

2025 年长沙市初中学业水平考试试卷

数学

注意事项:

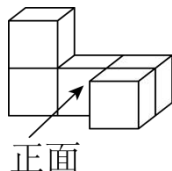
1. 答题前, 请考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚, 并认真核对条形码上的姓名、准考证号、考场和座位号;
2. 必须在答题卡上答题, 在草稿纸、试题卷上答题无效;
3. 答题时, 请考生注意各大题题号后面的答题提示;
4. 请勿折叠答题卡, 保持字体工整、笔迹清晰、卡面清洁;
5. 答题卡上不得使用涂改液、涂改胶和贴纸;
6. 本学科试卷共 25 个小题, 考试时量 120 分钟, 满分 120 分.

一、选择题 (在下列各题的四个选项中, 只有一项是符合题意的. 请在答题卡中填涂符合题意的选项. 本大题共 10 个小题, 每小题 3 分, 共 30 分)

1. 人类探索浩瀚宇宙的步伐从未停止, 天文学家已经探明一年之中地球与太阳之间的距离随时间变化而变化, 地球与太阳之间的平均距离约为 149600000km , 用科学记数法将数据 149600000 表示为 ()

- A. 1.496×10^9 B. 1.496×10^8 C. 1.496×10^7 D. 14.96×10^7

2. 下图是由五个大小相同的正方体搭成的几何体, 它的左视图是 ()



- A.  B.  C.  D. 

3. 在实际生活中, 常用正数、负数表示具有相反意义的量. 如果把向东走 80 米记作 $+80$ 米, 那么向西走 60 米记作 ()

- A. -60 米 B. -80 米 C. $+90$ 米 D. $+60$ 米

4. 下列运算正确的是 ()

- A. $2a + a^2 = 2a^3$ B. $6a^2b + a = 6b$
C. $(ab)^7 = a^7b^7$ D. $\sqrt{19} - \sqrt{6} = \sqrt{13}$

5. 2020 年, 我国承诺, 力争于 2030 年前实现“碳达峰”, 2060 年前实现“碳中和”. 倡导低碳生活是每

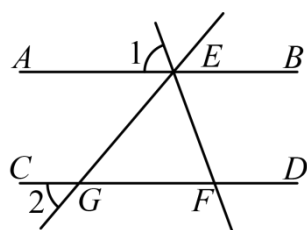
个公民的社会责任. 某班环保小组为了解同学们去年各自家庭月平均“碳足迹”的情况, 收集了本组 8 名同学的家庭月平均用电产生的耗碳量 (单位: 千克) 数据, 依次为: 76, 78, 77, 79, 78, 75, 78, 80. 则这组数据的众数是 ()

- A. 77 B. 78 C. 79 D. 80

6. 智慧农业广泛应用智能机器人. 某品牌智能机器人的一个机械手平均每分钟采摘 10 个苹果. 若该机器人搭载 m 个机械手 ($m > 1$), 则该机器人平均每分钟采摘的苹果个数为 ()

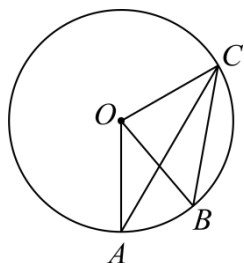
- A. $6m$ B. $m+10$ C. $60m$ D. $10m$

7. 如图, $AB \parallel CD$, 直线 EF 与直线 AB , CD 分别交于点 E , F , 直线 EG 与直线 CD 交于点 G . 若 $\angle 1 = 70^\circ$, $\angle 2 = 50^\circ$, 则 $\angle GEF$ 的度数为 ()



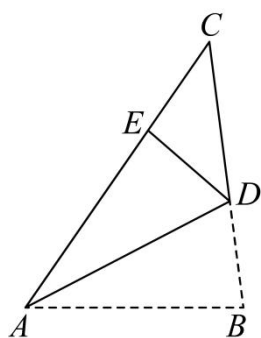
- A. 50° B. 60° C. 65° D. 70°

8. 如图, AC , BC 为 $\odot O$ 的弦, 连接 OA , OB , OC . 若 $\angle AOB = 40^\circ$, $\angle OCA = 30^\circ$, 则 $\angle BCO$ 的度数为 ()



