

2023 年郴州市初中学业水平考试

数学

(试题卷)

注意事项:

1. 答题前, 考生务必将自己的姓名、准考证号写在答题卡和该试题卷的封面上, 并认真填涂和核对答题卡上的姓名、准考证号和科目;
2. 选择题部分请按题号用 2B 铅笔填涂方框, 修改时用橡皮擦擦干净, 不留痕迹;
3. 非选择题部分请按题号用 0.5 毫米黑色签字笔书写, 否则作答无效;
4. 在草稿纸、试题卷上答题无效;
5. 请勿折叠答题卡, 保证字体工整、笔迹清晰、卡面清洁;
6. 答题完成后, 请将试题卷、答题卡放在桌上, 由监考老师统一收回.

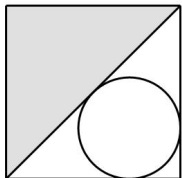
本试卷共 8 页, 有三道大题, 共 26 小题, 满分 130 分, 考试时间 120 分钟.

一、选择题 (共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

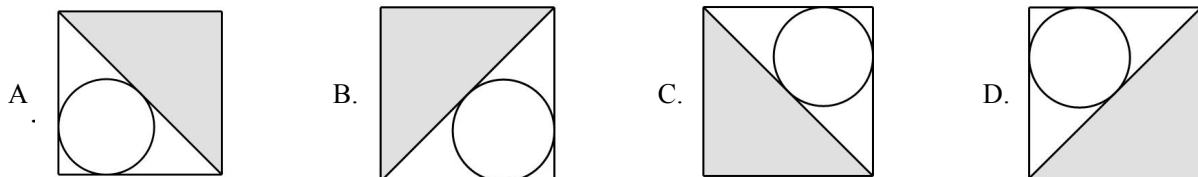
1. -2 的倒数是 ()

- A. 2 B. $-\frac{1}{2}$ C. -2 D. $\frac{1}{2}$

2. 下列图形中, 能由图形 a 通过平移得到的是 ()



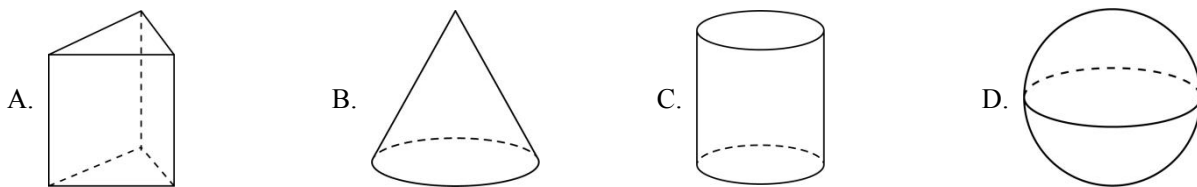
图形 a



3. 下列运算正确的是 ()

- A. $a^4 \cdot a^3 = a^7$ B. $(a^2)^3 = a^5$ C. $3a^2 - a^2 = 2$ D. $(a-b)^2 = a^2 - b^2$

4. 下列几何体中, 各自的三视图完全一样的是 ()



5. 下列问题适合全面调查的是 ()

- A. 调查市场上某品牌灯泡的使用寿命
- B. 了解全市人民对湖南省第二届旅发大会的关注情况
- C. 了解郴江河的水质情况
- D. 神舟十六号飞船发射前对飞船仪器设备的检查

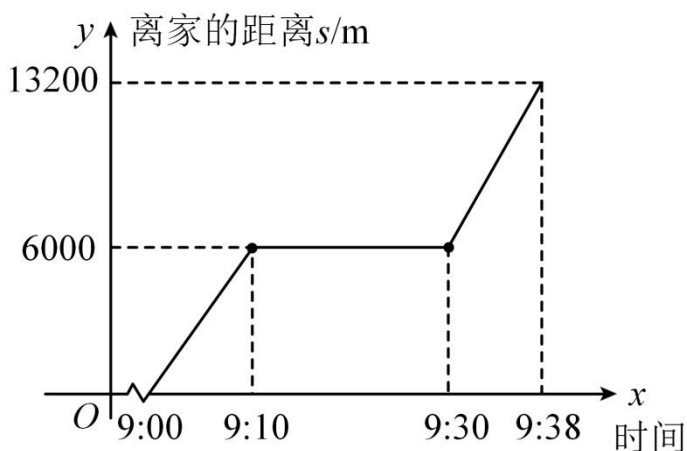
6. 一元一次不等式组 $\begin{cases} 3-x \geq 0 \\ x+1 > 0 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示正确的是 ()



7. 小王从 A 地开车去 B 地, 两地相距 240km. 原计划平均速度为 x km/h, 实际平均速度提高了 50%, 结果提前 1 小时到达. 由此可建立方程为 ()

