

# 2024 年长沙市初中学业水平考试试卷

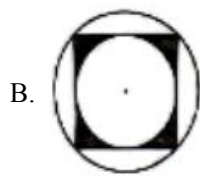
## 数学

注意事项:

1. 答题前, 请考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚, 并认真核对条形码上的姓名、准考证号、考场和座位号;
2. 必须在答题卡上答题, 在草稿纸、试题卷上答题无效;
3. 答题时, 请考生注意各大题题号后面的答题提示;
4. 请勿折叠答题卡, 保持字体工整、笔迹清晰、卡面清洁;
5. 答题卡上不得使用涂改液、涂改胶和贴纸;
6. 本学科试卷共 25 个小题, 考试时量 120 分钟, 满分 120 分.

一、选择题 (在下列各题的四个选项中, 只有一项是符合题意的. 请在答题卡中填涂符合题意的选项. 本大题共 10 个小题, 每小题 3 分, 共 30 分)

1. 下列图形中, 既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ( )



2. 我国近年来大力推进国家教育数字化战略行动, 截至 2024 年 6 月上旬, 上线慕课数量超过 7.8 万门, 学习人次达 1290000000 建设和应用规模居世界第一. 用科学记数法将数据 1290000000 表示为 ( )

- A.  $1.29 \times 10^8$       B.  $12.9 \times 10^8$       C.  $1.29 \times 10^9$       D.  $129 \times 10^7$

3. “玉兔号”是我国首辆月球车, 它和着陆器共同组成“嫦娥三号”探测器. “玉兔号”月球车能够耐受月球表面的最低温度是  $-180^{\circ}\text{C}$ 、最高温度是  $150^{\circ}\text{C}$ , 则它能够耐受的温差是 ( )

- A.  $-180^{\circ}\text{C}$       B.  $150^{\circ}\text{C}$       C.  $30^{\circ}\text{C}$       D.  $330^{\circ}\text{C}$

4. 下列计算正确的是 ( )

- A.  $x^6 \div x^4 = x^2$       B.  $\sqrt{5} + \sqrt{6} = \sqrt{11}$       C.  $(x^3)^2 = x^5$       D.  $(x+y)^2 = x^2 + y^2$

5. 为庆祝五四青年节, 某学校举办班级合唱比赛, 甲班演唱后七位评委给出的分数为: 9.5, 9.2, 9.6, 9.4, 9.5, 8.8, 9.4, 则这组数据的中位数是 ( )

- A. 9.2      B. 9.4      C. 9.5      D. 9.6

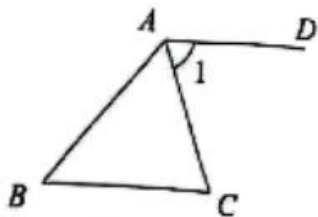
6. 在平面直角坐标系中, 将点  $P(3,5)$  向上平移 2 个单位长度后得到点  $P'$  的坐标为 ( )

- A.  $(1,5)$       B.  $(5,5)$       C.  $(3,3)$       D.  $(3,7)$

7. 对于一次函数  $y = 2x - 1$ , 下列结论正确的是 ( )

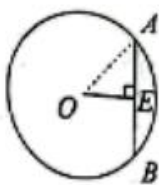
- A. 它的图象与  $y$  轴交于点  $(0, -1)$       B.  $y$  随  $x$  的增大而减小
- C. 当  $x > \frac{1}{2}$  时,  $y < 0$       D. 它的图象经过第一、二、三象限

8. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle BAC = 60^\circ$ ,  $\angle B = 50^\circ$ ,  $AD \parallel BC$ . 则  $\angle 1$  的度数为 ( )



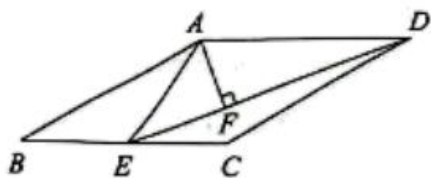
- A.  $50^\circ$       B.  $60^\circ$       C.  $70^\circ$       D.  $80^\circ$

9. 如图, 在  $\odot O$  中, 弦  $AB$  的长为 8, 圆心  $O$  到  $AB$  的距离  $OE = 4$ , 则  $\odot O$  的半径长为 ( )