- A. 40° B. 45° C. 50° D. 55°

9. 如图, 将 $\triangle ABC$ 沿折痕 AD 折叠, 使点 B 落在 AC 边上的点 E 处, 若 $AB = 4$, $BC = 5$, $AC = 6$, 则 $\triangle CDE$ 的周长为 ()



- A. 5 B. 6 C. 6.5 D. 7

10. 中国式现代化取得了彪炳史册的伟大成就，极大地提升了我国的综合国力与国际影响力。据世界银行公布的 2024 年各国 GDP 数据，可知 2024 年中国 GDP 总量为 18.53 万亿美元。

附：世界银行公布的 2024 年 GDP 排名前 20 名的部分国家数据表

国家	GDP 总量（单位：万亿美元）	国家	GDP 总量（单位：万亿美元）
德国	4.59	巴西	2.33
印度	3.93	俄罗斯	2.05
英国	3.49	韩国	1.76
法国	3.13	瑞士	0.93

预计 2025 年中国 GDP 总量的增长率为 5% 左右，请你根据以上信息估算：

2025 年中国 GDP 的增长量与下列哪个国家 2024 年 GDP 总量最接近？（ ）

- A. 法国 B. 瑞士 C. 巴西 D. 英国

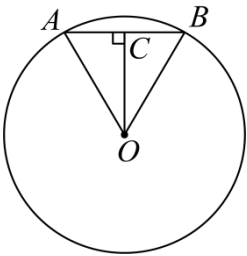
二、填空题（本大题共 6 个小题，每小题 3 分，共 18 分）

11. 分解因式： $mx - 2my =$ _____.

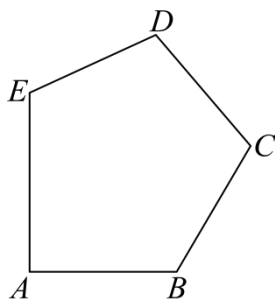
12. 为了解某校学生利用全国中小学智慧教育平台辅助学习的情况，从该校全体 3600 名学生中，随机调查了 100 名学生，统计结果显示仅有 3 名学生从未使用该平台辅助学习。由此，估计该校全体学生中，从未使用该平台辅助学习的学生有 _____ 名。

13. 分式方程 $\frac{3}{x+1} = \frac{2}{2x-1}$ 的解为 _____.

14. 如图，AB 为 $\odot O$ 的弦， $OC \perp AB$ 于点 C，连接 OA，OB，若 $AB = OA$ ， $AC = 3$ ，则 OA 的长为 _____.



15. 如图，五边形 ABCDE 中， $\angle B = 120^\circ$ ， $\angle C = 110^\circ$ ， $\angle D = 105^\circ$ ，则 $\angle A + \angle E =$ _____ $^\circ$.