- A. $\frac{240}{0.5x} - \frac{240}{x} = 1$
- B. $\frac{240}{x} - \frac{240}{1.5x} = 1$
- C. $\frac{240}{1.5x} - \frac{240}{x} = 1$
- D. $x + 1.5x = 240$

8. 第 11 届中国 (湖南) 矿物宝石国际博览会在我市举行, 小方一家上午 9:00 开车前往会展中心参观. 途中汽车发生故障, 原地修车花了一段时间. 车修好后, 他们继续开车赶往会展中心. 以下是他们家出发后离家的距离 s 与时间的函数图象. 分析图中信息, 下列说法正确的是 ()

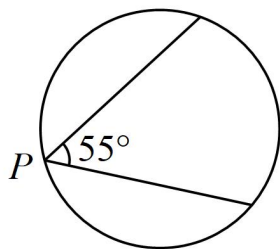


- A. 途中修车花了 30min

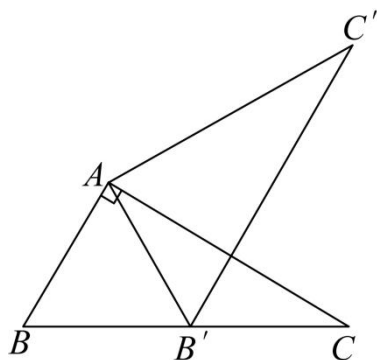
- B. 修车之前的平均速度是 $500\text{m}/\text{min}$
 C. 车修好后的平均速度是 $80\text{m}/\text{min}$
 D. 车修好后的平均速度是修车之前的平均速度的1.5倍

二、填空题 (共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

9. 计算: $\sqrt[3]{27} = \underline{\hspace{2cm}}$.
10. 在一次函数 $y = (k-2)x + 3$ 中, y 随 x 的增大而增大, 则 k 的值可以是 $\underline{\hspace{2cm}}$ (任写一个符合条件的数即可).
11. 在一个不透明的袋子中装有 3 个白球和 7 个红球, 它们除颜色外, 大小、质地都相同. 从袋子中随机取出一个球, 是红球的概率是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
12. 抛物线 $y = x^2 - 6x + c$ 与 x 轴只有一个交点, 则 $c = \underline{\hspace{2cm}}$.
13. 为积极响应“助力旅发大会, 唱响美丽郴州”的号召, 某校在各年级开展合唱比赛, 规定每支参赛队伍的最终成绩按歌曲内容占 30%, 演唱技巧占 50%, 精神面貌占 20% 考评. 某参赛队歌曲内容获得 90 分, 演唱技巧获得 94 分, 精神面貌获得 95 分. 则该参赛队的最终成绩是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 分.
14. 在 $\text{Rt} \triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 6$, $BC = 8$, D 是 AB 的中点, 则 $CD = \underline{\hspace{2cm}}$.
15. 如图, 某博览会上有一圆形展示区, 在其圆形边缘的点 P 处安装了一台监视器, 它的监控角度是 55° , 为了监控整个展区, 最少需要在圆形边缘上共安装这样的监视器 $\underline{\hspace{2cm}}$ 台.



16. 如图, 在 $\text{Rt} \triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = 3\text{cm}$, $\angle B = 60^\circ$. 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转, 得到 $\triangle AB'C'$, 若点 B 的对应点 B' 恰好落在线段 BC 上, 则点 C 的运动路径长是 $\underline{\hspace{2cm}}\text{cm}$ (结果用含 π 的式子表示).



三、解答题 (17~19 题每题 6 分, 20~23 题每题 8 分, 24~25 题每题 10 分, 26 题 12 分, 共 82 分)

17. 计算: $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} - \sqrt{3} \tan 30^\circ + (\pi - 2023)^0 + |-2|$.

18. 先化简, 再求值: $\frac{x+3}{x^2-2x+1} \cdot \frac{x-1}{x^2+3x} + \frac{1}{x}$, 其中 $x = 1 + \sqrt{3}$.

19. 某校计划组织学生外出开展研学活动, 在选择研学活动地点时, 随机抽取了部分学生进行调查, 要求被调查的学生从 A 、 B 、 C 、 D 、 E 五个研学活动地点中选择自己最喜欢的一个. 根据调查结果, 编制了如下两幅不完整的统计图.

