

2023 湖南省衡阳市中考数学

一、选择题（本大题共 12 个小题，每小题 3 分，满分 36 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．）

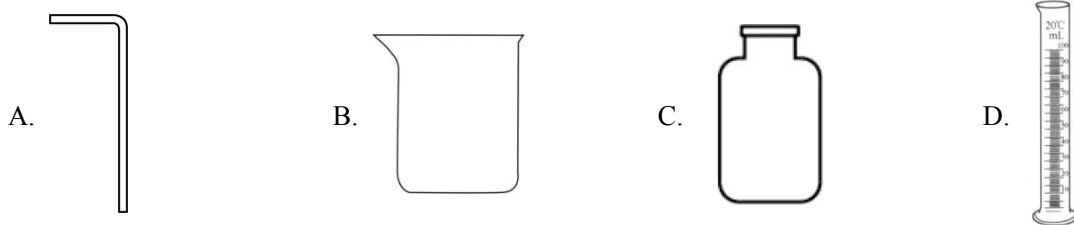
1. 中国是最早采用正负数表示相反意义的量、并进行负数运算的国家．若收入 500 元记作 +500 元，则支出 237 元记作（ ）

- A. +237 元 B. -237 元 C. 0 元 D. -474 元

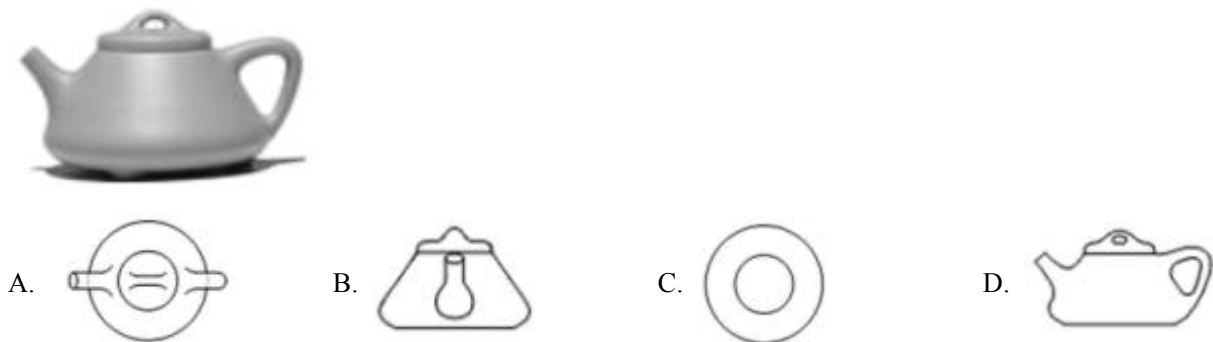
2. 下列长度的各组线段能组成一个三角形的是（ ）

- A. 1cm, 2cm, 3cm B. 3cm, 8cm, 5cm
C. 4cm, 5cm, 10cm D. 4cm, 5cm, 6cm

3. 下面四种化学仪器的示意图是轴对称图形的是（ ）



4. 作为中国非物质文化遗产之一的紫砂壶，成型工艺特别，造型式样丰富，陶器色泽古朴典雅，从一个方面鲜明地反映了中华民族造型审美意识．如图是一把做工精湛的紫砂壶“景舟石瓢”，下面四幅图是从左面看到的图形的是（ ）



5. 计算 $\left(\frac{1}{2}x^3\right)^2$ 的结果正确的是（ ）

- A. x^6 B. $\frac{1}{4}x^6$ C. $\frac{1}{4}x^5$ D. x^9

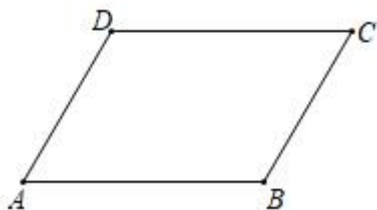
6. 据共青团中央 2023 年 5 月 3 日发布的中国共青团团内统计公报，截至 2022 年 12 月底，全国共有共青团员 7358 万．数据 7358 万用科学记数法表示为（ ）

- A. 7.358×10^7 B. 7.358×10^3 C. 7358×10^4 D. 7.358×10^6

7. 对于二次根式的乘法运算，一般地，有 $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$. 该运算法则成立的条件是 ()