16. 衣服穿戴整不整齐，系好第一粒扣子很重要．青少年迈开人生第一步就要走正道，要严格遵守国家法律法规．同样的道理，学习数学首先就必须遵守数学中的基本法则．

例如：下面命题的推理过程所得出的错误结论就是由于不遵守数学的基本法则导致的．

命题：如果 a, b, c 为实数，且满足 $a + b = -c$ ．那么 $2 = 1$ ．

推理过程如下：

第一步：根据上述命题条件有 $a + b = -c$ ； ①

第二步：根据七年级学过的整式运算法则有 $a = 2a - a, b = 2b - b, c = 2c - c$ ； ②

第三步：把②代入①，可得 $(2a - a) + (2b - b) = -(2c - c)$ ； ③

第四步：把③两边利用移项、去括号法则、加法交换律等，变形可得 $2(a + b + c) = (a + b + c)$ ； ④

第五步：把④两边同时除以 $(a + b + c)$ ，得 $2 = 1$ ． ⑤

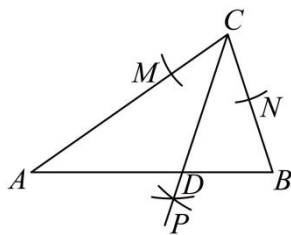
请你判断上述推理过程中，第_____步是错误的，它违背了数学的基本法则．

三、解答题 (本大题共 9 个小题，第 17、18、19 题每小题 6 分，第 20、21 题每小题 8 分，第 22、23 题每小题 9 分，第 24、25 题每小题 10 分，共 72 分．解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

17. 计算： $\left| 2\sqrt{2} - 1 \right| + \left(\frac{1}{5} \right)^{-1} - (\sqrt{3})^2 - (\pi - 2028)^0$ ．

18. 解不等式组：
$$\begin{cases} 1 + 2x > x - 6, \\ 4x \leq 3x + 2. \end{cases}$$

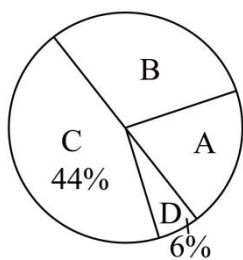
19. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC, \angle B = 72^\circ$ ，以点 C 为圆心，适当长为半径作弧，交 CA 于点 M ，交 CB 于点 N ，再分别以点 M, N 为圆心，大于 $\frac{1}{2}MN$ 的长度为半径作弧，两弧相交于点 P ，作射线 CP 交 AB 于点 D ．



- (1) 求 $\angle BCD$ 的度数;
- (2) 若 $BC = 2.5$, 求 AD 的长.

20. 2025 年 5 月 18 日, 湖南省第三届大中小学阅读教育论坛在长沙举行. 论坛聚焦美育与阅读融合. 为探索美育与阅读融合的新路径, 某校举行了以“美育与阅读融合”为主题的知识竞赛, 竞赛成绩以等级式呈现, 随机抽取了部分参赛学生的成绩进行统计, 得到如下两幅待完善的统计图表. (A 代表优秀、 B 代表良好、 C 代表一般、 D 代表合格.)

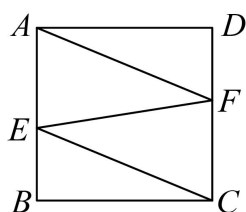
等级	频数	频率
A	20	m
B	30	0.30
C	n	0.44
D	6	0.06



根据图表中所给信息, 解答下列问题:

- (1) 本次调查随机抽取了_____名学生的成绩; 表中 $m =$ _____, $n =$ _____;
- (2) 在扇形统计图中, “ A 等” 所对应的扇形的圆心角为_____度;
- (3) 若该校八年级一班和二班恰好各有 2 名学生的参赛成绩是 “ A 等”, 从这 4 名学生中随机抽取 2 名学生参加以 “美育与阅读融合” 为主题的校级阅读分享活动, 请用列表法或树状图法求选出的 2 名学生恰好来自同一个班级的概率.

21. 如图, 正方形 $ABCD$ 中, 点 E, F 分别在 AB, CD 上, 且 $BE = DF$.



(1) 求证：四边形 $AECF$ 是平行四边形；

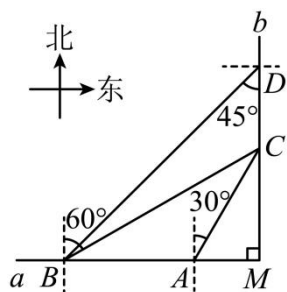
(2) 连接 EF ，若 $BC = 12$ ， $BE = 5$ ，求 EF 的长.

