: 本题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分.

11. 化简: $3a + 2a =$ _____

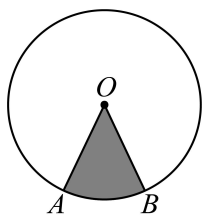
12. 因式分解: $t^2 - 25 =$ _____

13. 已知 $x^2 - 4x = 0$, 则代数式 $2x^2 - 8x + 2026$ 的值是_____.

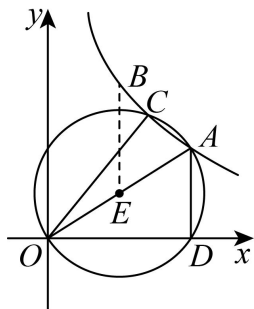
14. 如图, BD 是两个正六边形的公共边, A 和 C 是离 B 最远的顶点, 则 $\angle ABC =$ _____°.



15. 如图, $\odot O$ 的半径为 6, 若它的周长等于弧 AB 的长的 6 倍, 则阴影部分的面积为_____.



16. 如图, A, B, C 是反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0, x > 0)$ 图象上三个不同的点, $AD \perp x$ 轴于点 D .



(1) 若 C 在 $\triangle OAD$ 的外接圆上, 且 A 点的坐标是 $(4, 2)$, 则 $\tan \angle OCD =$ _____;

(2) 设 E 是线段 OA 的中点, 且 $BE \parallel y$ 轴. 若 $BE = mAD$, 则 $m =$ _____.

三、解答题: 本题共 8 小题, 共 72 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或推导步骤.

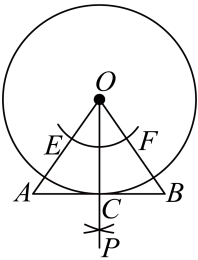
17. 计算: $2\sin 30^\circ + |-3| + 2^2$.

18. 解不等式组:
$$\begin{cases} x - 2 > 1 \text{ ①} \\ 2(x + 1) > 4 \text{ ②} \end{cases}$$

19. 我国已有三代治沙人致力于沙漠改造, 他们采用科学治沙、绿色发展的理念开展治沙工作, 治沙效果大幅提升, 某地区三代治沙人共完成治沙面积 29 万亩, 比第一代治沙人治沙面积的 3 倍还多 5 万亩, 求第一代治沙人的治沙面积.

20. 如图, 在等腰 $\triangle OAB$ 中, $OA = OB$. 在 OA 上取一点 E , 以 O 为圆心, OE 的长为半径画弧, 交 OB 于

点 F ；分别以 E, F 为圆心，大于 $\frac{1}{2}EF$ 的长为半径画弧，在 $\angle AOB$ 内两弧交于点 P ；作射线 OP 交 AB 于点 C ；以 O 为圆心， OC 的长为半径作 $\odot O$ 。



- (1) 求证： AB 与 $\odot O$ 相切；
- (2) 已知 $OA=10, AB=12$ ，求 $\odot O$ 的半径.

21. 科技创新，从“小”做起、某校举办校园科技节活动，为了解学生选择参与的科技活动项目的情况，随机抽取若干名学生进行问卷调查、所有问卷全部回收且有效，并对所得数据进行整理、部分信息如下：

调查问卷	整理与描述										
学生选择参与的科技活动项目调查问卷 你选择参与的科技活动项目是（ ）（单选题） A. 小发明 B. 小制作 C. 小实验 D. 小论文	学生选择参与的科技活动项目统计图 <table border="1"> <caption>学生选择参与的科技活动项目统计图数据</caption> <thead> <tr> <th>项目</th> <th>人数/人</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>A</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>B</td> <td>50</td> </tr> <tr> <td>C</td> <td>25</td> </tr> <tr> <td>D</td> <td>15</td> </tr> </tbody> </table>	项目	人数/人	A	5	B	50	C	25	D	15
项目	人数/人										
A	5										
B	50										
C	25										
D	15										

请根据上述信息，回答下列问题：

- (1) 本次问卷调查中，参与调查的学生有____人；
- (2) 在扇形统计图中，项目 C 对应的圆心角的度数为____；
- (3) 请补全条形统计图；
- (4) 若该校有1200名学生，选择参与“小论文”项目的学生可能会被推荐为科技活动宣传员，请估计该校可能会被推荐为科技活动宣传员的学生人数；
- (5) 该学校准备给四个科技活动项目设置 80 个奖励名额，请你根据统计结果，合理分配每个活动项目的奖励名额.