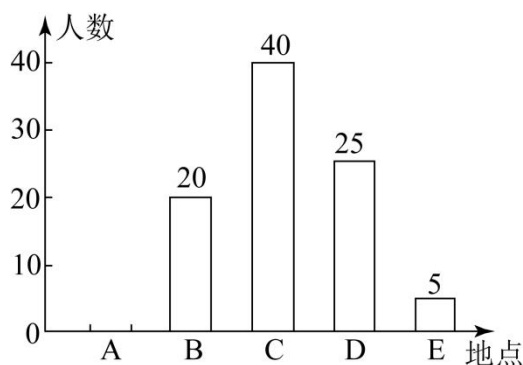


图1

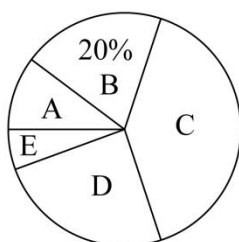
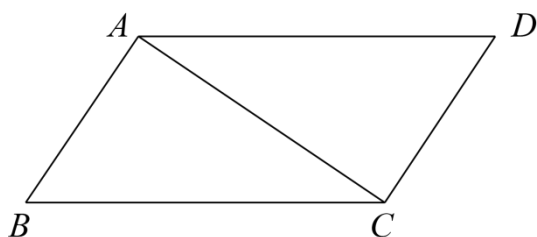


图2

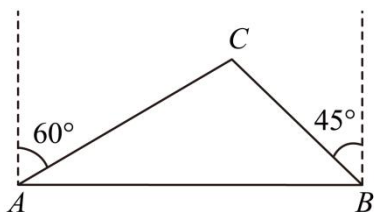
- (1) 请把图 1 中缺失的数据, 图形补充完整;
- (2) 请计算图 2 中研学活动地点 C 所在扇形的圆心角的度数;
- (3) 若该校共有 1200 名学生, 请估计最喜欢去 D 地研学的学生人数.

20. 如图, 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.



- (1) 尺规作图: 作对角线 AC 的垂直平分线 MN (保留作图痕迹);
- (2) 若直线 MN 分别交 AD , BC 于 E , F 两点, 求证: 四边形 $AFCE$ 是菱形

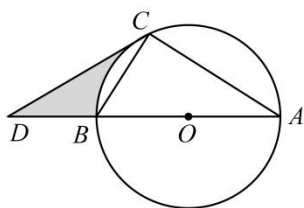
21. 某次军事演习中, 一艘船以 40km/h 的速度向正东航行, 在出发地 A 测得小岛 C 在它的北偏东 60° 方向, 2 小时后到达 B 处, 测得小岛 C 在它的北偏西 45° 方向, 求该船在航行过程中与小岛 C 的最近距离 (参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.41$, $\sqrt{3} \approx 1.73$. 结果精确到 0.1km).



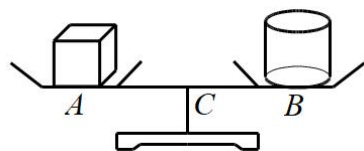
22. 随旅游旺季的到来,某景区游客人数逐月增加,2月份游客人数为1.6万人,4月份游客人数为2.5万人.

- (1) 求这两个月中该景区游客人数的月平均增长率;
- (2) 预计5月份该景区游客人数会继续增长,但增长率不会超过前两个月的月平均增长率.已知该景区5月1日至5月21日已接待游客2.125万人,则5月份后10天日均接待游客人数最多是多少万人?

23. 如图,在 $\odot O$ 中, AB 是直径,点 C 是圆上一点.在 AB 的延长线上取一点 D ,连接 CD ,使 $\angle BCD = \angle A$.

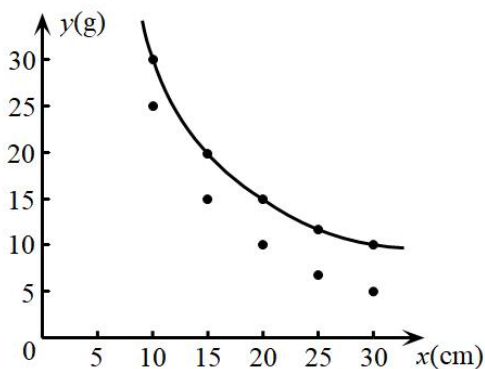


- (1) 求证: 直线 CD 是 $\odot O$ 的切线;
 - (2) 若 $\angle ACD = 120^\circ$, $CD = 2\sqrt{3}$, 求图中阴影部分的面积 (结果用含 π 的式子表示).
24. 在实验课上,小明做了一个试验.如图,在仪器左边托盘A (固定)中放置一个物体,在右边托盘B (可左右移动)中放置一个可以装水的容器,容器的质量为5g.在容器中加入一定质量的水,可以使仪器左右平衡.改变托盘B与点C的距离 x (cm) ($0 < x \leq 60$),记录容器中加入的水的质量,得到下表:



托盘B与点C的距离 x / cm	30	25	20	15	10
容器与水的总质量 y_1 / g	10	12	15	20	30
加入的水的质量 y_2 / g	5	7	10	15	25

把上表中的 x 与 y_1 各组对应值作为点的坐标,在平面直角坐标系中描出这些点,并用光滑的曲线连接起来,得到如图所示的 y_1 关于 x 的函数图象.