- A. 4      B.  $4\sqrt{2}$       C. 5      D.  $5\sqrt{2}$

10. 如图, 在菱形  $ABCD$  中,  $AB = 6$ ,  $\angle B = 30^\circ$ , 点  $E$  是  $BC$  边上的动点, 连接  $AE$ ,  $DE$ , 过点  $A$  作  $AF \perp DE$  于点  $F$ . 设  $DE = x$ ,  $AF = y$ , 则  $y$  与  $x$  之间的函数解析式为 (不考虑自变量  $x$  的取值范围) ( )



- A.  $y = \frac{9}{x}$       B.  $y = \frac{12}{x}$       C.  $y = \frac{18}{x}$       D.  $y = \frac{36}{x}$

## 二、填空题 (本大题共 6 个小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

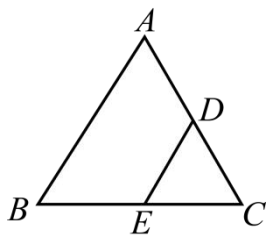
11. 为了比较甲、乙、丙三种水稻秧苗的长势, 每种秧苗各随机抽取 40 株, 分别量出每株高度, 计算发现三组秧苗的平均高度一样, 并且得到甲、乙、丙三组秧苗高度的方差分别是 3.6, 10.8, 15.8, 由此可知 \_\_\_\_\_ 种秧苗长势更整齐 (填“甲”、“乙”或“丙”).

12. 某乡镇组织“新农村, 新气象”春节联欢晚会, 进入抽奖环节. 抽奖方案如下: 不透明的箱子里装有红、黄、蓝三种颜色的球 (除颜色外其余都相同), 其中红球有 2 个, 黄球有 3 个, 蓝球有 5 个, 每次摇匀后从中随机摸一个球, 摸到红球获一等奖, 摸到黄球获二等奖, 摸到蓝球获三等奖, 每个家庭有且只有一次抽奖机会, 小明家参与抽奖, 获得一等奖的概率为 \_\_\_\_\_.

13. 要使分式  $\frac{6}{x-19}$  有意义, 则  $x$  需满足的条件是\_\_\_\_\_.

14. 半径为 4, 圆心角为  $90^\circ$  的扇形的面积为\_\_\_\_\_ (结果保留  $\pi$ ).

15. 如图, 在  $\triangle ABC$  中, 点  $D, E$  分别是  $AC, BC$  的中点, 连接  $DE$ . 若  $DE = 12$ , 则  $AB$  的长为\_\_\_\_\_.



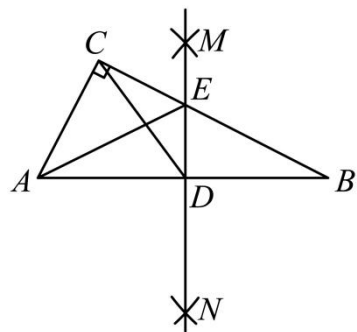
16. 为庆祝中国改革开放 46 周年, 某中学举办了一场精彩纷呈的庆祝活动, 现场参与者均为在校中学生, 其中有一个活动项目是“选数字猜出生年份”, 该活动项目主持人要求参与者从 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 这九个数字中任取一个数字, 先乘以 10, 再加上 4.6, 将此时的运算结果再乘以 10, 然后加上 1978, 最后减去参与者的出生年份 (注: 出生年份是一个四位数, 比如 2010 年对应的四位数是 2010), 得到最终的运算结果. 只要参与者报出最终的运算结果, 主持人立马就知道参与者的出生年份. 若某位参与者报出的最终的运算结果是 915, 则这位参与者的出生年份是\_\_\_\_\_.

**三、解答题 (本大题共 9 个小题, 第 17、18、19 题每小题 6 分, 第 20、21 题每小题 8 分, 第 22、23 题每小题 9 分, 第 24、25 题每小题 10 分, 共 72 分解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)**

17. 计算:  $(\frac{1}{4})^{-1} + |-\sqrt{3}| - 2\cos 30^\circ - (\pi - 6.8)^0$ .

18. 先化简, 再求值:  $2m - m(m-2) + (m+3)(m-3)$ , 其中  $m = \frac{5}{2}$ .

19. 如图, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $AB = 2\sqrt{5}$ ,  $AC = 2$ , 分别以点  $A, B$  为圆心, 大于  $\frac{1}{2} AB$  的长为半径画弧, 两弧分别交于点  $M$  和  $N$ , 作直线  $MN$  分别交  $AB, BC$  于点  $D, E$ , 连接  $CD, AE$ .



