

2024 年湖南省初中学业水平考试

数 学

本试题卷共 6 页，时量 120 分钟，满分 120 分。

注意事项：

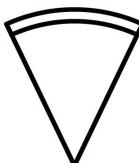
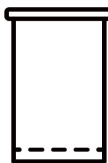
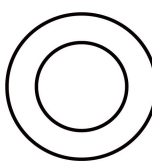
1. 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号写在答题卡和本试题卷上，并认真核对条形码上的姓名、准考证号 and 相关信息；
2. 选择题部分请按题号用 2B 铅笔填涂方框，修改时用橡皮擦干净，不留痕迹；
3. 非选择题部分请按题号用 0.5 毫米黑色墨水签字笔书写，否则作答无效；
4. 在草稿纸、试题卷上作答无效；
5. 请勿折叠答题卡，保持字体工整、笔迹清晰、卡面清洁；
6. 答题卡上不得使用涂改液、涂改胶和贴纸。

一、选择题：本题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 在日常生活中，若收入 300 元记作 $+300$ 元，则支出 180 元应记作（ ）
A. $+180$ 元 B. $+300$ 元 C. -180 元 D. -480 元
2. 据《光明日报》2024 年 3 月 14 日报道：截至 2023 年末，我国境内有效发明专利量达到 401.5 万件，高价值发明专利占比超过四成，成为世界上首个境内有效发明专利数量突破 400 万件的国家，将 4015000 用科学记数法表示应为（ ）
A. 0.4015×10^7 B. 4.015×10^6 C. 40.15×10^5 D. 4.015×10^3
3. 如图，该纸杯的主视图是（ ）



主视方向

- A. 
- B. 
- C. 
- D. 

4. 下列计算正确的是（ ）

- A. $3a^2 - 2a^2 = 1$ B. $a^3 \div a^2 = a(a \neq 0)$ C. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ D. $(2a)^3 = 6a^3$

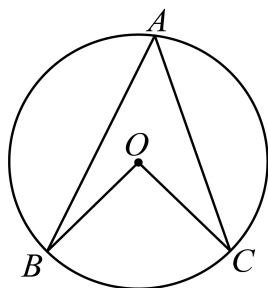
5. 计算 $\sqrt{2} \times \sqrt{7}$ 的结果是 ()

- A. $2\sqrt{7}$ B. $7\sqrt{2}$ C. 14 D. $\sqrt{14}$

6. 下列命题中, 正确的是 ()

- A. 两点之间, 线段最短 B. 菱形的对角线相等
C. 正五边形的外角和为 720° D. 直角三角形是轴对称图形

7. 如图, AB , AC 为 $\odot O$ 的两条弦, 连接 OB , OC , 若 $\angle A = 45^\circ$, 则 $\angle BOC$ 的度数为 ()

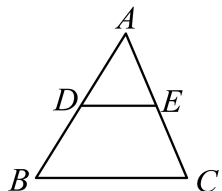


- A. 60° B. 75° C. 90° D. 135°

8. 某班的 5 名同学 1 分钟跳绳的成绩 (单位: 次) 分别为: 179, 130, 192, 158, 141. 这组数据的中位数是 ()

- A. 130 B. 158 C. 160 D. 192

9. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D , E 分别为边 AB , AC 的中点. 下列结论中, 错误的是 ()



- A. $DE \parallel BC$ B. $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ C. $BC = 2DE$ D. $S_{\triangle ADE} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC}$

10. 在平面直角坐标系 xOy 中, 对于点 $P(x, y)$, 若 x, y 均为整数, 则称点 P 为“整点”. 特别地, 当 $\frac{y}{x}$

(其中 $xy \neq 0$) 的值为整数时, 称“整点” P 为“超整点”, 已知点 $P(2a-4, a+3)$ 在第二象限, 下列说法正确的是 ()

- A. $a < -3$ B. 若点 P 为“整点”, 则点 P 的个数为 3 个
C. 若点 P 为“超整点”, 则点 P 的个数为 1 个 D. 若点 P 为“超整点”, 则点 P 到两坐标轴的距离之和大于 10

二、填空题: 本题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分.