(1) 请在该平面直角坐标系中作出 y_2 关于 x 的函数图象;

(2) 观察函数图象, 并结合表中的数据:

①猜测 y_1 与 x 之间的函数关系, 并求 y_1 关于 x 的函数表达式;

②求 y_2 关于 x 的函数表达式;

③当 $0 < x \leq 60$ 时, y_1 随 x 的增大而_____ (填“增大”或“减小”), y_2 随 x 的增大而_____ (填“增大”或“减小”), y_2 的图象可以由 y_1 的图象向_____ (以“上”或“下”或“左”或“右”) 平移得到.

(3) 若在容器中加入的水的质量 y_2 (g) 满足 $19 \leq y_2 \leq 45$, 求托盘 B 与点 C 的距离 x (cm) 的取值范围.

25. 已知 $\triangle ABC$ 是等边三角形, 点 D 是射线 AB 上的一个动点, 延长 BC 至点 E , 使 $CE = AD$, 连接 DE 交射线 AC 于点 F .

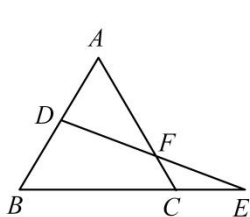


图1

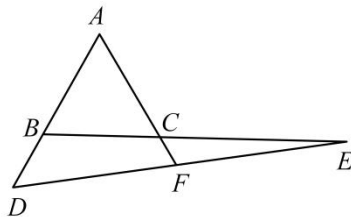


图2

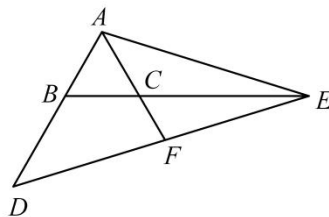


图3

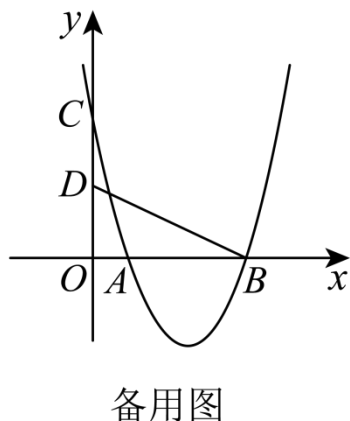
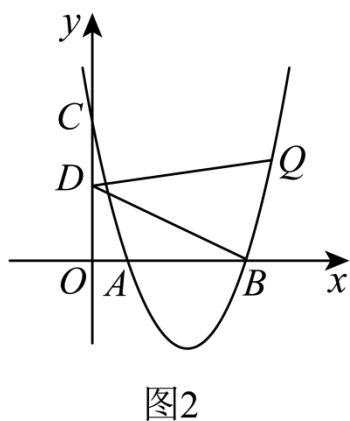
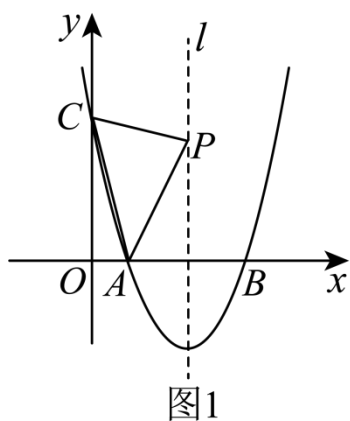
(1) 如图 1, 当点 D 在线段 AB 上时, 猜测线段 CF 与 BD 的数量关系并说明理由;

(2) 如图 2, 当点 D 在线段 AB 的延长线上时,

①线段 CF 与 BD 的数量关系是否仍然成立? 请说明理由;

②如图 3, 连接 AE . 设 $AB = 4$, 若 $\angle AEB = \angle DEB$, 求四边形 $BDFC$ 的面积.

26. 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + 4$ 与 x 轴相交于点 $A(1, 0)$, $B(4, 0)$, 与 y 轴相交于点 C .



- (1) 求抛物线的表达式；
- (2) 如图 1，点 P 是抛物线的对称轴 l 上的一个动点，当 $\triangle PAC$ 的周长最小时，求 $\frac{PA}{PC}$ 的值；
- (3) 如图 2，取线段 OC 的中点 D ，在抛物线上是否存在点 Q ，使 $\tan \angle QDB = \frac{1}{2}$ ？若存在，求出点 Q 的坐标；若不存在，请说明理由。