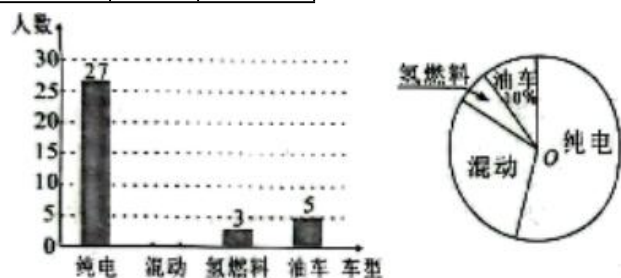
(1) 求  $CD$  的长;

(2) 求  $\triangle ACE$  的周长.

20. 中国新能源产业异军突起. 中国车企在政策引导和支持下, 瞄准纯电、混动和氢燃料等多元技术路线, 加大研发投入形成了领先的技术优势, 2023 年, 中国新能源汽车产销量均突破 900 万辆, 连续 9 年位居全球第一. 在某次汽车展览会上, 工作人员随机抽取了部分参展人员进行了“我最喜欢的汽车类型”的调查

活动（每人限选其中一种类型），并将数据整理后，绘制成下面有待完成的统计表、条形统计图和扇形统计图

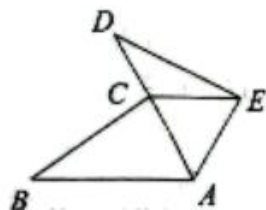
| 类型  | 人数  | 百分比   |
|-----|-----|-------|
| 纯电  | $m$ | 54%   |
| 混动  | $n$ | $a\%$ |
| 氢燃料 | 3   | $b\%$ |
| 油车  | 5   | $c\%$ |



请根据以上信息，解答下列问题：

- (1) 本次调查活动随机抽取了\_\_\_\_\_人；表中  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ；
- (2) 请补全条形统计图；
- (3) 请计算扇形统计图中“混动”类所在扇形的圆心角的度数；
- (4) 若此次汽车展览会的参展人员共有 4000 人，请你估计喜欢新能源（纯电、混动、氢燃料）汽车的有多少人？

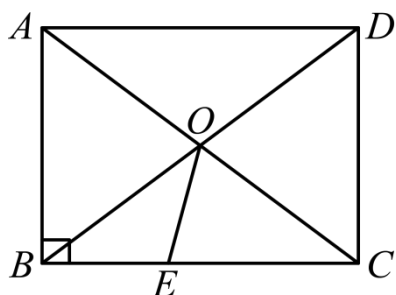
21. 如图，点  $C$  在线段  $AD$  上， $AB = AD$ ， $\angle B = \angle D$ ， $BC = DE$ 。



- (1) 求证： $\triangle ABC \cong \triangle ADE$ ；
  - (2) 若  $\angle BAC = 60^\circ$ ，求  $\angle ACE$  的度数。
22. 刺绣是我国民间传统手工艺。湘绣作为中国四大刺绣之一，闻名中外，在巴黎奥运会倒计时 50 天之际，某国际旅游公司计划购买 A、B 两种奥运主题的湘绣作品作为纪念品。已知购买 1 件 A 种湘绣作品与 2 件 B 种湘绣作品共需要 700 元，购买 2 件 A 种湘绣作品与 3 件 B 种湘绣作品共需要 1200 元。
- (1) 求 A 种湘绣作品和 B 种湘绣作品的单价分别为多少元？
  - (2) 该国际旅游公司计划购买 A 种湘绣作品和 B 种湘绣作品共 200 件，总费用不超过 50000 元，那么最多

能购买  $A$  种湘绣作品多少件?

23. 如图, 在  $ABCD$  中, 对角线  $AC$ ,  $BD$  相交于点  $O$ ,  $\angle ABC = 90^\circ$ .



(1) 求证:  $AC = BD$ ;

(2) 点  $E$  在  $BC$  边上, 满足  $\angle CEO = \angle COE$ . 若  $AB = 6$ ,  $BC = 8$ , 求  $CE$  的长及  $\tan \angle CEO$  的值.