22. 某中学为了满足更多学生的阅读需求，决定对阅读室现有的桌椅摆放进行调整.

【数据收集】

图1是每套桌椅摆放示意图，桌面是边长为1.2米的正方形 $ABCD$ ，座椅预留活动空间为四个以桌边为斜边

的等腰直角三角形. 如图2, 该阅读室摆放了5行8列共40套桌椅 (阅读室门窗不影响桌椅摆放, 未绘制), 桌边平行于墙面, 相邻两排桌椅间的过道宽度均为0.6米, 靠墙座椅预留活动空间的直角顶点与墙壁无间隙.

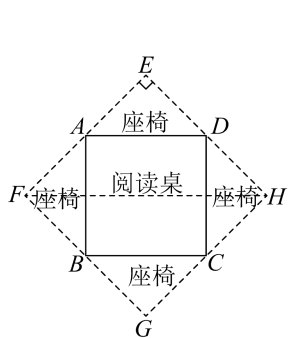


图1

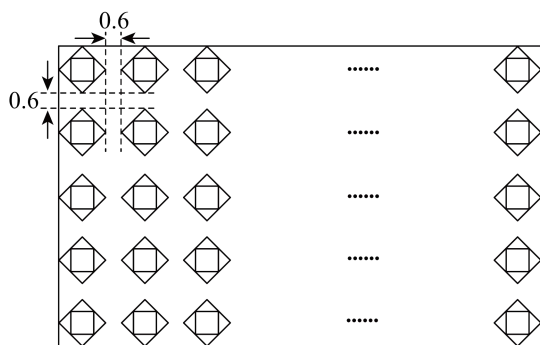


图2

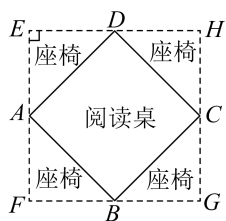


图3

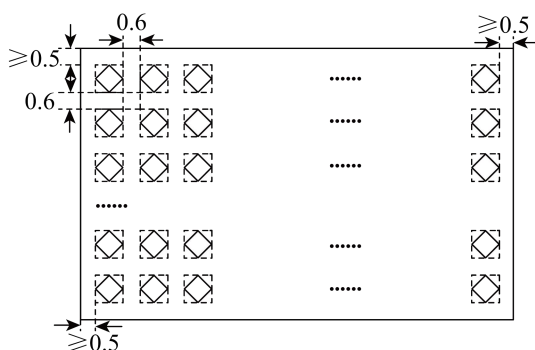


图4

(1) 如图1, 连接 FH , 则 $FH =$ _____ 米, 取 $\sqrt{2} \approx 1.414$, $EH \approx$ _____ 米 (结果保留一位小数);

(2) 求阅读室的长与宽;

【问题解决】

(3) 调整桌椅摆放方向如图3所示 (EH 平行于墙面), 阅读室可以容纳更多套桌椅. 如图4, 相邻两排桌椅间的过道宽度仍为0.6米, 靠墙过道的宽度不低于0.5米, 请利用前面的计算结果, 判断阅读室能否摆下60套桌椅, 并说明理由.

