

2025 年湖南省初中学业水平考试

数学

一. 选择题 (共 10 小题)

1. 下列四个数中, 最大的数是 ()

- A. 3.5 B. $\sqrt{2}$ C. 0 D. -1

2. 武术是我国传统的体育项目. 下列武术动作图形中, 是轴对称图形的是 ()



3. 某校开展了五类社团活动: 舞蹈、篮球、口风琴、摄影、戏剧, 现从中随机抽取一类社团活动进行展示, 则抽中戏剧类社团活动的概率是 ()

- A. $\frac{2}{5}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{5}$

4. 计算 $a^3 \cdot a^4$ 的结果是 ()

- A. $2a^7$ B. a^7 C. $2a^4$ D. a^{12}

5. 将分式方程 $\frac{1}{x} = \frac{2}{x+1}$ 去分母后得到的整式方程为 ()

- A. $x+1=2x$ B. $x+2=1$ C. $1=2x$ D. $x=2(x+1)$

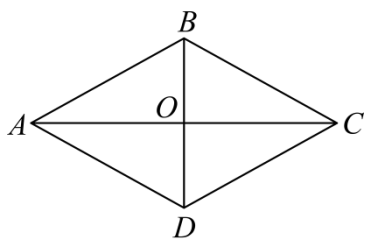
6. 在平面直角坐标系中, 将点 $P(-3, 2)$ 向右平移 3 个单位长度到 P_1 处, 则点 P_1 的坐标为 ()

- A. $(-6, 2)$ B. $(0, 2)$ C. $(-3, 5)$ D. $(-3, -1)$

7. 下列调查中, 适合采用全面调查的是 ()

- A. 了解某班同学的跳远成绩 B. 了解夏季冷饮市场上冰激凌的质量情况
C. 了解全国中学生的身高状况 D. 了解某批次汽车的抗撞击能力

8. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 与 BD 互相垂直平分, $AB=3$, 则四边形 $ABCD$ 的周长为 ()



A. 6

B. 9

C. 12

D. 18

9. 对于反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ ，下列结论正确的是 ()

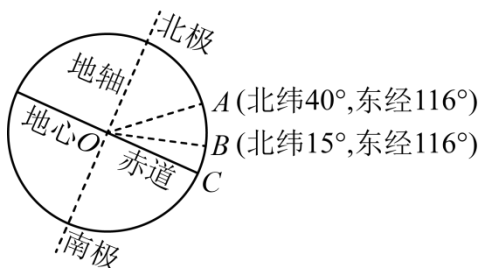
A. 在 $(2, 2)$ 在该函数的图象上

B. 该函数的图象分别位于第二、第四象限

C. 当 $x < 0$ 时， y 随 x 的增大而增大

D. 当 $x > 0$ 时， y 随 x 的增大而减小

10. 如图，北京市某处 A 位于北纬 40° (即 $\angle AOC = 40^\circ$)，东经 116° ，三沙市海域某处 B 位于北纬 15° (即 $\angle BOC = 15^\circ$)，东经 116° ；设地球的半径约为 R 千米，则在东经 116° 所在经线圈上的点 A 和点 B 之间的劣弧长约为 ()



A. $\frac{5}{72}\pi R$ (千米)

B. $\frac{1}{12}\pi R$ (千米)

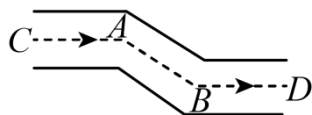
C. $\frac{5}{36}\pi R$ (千米)

D. $\frac{2}{9}\pi R$ (千米)

二. 填空题 (共 8 小题)

11. 如图，一条排水管连续两次转弯后又回到与原来相同的方向，若第一次转弯时 $\angle CAB = 145^\circ$ ，则

$\angle ABD = \underline{\hspace{2cm}}$.

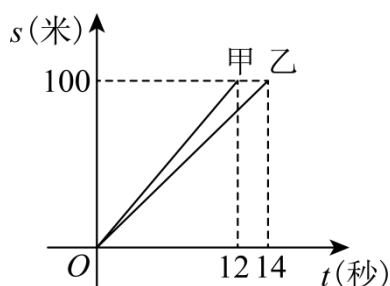


12. 化简 $\sqrt{12} = \underline{\hspace{2cm}}$.