24. 对于凸四边形, 根据它有无外接圆 (四个顶点都在同一个圆上) 与内切圆 (四条边都与同一个圆相切), 可分为四种类型, 我们不妨约定:

既无外接圆, 又无内切圆的四边形称为“平凡型无圆”四边形;

只有外接圆, 而无内切圆的四边形称为“外接型单圆”四边形;

只有内切圆, 而无外接圆的四边形称为“内切型单圆”四边形;

既有外接圆, 又有内切圆的四边形称为“完美型双圆”四边形.

请你根据该约定, 解答下列问题:

(1) 请你判断下列说法是否正确 (在题后相应的括号中, 正确的打“√”, 错误的打“×”),

① 平行四边形一定不是“平凡型无圆”四边形; ( )

② 内角不等于  $90^\circ$  的菱形一定是“内切型单圆”四边形; ( )

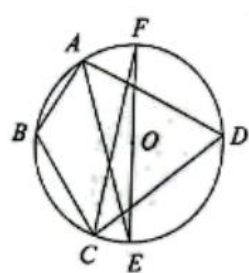
③ 若“完美型双圆”四边形的外接圆圆心与内切圆圆心重合, 外接圆半径为  $R$ , 内切圆半径为  $r$ , 则有

$$R = \sqrt{2}r. \quad ( )$$

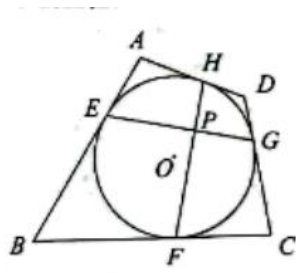
(2) 如图 1, 已知四边形  $ABCD$  内接于  $\odot O$ , 四条边长满足:  $AB + CD \neq BC + AD$ .

① 该四边形  $ABCD$  是“\_\_\_\_\_”四边形 (从约定的四种类型中选一种填入);

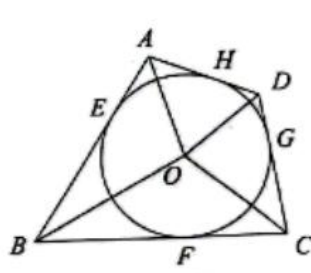
② 若  $\angle BAD$  的平分线  $AE$  交  $\odot O$  于点  $E$ ,  $\angle BCD$  的平分线  $CF$  交  $\odot O$  于点  $F$ , 连接  $EF$ . 求证:  $EF$  是  $\odot O$  的直径.



第 24 题图 1



第 24 题图 2



第 24 题图 3

(3) 已知四边形  $ABCD$  是“完美型双圆”四边形，它的内切圆  $\odot O$  与  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$ ,  $AD$  分别相切于点  $E$ ,  $F$ ,  $G$ ,  $H$ .

①如图 2. 连接  $EG$ ,  $FH$  交于点  $P$ . 求证:  $EG \perp FH$ .

②如图 3, 连接  $OA$ ,  $OB$ ,  $OC$ ,  $OD$ , 若  $OA=2$ ,  $OB=6$ ,  $OC=3$ , 求内切圆  $\odot O$  的半径  $r$  及  $OD$  的长.

25. 已知四个不同的点  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$ ,  $D(x_4, y_4)$  都在关于  $x$  的函数  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a$ ,  $b$ ,  $c$  是常数,  $a \neq 0$ ) 的图象上.

(1) 当  $A$ ,  $B$  两点的坐标分别为  $(-1, -4)$ ,  $(3, 4)$  时, 求代数式  $2024a + 1012b + \frac{3}{7}$  的值;

(2) 当  $A$ ,  $B$  两点的坐标满足  $a^2 + 2(y_1 + y_2)a + 4y_1y_2 = 0$  时, 请你判断此函数图象与  $x$  轴的公共点的个数, 并说明理由;

(3) 当  $a > 0$  时, 该函数图象与  $x$  轴交于  $E$ ,  $F$  两点, 且  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  四点的坐标满足:

$2a^2 + 2(y_1 + y_2)a + y_1^2 + y_2^2 = 0$ ,  $2a^2 - 2(y_3 + y_4)a + y_3^2 + y_4^2 = 0$ . 请问是否存在实数  $m(m > 1)$ , 使得  $AB$ ,  $CD$ ,  $m \cdot EF$  这三条线段组成一个三角形, 且该三角形的三个内角的大小之比为  $1:2:3$ ? 若存在, 求出  $m$  的值和此时函数的最小值; 若不存在, 请说明理由 (注:  $m \cdot EF$  表示一条长度等于  $EF$  的  $m$  倍的线段).