11. 计算: $-(-2024) =$ _____.

12. 有四枚材质、大小、背面图案完全相同的中国象棋棋子“車”“馬”“炮”“帥”, 将它们背面朝上任意放置, 从中随机翻开一枚, 恰好翻到棋子“帥”的概率是_____.

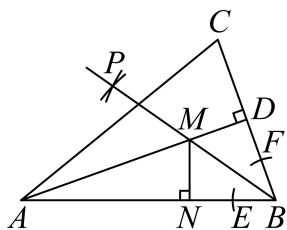
13. 分式方程 $\frac{2}{x+1} = 1$ 的解是_____.

14. 一个等腰三角形的一个底角为 40° , 则它的顶角的度数是_____度.

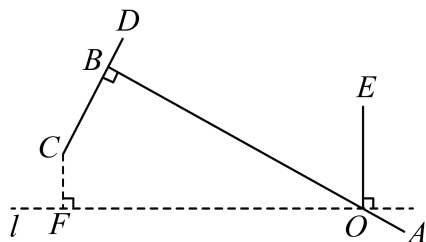
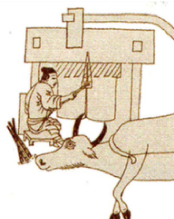
15. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4x + 2k = 0$ 有两个相等的实数根, 则 k 的值为_____.

16. 在一定条件下, 乐器中弦振动的频率 f 与弦长 l 成反比例关系, 即 $f = \frac{k}{l}$ (k 为常数, $k \neq 0$), 若某乐器的弦长 l 为 0.9 米, 振动频率 f 为 200 赫兹, 则 k 的值为_____.

17. 如图, 在锐角三角形 ABC 中, AD 是边 BC 上的高, 在 BA , BC 上分别截取线段 BE , BF , 使 $BE = BF$; 分别以点 E , F 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}EF$ 的长为半径画弧, 在 $\angle ABC$ 内, 两弧交于点 P , 作射线 BP , 交 AD 于点 M , 过点 M 作 $MN \perp AB$ 于点 N . 若 $MN = 2$, $AD = 4MD$, 则 $AM =$ _____.



18. 如图, 左图为《天工开物》记载的用于舂(chōng)捣谷物的工具——“碓(duì)”的结构简图, 右图为其平面示意图, 已知 $AB \perp CD$ 于点 B , AB 与水平线 l 相交于点 O , $OE \perp l$. 若 $BC = 4$ 分米, $OB = 12$ 分米, $\angle BOE = 60^\circ$, 则点 C 到水平线 l 的距离 CF 为_____分米 (结果用含根号的式子表示).



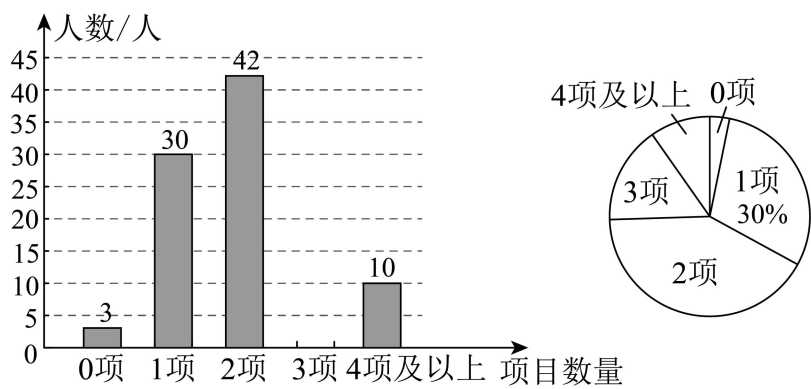
三、解答题: 本题共 8 小题, 共 66 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

19. 计算: $|-3| + \left(-\frac{1}{2}\right)^0 + \cos 60^\circ - \sqrt{4}$.