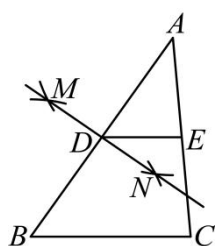
13. 因式分解: $a^2 + 13a = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 约分: $\frac{x^3y}{xy} = \underline{\hspace{2cm}}$;

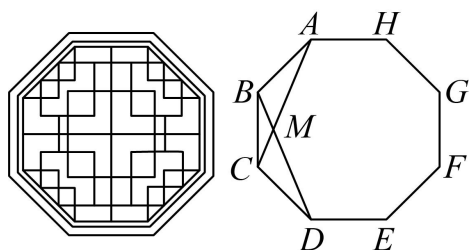
15. 甲、乙两人在一次 100 米赛跑比赛中, 路程 s (米) 与时间 t (秒) 的函数关系如图所示, 填_____ (“甲” 或 “乙”) 先到终点:



16. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $BC = 6$, 点 E 是 AC 的中点, 分别以点 A, B 为圆心, 以大于 $\frac{1}{2}AB$ 的长为半径画弧, 两弧相交于点 M, N , 直线 MN 交 AB 于点 D , 连接 DE , 则 DE 的长是_____.



17. 如图, 左图的传统建筑中的一种窗格, 右图为其窗框的示意图, 多边形 $ABCDEFGH$ 为正八边形, 连接 AC, BD , AC 与 BD 交于点 M , $\angle AMB =$ _____ $^\circ$.



18. 已知, a, b, c 是 $\triangle ABC$ 的三条边长, 记 $t = \left(\frac{a}{c}\right)^k + \left(\frac{b}{c}\right)^k$, 其中 k 为整数.

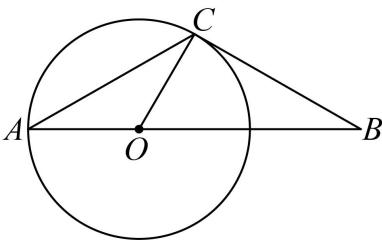
- (1) 若三角形为等边三角形, 则 $t =$ _____;
- (2) 下列结论正确的是_____ (写出所有正确的结论)
- ①若 $k = 2, t = 1$, 则 $\triangle ABC$ 为直角三角形
- ②若 $k = 1, a = \frac{1}{2}b + 2, c = 1$, 则 $5 < t < 11$
- ③若 $k = 1, t \leq \frac{5}{3}$, a, b, c 为三个连续整数, 且 $a < b < c$, 则满足条件的 $\triangle ABC$ 的个数为 7

三. 解答题 (共 8 小题)

19. 计算: $(-2025)^0 + |-1| - \tan 45^\circ$.

20. 先化简，再求值： $(x+2)(x-2)+x(1-x)$ ，其中 $x=6$.

21. 如图， $\triangle ABC$ 的顶点 A ， C 在 $\odot O$ 上， 圆心 O 在边 AB 上， $\angle ACB=120^\circ$ ， BC 与 $\odot O$ 相切与点 C ， 连接 OC .



- (1) 求 $\angle ACO$ 的度数；
- (2) 求证： $AC=BC$.
22. 同学们准备在劳动课上制作艾草香包，需购买 A ， B 两种香料. 已知 A 种材料的单价比 B 种材料的单价多 3 元， 且购买 4 件 A 种材料与购买 6 件 B 种材料的费用相等.
- (1) 求 A 种材料和 B 种材料的单价；
- (2) 若需购买 A 种材料和 B 种材料共 50 件， 且总费用不超过 360 元， 则最多能购买 A 种材料多少件？
23. 为了解某校七、八年级学生在某段时间内参加公益活动次数（单位： 次） 的情况， 从这两个年级中各随机抽取 20 名学生进行调查. 已知这两个年级的学生人数均为 200 人.

对抽取的七年级学生在此段时间内参加公益活动次数的统计结果如下：

平均数	方差
6.2	1.46

同时对抽取的八年级学生的调查数据进行如下统计分析.