22. 为落实科技兴农政策，某乡办食品企业应用新科技推动农产品由粗加工向精加工转变. 根据市场需求，该食品企业将收购的农产品加工成 A ， B 两种等级的农产品对外销售，已知销售 6 千克 A 等级农产品和 4 千克 B 等级农产品共收入 112 元，销售 4 千克 A 等级农产品和 2 千克 B 等级农产品共收入 68 元. (不考虑加工损耗)

(1) 求每千克 A 等级农产品和每千克 B 等级农产品的销售单价分别为多少元？

(2) 若该食品企业以每千克 8 元购进 6000 千克农产品，全部加工后对外销售，要求总利润不低于 16000 元，则至少需加工 A 等级农产品多少千克？

23. 如图，某景区内两条互相垂直的道路 a ， b 交于点 M ，景点 A ， B 在道路 a 上，景点 C 在道路 b 上. 为了进一步提升景区品质，景区管委会在道路 b 上又开发了风景优美的景点 D . 经测得景点 C 位于景点 B 的北偏东 60° 方向上，位于景点 A 的北偏东 30° 方向上，景点 B 位于景点 D 的南偏西 45° 方向上. 已知 $AB = 800\text{m}$.



(1) 求 $\angle ACB$ 的度数；

(2) 求景点 C 与景点 D 之间的距离. (结果保留根号)

24. 我们约定：当 x_1, y_1, x_2, y_2 满足 $(x_1 + y_2)^2 + (x_2 + y_1)^2 = 0$ ，且 $x_1 + y_1 \neq 0$ 时，称点 (x_1, y_1) 与点 (x_2, y_2) 为一对“对偶点”. 若某函数图象上至少存在一对“对偶点”，就称该函数为“对偶函数”. 请你根据该约定，解答下列问题：

(1) 请你判断下列说法是否正确 (在题后相应的括号中，正确的打“√”，错误的打“×”)：

① 函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 是非零常数) 的图象上存在无数对“对偶点”； ()

② 函数 $y = -2x + 1$ 一定不是“对偶函数”； ()

③函数 $y = x^2 + x - 1$ 的图象上至少存在两对“对偶点”. ()

(2) 若关于 x 的一次函数 $y = k_1x + b_1$ 与 $y = k_2x + b_2$ (b_1, b_2 都是常数, 且 $b_1 \cdot b_2 < 0$) 均是“对偶函数”, 求这两个函数的图象分别与两坐标轴围成的平面图形的面积之和;

(3) 若关于 x 的二次函数 $y = 2ax^2 - 1$ 是“对偶函数”, 求实数 a 的取值范围.

25. 如图 1, 点 O 是以 AB 为直径的半圆的圆心, AD 与 BC 均为该半圆的切线, C, D 均为直径 AB 上方的动点, 连接 CD , 且始终满足 $CD = AD + BC$.

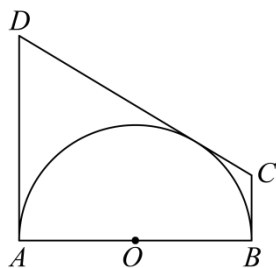


图1

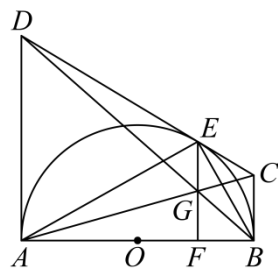


图2

(1) 求证: CD 与该半圆相切;

(2) 当半径 $r = \sqrt{2}$ 时, 令 $AD = a$, $BC = b$, $m = \frac{2}{2+a} + \frac{2}{2+b}$, $n = \frac{a}{1+a} + \frac{b}{1+b}$, 比较 m 与 n 的大

小, 并说明理由;

(3) 在 (1) 的条件下, 如图 2, 当半径 $r = 1$ 时, 若点 E 为 CD 与该半圆的切点, AC 与 BD 交于点 G ,

连接 EG 并延长交 AB 于点 F , 连接 AE , BE , 令 $EG = x$, $\frac{4}{AE \cdot BE} + \frac{1}{FG} + CD = y$, 求 y 关于 x 的函

数解析式. (不考虑自变量 x 的取值范围)