20. 先化简, 再求值: $\frac{x^2 - 4}{x^2} \cdot \frac{x}{x+2} + \frac{3}{x}$, 其中 $x = 3$.

21. 某校为了了解学生五月份参与家务劳动的情况, 随机抽取了部分学生进行调查, 家务劳动的项目主要包括:

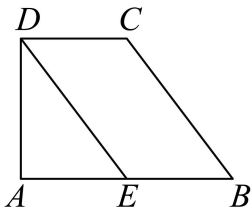
扫地、拖地、洗碗、洗衣、做饭和简单维修等。学校德育处根据调查结果制作了如下两幅不完整的统计图：



请根据以上信息，解答下列问题：

- (1) 本次被抽取的学生人数为_____人；
- (2) 补全条形统计图：
- (3) 在扇形统计图中，“4项及以上”部分所对应扇形的圆心角度数是_____°；
- (4) 若该校有学生 1200 人，请估计该校五月份参与家务劳动的项目数量达到 3 项及以上的学生人数。

22. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, 点 E 在边 AB 上, _____. 请从 “① $\angle B = \angle AED$; ② $AE = BE$, $AE = CD$ ” 这两组条件中任选一组作为已知条件, 填在横线上 (填序号), 再解决下列问题:



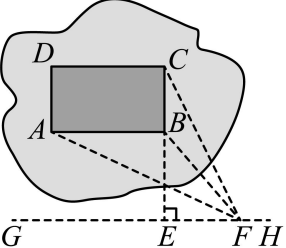
- (1) 求证: 四边形 $BCDE$ 为平行四边形;
- (2) 若 $AD \perp AB$, $AD = 8$, $BC = 10$, 求线段 AE 的长.

23. 某村决定种植脐橙和黄金贡柚, 助推村民增收致富, 已知购买 1 棵脐橙树苗和 2 棵黄金贡柚树苗共需 110 元; 购买 2 棵脐橙树苗和 3 棵黄金贡柚树苗共需 190 元.

- (1) 求脐橙树苗和黄金贡柚树苗的单价;
- (2) 该村计划购买脐橙树苗和黄金贡柚树苗共 1000 棵, 总费用不超过 38000 元, 问最多可以购买脐橙树苗多少棵?

24. 某数学研究性学习小组在老师的指导下, 利用课余时间进行测量活动.

活动主题	测算某水池中雕塑底座的底面积
测量工具	皮尺、测角仪、计算器等

活 动 过 程	模型抽象	某休闲广场的水池中有一雕塑，其底座的底面为矩形 $ABCD$，其示意图如下： 
	测绘过程 与数据信息	①在水池外取一点 E，使得点 C, B, E 在同一条直线上； ②过点 E 作 $GH \perp CE$，并沿 EH 方向前进到点 F，用皮尺测得 EF 的长为 4 米； ③在点 F 处用测角仪测得 $\angle CFG = 60.3^\circ$，$\angle BFG = 45^\circ$，$\angle AFG = 21.8^\circ$； ④用计算器计算得：$\sin 60.3^\circ \approx 0.87$，$\cos 60.3^\circ \approx 0.50$，$\tan 60.3^\circ \approx 1.75$，$\sin 21.8^\circ \approx 0.37$，$\cos 21.8^\circ \approx 0.93$，$\tan 21.8^\circ \approx 0.40$。

请根据表格中提供的信息，解决下列问题（结果保留整数）：

- (1) 求线段 CE 和 BC 的长度；
- (2) 求底座的底面 $ABCD$ 的面积。

25. 已知二次函数 $y = -x^2 + c$ 的图像经过点 $A(-2, 5)$ ，点 $P(x_1, y_1)$ ， $Q(x_2, y_2)$ 是此二次函数的图像上的两个动点。