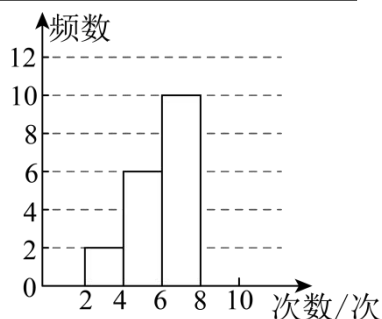
【收集数据】 从八年级抽取的学生在此段时间内参加公益活动次数如下：

9 8 6 10 8 8 7 3 6 7
7 5 8 4 8 5 7 6 8 6

【整理数据】 结果如表：

次数 x 分组	画记	频数
$2 < x \leq 4$	T	2
$4 < x \leq 6$	正一	6

$6 < x \leq 8$	正正	10
$8 < x \leq 10$		



【分析数据】数据的平均数是6.8，方差是2.76.

【解决问题】答下列问题:

- (1) 请补全频数分布表和频数分布直方图;
- (2) 请估计该校八年级学生在此段时间内参加公益活动次数超过6次的人数;
- (3) 请从平均数、方差两个量中任选一个, 比较该校七、八年级学生在此段时间内参加公益活动次数的情况.

24. 如图, 某处有一个晾衣装置, 固定立柱 AB 和 CD 分别垂直地面水平线 l 于点 B , D , $AB = 19$ 分米, $CD > AB$. 在点 A , C 之间的晾衣绳上有固定挂钩 E , $AE = 13$ 分米, 一件连衣裙 MN 挂在点 E 处 (点 M 与点 E 重合), 且直线 $MN \perp l$.

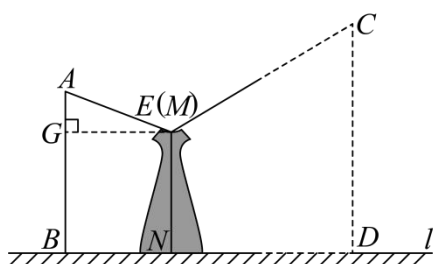


图1

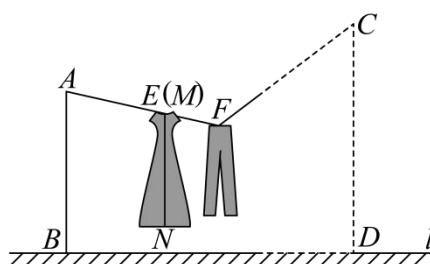


图2

- (1) 如图1, 当该连衣裙下端点 N 刚好接触到地面水平线 l 时, 点 E 到直线 AB 的距离 EG 等于12分米, 求该连衣裙 MN 的长度;
- (2) 如图2, 为避免该连衣裙接触到地面, 在另一端固定挂钩 F 处再挂一条长裤 (点 F 在点 E 的右侧), 若 $\angle BAE = 76.1^\circ$, 求此时该连衣裙下端 N 点到地面水平线 l 的距离约为多少分米? (结果保留整数, 参考数据: $\sin 76.1^\circ \approx 0.97$, $\cos 76.1^\circ \approx 0.24$, $\tan 76.1^\circ \approx 4.04$)

25. 【问题背景】

如图1, 在平行四边形纸片 $ABCD$ 中, 过点 B 作直线 $l \perp CD$ 于点 E , 沿直线 l 将纸片剪开, 得到 $\triangle B_1C_1E_1$

和四边形 $ABED$ ，如图 2 所示.

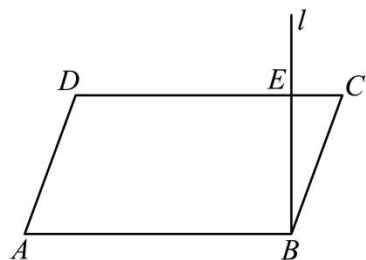


图1

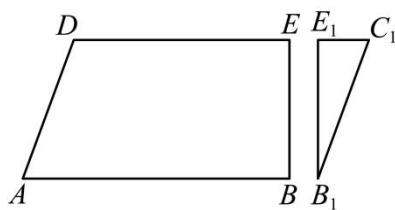


图2

【动手操作】

现将三角形纸片 $B_1C_1E_1$ 和四边形纸片 $ABED$ 进行如下操作（以下操作均能实现）

①将三角形纸片 $B_1C_1E_1$ 置于四边形纸片 $ABED$ 内部，使得点 B_1 与点 B 重合，点 E_1 在线段 AB 上，延长 BC_1 交线段 AD 于点 F ，如图 3 所示；

②连接 CC_1 ，过点 C 作直线 $CN \perp CD$ 交射线 EE_1 于点 N ，如图 4 所示；

③在边 AB 上取一点 G ，分别连接 BD ， DG ， FG ，如图 5 所示.