- A. $a > 0, b > 0$ B. $a < 0, b < 0$ C. $a \leq 0, b \leq 0$ D. $a \geq 0, b \geq 0$

8. 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $BC \parallel AD$ ，添加下列条件，不能判定四边形 $ABCD$ 是平行四边形的是 ()



- A. $AB = CD$ B. $AB \parallel CD$ C. $\angle A = \angle C$ D. $BC = AD$

9. 《孙子算经》中有“鸡兔同笼”问题：“今有鸡兔同笼，上有三十五头，下有九十四足，问鸡兔各几何。”

设有 x 只鸡， y 只兔. 依题意，可列方程组为 ()

- A. $\begin{cases} x + y = 35, \\ 4x + 2y = 94 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x + y = 94, \\ 4x + 2y = 35 \end{cases}$
- C. $\begin{cases} x + y = 35, \\ 2x + 4y = 94 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x + y = 94, \\ 2x + 4y = 35 \end{cases}$

10. 某射击运动队进行了五次射击测试，甲、乙两名选手的测试成绩如下表. 甲、乙两名选手成绩的方差分别记为 $S_{\text{甲}}^2$ 和 $S_{\text{乙}}^2$ ，则 $S_{\text{甲}}^2$ 与 $S_{\text{乙}}^2$ 的大小关系是 ()

测试次数	1	2	3	4	5
甲	5	10	9	3	8
乙	8	6	8	6	7

- A. $S_{\text{甲}}^2 > S_{\text{乙}}^2$ B. $S_{\text{甲}}^2 < S_{\text{乙}}^2$ C. $S_{\text{甲}}^2 = S_{\text{乙}}^2$ D. 无法确定

11. 我们可以用以下推理来证明“在一个三角形中，至少有一个内角小于或等于 60° ”. 假设三角形没有一个内角小于或等于 60° ，即三个内角都大于 60° . 则三角形的三个内角的和大于 180° ，这与“三角形的内角和等于 180° ”这个定理矛盾. 所以在一个三角形中，至少有一个内角小于或等于 60° . 上述推理使用的证明方法是 ()

- A. 反证法 B. 比较法 C. 综合法 D. 分析法

12. 已知 $m > n > 0$ ，若关于 x 的方程 $x^2 + 2x - 3 - m = 0$ 的解为 x_1, x_2 ($x_1 < x_2$). 关于 x 的方程

$x^2 + 2x - 3 - n = 0$ 的解为 $x_3, x_4 (x_3 < x_4)$. 则下列结论正确的是 ()

- A. $x_3 < x_1 < x_2 < x_4$ B. $x_1 < x_3 < x_4 < x_2$ C. $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$ D. $x_3 < x_4 < x_1 < x_2$

二、填空题 (本大题共 6 个小题, 每小题 3 分, 满分 18 分.)

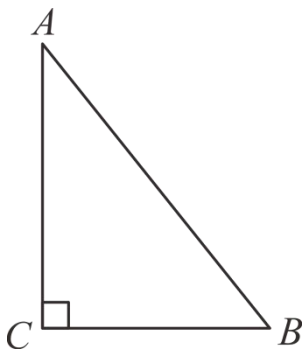
13. 在平面直角坐标系中, 点 $P(-3, -2)$ 所在象限是第_____象限.

14. 一个布袋中放着 3 个红球和 9 个黑球, 这两种球除了颜色以外没有任何其他区别. 布袋中的球已经搅匀. 从布袋中任取 1 个球, 取出红球的概率是_____.

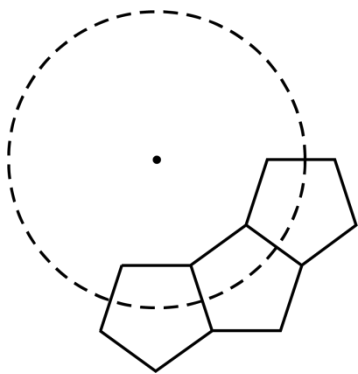
15. 已知 $x = 5$, 则代数式 $\frac{3}{x-4} - \frac{24}{x^2-16}$ 的值为_____.

16. 已知关于 x 的方程 $x^2 + mx - 20 = 0$ 的一个根是 -4 , 则它的另一个根是_____.

17. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 8$, $BC = 6$. 以点 C 为圆心, r 为半径作圆, 当所作的圆与斜边 AB 所在的直线相切时, r 的值为_____.



18. 如图, 用若干个全等的正五边形排成圆环状, 图中所示的是其中 3 个正五边形的位置. 要完成这一圆环排列, 共需要正五边形的个数是_____个.



三、解答题 (本大题共 8 个小题, 19~20 题每题 6 分, 21~24 题每题 8 分, 25 题 10 分, 26 题 12 分, 满分 66 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

19. 计算: $|-3| + \sqrt{4} + (-2) \times 1$

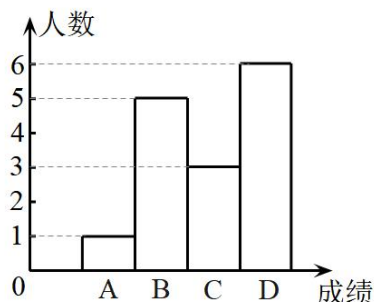
20. 解不等式组:
$$\begin{cases} x - 4 \leq 0 & \text{①} \\ 2(x + 1) < 3x & \text{②} \end{cases}$$

21. 2023 年 3 月 27 日是第 28 个全国中小学生安全教育日，为提高学生安全防范意识和自我防护能力，某学校举行了校园安全知识竞赛活动. 现从八、九年级中各随机抽取 15 名学生的竞赛成绩（百分制）进行整理、描述和分析（成绩得分用 x 表示，80 分及以上为优秀，共分成四组， $A: 60 \leq x < 70$ ； $B: 70 \leq x < 80$ ； $C: 80 \leq x < 90$ ； $D: 90 \leq x \leq 100$ ），并给出下面部分信息：

八年级抽取的学生竞赛成绩在 C 组中的数据为：84，84，88.

九年级抽取的学生竞赛成绩为：68，77，75，100，80，100，82，86，95，91，100，86，84，94，87.

八年级抽取的学生竞赛成绩
频数分布直方图



八、九年级抽取的学生竞赛成绩统计表

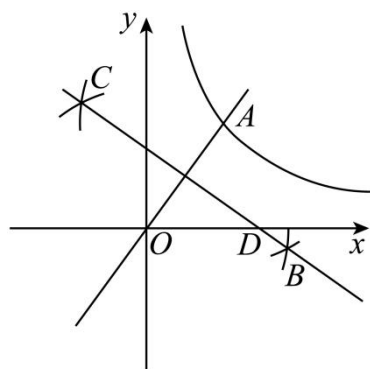
年级	平均数	中位数	众数	优秀率
八	87	a	98	60%
九	87	86	b	c

根据以上信息，解答下列问题：

(1) 填空： $a =$ _____， $b =$ _____， $c =$ _____.

(2) 该校八、九年级共 500 人参加了此次竞赛活动，请你估计该校八、九年级参加此次竞赛活动成绩达到 90 分及以上的学生人数.

22. 如图，正比例函数 $y = \frac{4}{3}x$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{12}{x} (x > 0)$ 的图象相交于点 A .

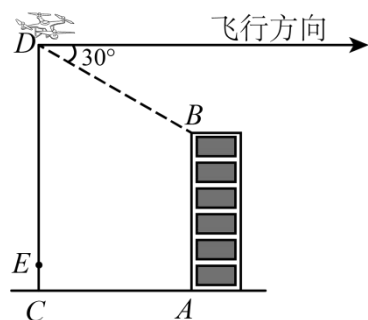


(1) 求点 A 的坐标.

(2) 分别以点 O 、 A 为圆心，大于 OA 一半的长为半径作圆弧，两弧相交于点 B 和点 C ，作直线 BC ，交 x

轴于点 D ，求线段 OD 的长。

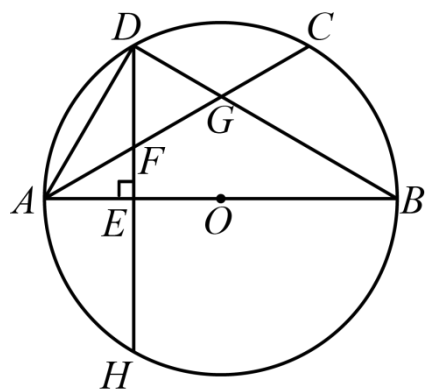
23. 随着科技的发展，无人机已广泛应用于生产生活，如代替人们在高空测量距离和高度。圆圆要测量教学楼 AB 的高度，借助无人机设计了如下测量方案：如图，圆圆在离教学楼底部 $24\sqrt{3}$ 米的 C 处，遥控无人机旋停在点 C 的正上方的点 D 处，测得教学楼 AB 的顶部 B 处的俯角为 30° ， CD 长为 49.6 米。已知目高 CE 为 1.6 米。