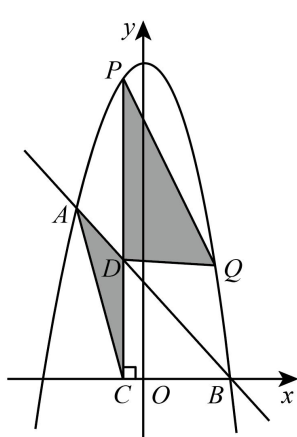


图1

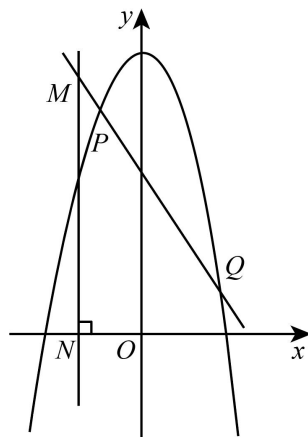


图2

- (1) 求此二次函数的表达式；
- (2) 如图 1，此二次函数的图像与 x 轴的正半轴交于点 B ，点 P 在直线 AB 的上方，过点 P 作 $PC \perp x$ 轴

于点 C ，交 AB 于点 D ，连接 AC, DQ, PQ 。若 $x_2 = x_1 + 3$ ，求证 $\frac{S_{\triangle PDQ}}{S_{\triangle ADC}}$ 的值为定值；

(3) 如图 2，点 P 在第二象限， $x_2 = -2x_1$ ，若点 M 在直线 PQ 上，且横坐标为 $x_1 - 1$ ，过点 M 作 $MN \perp x$ 轴于点 N ，求线段 MN 长度的最大值。

26. 【问题背景】

已知点 A 是半径为 r 的 $\odot O$ 上的定点，连接 OA ，将线段 OA 绕点 O 按逆时针方向旋转 $\alpha (0^\circ < \alpha < 90^\circ)$ 得到 OE ，连接 AE ，过点 A 作 $\odot O$ 的切线 l ，在直线 l 上取点 C ，使得 $\angle CAE$ 为锐角。

【初步感知】

(1) 如图 1，当 $\alpha = 60^\circ$ 时， $\angle CAE = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ ；

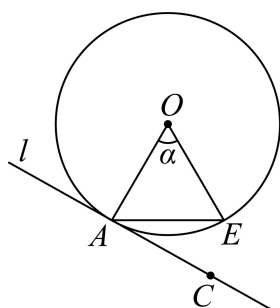


图1

【问题探究】

(2) 以线段 AC 为对角线作矩形 $ABCD$ ，使得边 AD 过点 E ，连接 CE ，对角线 AC, BD 相交于点 F 。

①如图 2，当 $AC = 2r$ 时，求证：无论 α 在给定的范围内如何变化， $BC = CD + ED$ 总成立：

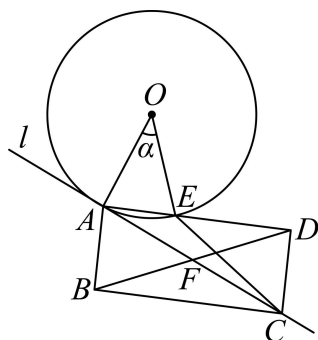


图2

②如图 3，当 $AC = \frac{4}{3}r$ ， $\frac{CE}{OE} = \frac{2}{3}$ 时，请补全图形，并求 $\tan \alpha$ 及 $\frac{AB}{BC}$ 的值。

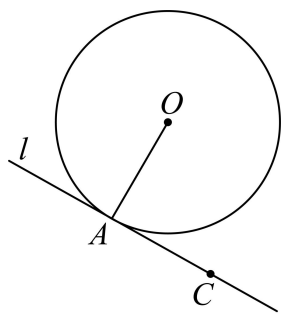


图3