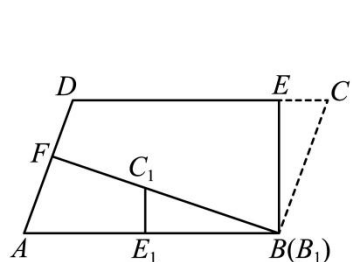


图3

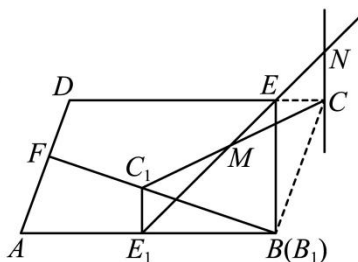


图4

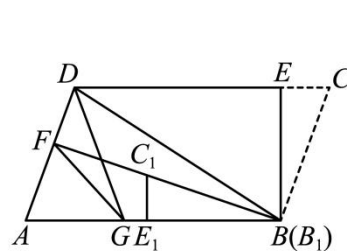


图5

【问题解决】

请解决下列问题:

(1) 如图 3，填空: $\angle A + \angle ABF = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$;

(2) 如图 4，求证: $\triangle CNM \cong \triangle C_1E_1M$;

(3) 如图 5. 若 $AB = 2AD = 2\sqrt{7}AF$ ， $\angle AGD = 60^\circ$ ，求证: $FG \parallel BD$.

26. 如图，已知二次函数 $y = ax(x-4)$ ($a \neq 0$) 的图象过点 $A(2,2)$ ，连接 OA 点 $P(x_1, y_1)$ ， $Q(x_2, y_2)$ ，

$R(x_3, y_3)$ ，是此二次函数图象上的三个动点，且 $0 < x_3 < x_1 < x_2 < 2$ ，过点 P 作 $PB \parallel y$ 轴交线段 OA 于点 B .

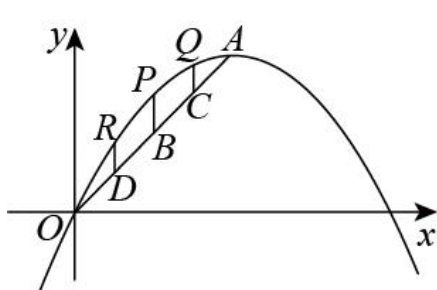


图1

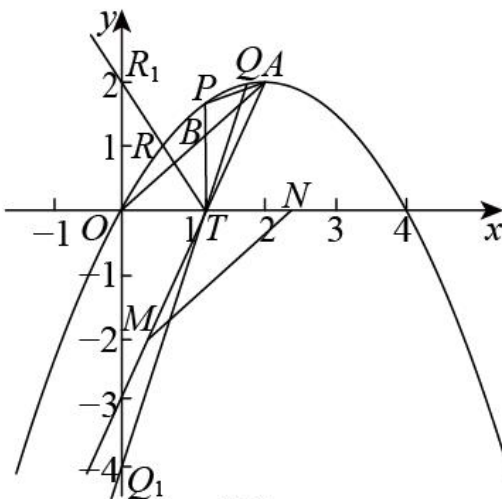


图2

(1) 求此二次函数的表达式;

(2) 如图 1, 点 C 、 D 在线段 OA 上, 且直线 QC 、 RD 都平行于 y 轴, 请你从下列两个命题中选择一个进行解答:

①当 $PB > QC$ 时, 求证: $x_1 + x_2 > 2$;

②当 $PB > RD$ 时, 求证: $x_1 + x_3 < 2$;

(3) 如图, 若 $x_2 = \frac{3}{2}x_1$, $x_3 = \frac{1}{2}x_1$, 延长 PB 交 x 轴于点 T , 射线 QT 、 TR 分别与 y 轴交于点 Q_1 , R_1 , 连接 AP , 分别在射线 AT 、 x 轴上取点 M 、 N (点 N 在点 T 的右侧), 且 $\angle AMN = \angle PAO$, $MN = 2\sqrt{2}$. 记 $t = R_1Q_1 - ON$, 试探究: 当 x_1 为何值时, t 有最大值? 并求出 t 的最大值.