23. 如图1, 公路 l_1 与铁路 l_2 垂直交汇于河岸 O 点处, 公路 l_1 与河岸的另一交点为 A , 其中河岸 OCB 段为抛物线的一部分, AB 段为线段, $OA = 7\text{km}$, $AB = 5\text{km}$, 点 B 到公路 l_1 的距离 $BD = 3\text{km}$, 抛物线的顶点 C 到公路 l_1 与铁路 l_2 的距离分别为 4km 与 2km . 当地政府为了振兴乡村经济, 拟开发河道与公路 l_1 围成的区域, 用于生态放牧. 为了放牧安全, 准备用栅栏与河道围成封闭区域, 如图2, 栅栏 EF 紧挨公路 l_1 (与公路 l_1 的距离忽略不计), 栅栏 $EH \perp EF$, 点 H 在该段抛物线上; 栅栏 $FG \perp EF$, 点 G 在线段 AB 上. 以点 O 为坐标原点, 直线 l_1 与 l_2 分别为 x 轴与 y 轴, 规定1个单位长度为 1km , 建立平面直角坐标系.

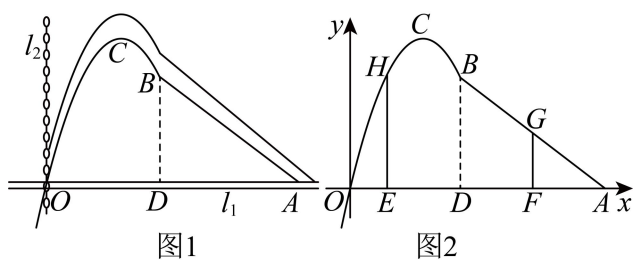


图1

图2

- (1) 请直接写出点 B 的坐标;
- (2) 分别求直线 AB 与抛物线 OCB 的函数表达式 (不要求写出自变量的取值范围);
- (3) 点 E 到铁路 l_2 的距离小于 1.5km , $EH = 2FG$, 已知建 1km 长栅栏的各项开支为 2 万元, 建完栅栏需花费 17 万元. 求栅栏 EH 到铁路 l_2 的距离.

24. 【问题背景】

如图1, 给定平行四边形 $ABCD$, 点 P 是 AD 边上不与 A , D 重合的一动点. 如图2, 作 $\triangle XYZ$, 使得 $XY = AD$, 且当点 P 运动时, 保持 $\angle X = \angle ABP$, $\angle Y = \angle DCP$.

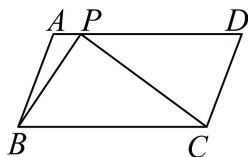


图1

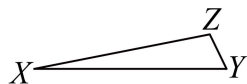


图2

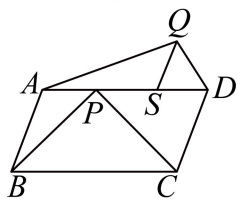


图3

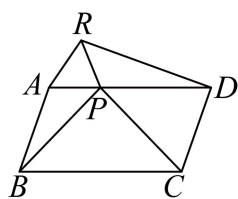


图4

【动手操作】

将 $\triangle XYZ$ 拼接于平行四边形 $ABCD$ 的上方:

操作一: 如图3, 使点 X 与 A 重合, 点 Y 与 D 重合, 将此时的 Z 点记为 Q , 作 $QS \parallel AB$ 交 AD 于点 S ;

操作二: 如图4, 使点 X 与 D 重合, 点 Y 与 A 重合, 将此时的 Z 点记为 R , 连接 RP .

【问题解决】

- (1) 如图1, 当 $\angle BPC = 80^\circ$ 时, $\angle APB + \angle DPC = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$;
- (2) 如图3, 从结论①, ②中选一个给出证明;
① $\triangle ASQ \sim \triangle BAP$, ② $\triangle DSQ \sim \triangle CDP$;
- (3) 如图3, 在点 P 运动过程中, 探究线段 AP 与线段 DS 的数量关系, 并说明理由;
- (4) 如图4, 设 $AD = 4$, $AB = 3$, 当点 P 运动时, 求 $PR + PD$ 的最大值.