(1) 求教学楼 AB 的高度。

(2) 若无人机保持现有高度沿平行于 CA 的方向，以 $4\sqrt{3}$ 米/秒的速度继续向前匀速飞行，求经过多少秒时，无人机刚好离开圆圆的视线 EB 。

24. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， AC 是一条弦， D 是 $\widehat{AC}$ 的中点， $DE \perp AB$ 于点 E ，交 AC 于点 F ，交 $\odot O$ 于点 H ， DB 交 AC 于点 G 。



(1) 求证： $AF = DF$ 。

(2) 若 $AF = \frac{5}{2}$, $\sin \angle ABD = \frac{\sqrt{5}}{5}$ ，求 $\odot O$ 的半径。

25. (1) [问题探究]

如图 1，在正方形 $ABCD$ 中，对角线 AC 、 BD 相交于点 O 。在线段 AO 上任取一点 P （端点除外），连接 PD 、 PB 。

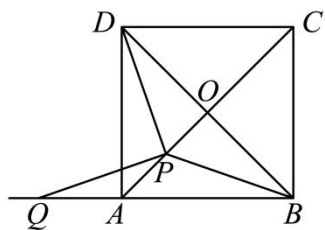


图1

①求证: $PD = PB$;

②将线段 DP 绕点 P 逆时针旋转, 使点 D 落在 BA 的延长线上的点 Q 处. 当点 P 在线段 AO 上的位置发生变化时, $\angle DPQ$ 的大小是否发生变化? 请说明理由;

③探究 AQ 与 OP 的数量关系, 并说明理由.

(2) [迁移探究]

如图 2, 将正方形 $ABCD$ 换成菱形 $ABCD$, 且 $\angle ABC = 60^\circ$, 其他条件不变. 试探究 AQ 与 CP 的数量关系, 并说明理由.

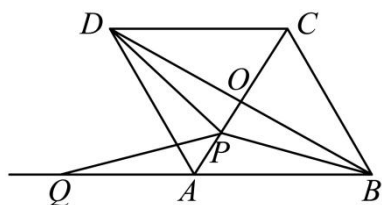
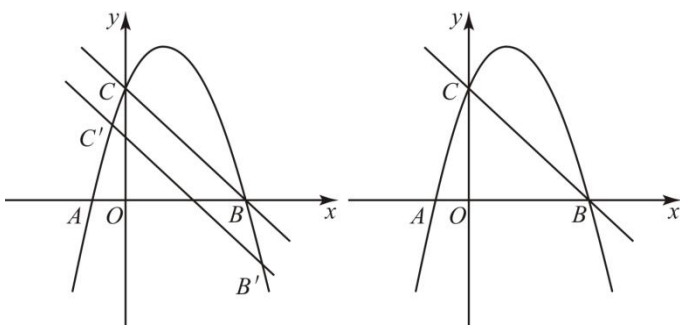


图2

26. 如图, 已知抛物线 $y = ax^2 - 2ax + 3$ 与 x 轴交于点 $A(-1, 0)$ 和点 B , 与 y 轴交于点 C , 连接 AC , 过 B 、 C 两点作直线.



(1) 求 a 的值.

(2) 将直线 BC 向下平移 m ($m > 0$) 个单位长度, 交抛物线于 B' 、 C' 两点. 在直线 $B'C'$ 上方的抛物线上是否存在定点 D , 无论 m 取何值时, 都是点 D 到直线 $B'C'$ 的距离最大, 若存在, 请求出点 D 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

(3) 抛物线上是否存在点 P , 使 $\angle PBC + \angle ACO = 45^\circ$, 若存在, 请求出直线 BP 的解析式; 若不存在, 请说明理由.

