

益阳市 2023 年初中学业水平考试

数 学

考生注意:

1. 本学科试卷分试题卷和答题卡两部分;
2. 请将姓名、准考证号等相关信息按要求填写在答题卡上;
3. 请按答题卡上的注意事项在答题卡上作答, 答在试题卷上无效;
4. 本学科为闭卷考试, 考试时量为 120 分钟, 卷面满分为 150 分;
5. 考试结束后, 请将试题卷和答题卡一并交回.

试题卷

一、选择题 (本题共 10 个小题, 每小题 4 分, 共 40 分)

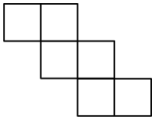
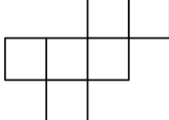
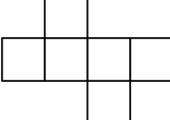
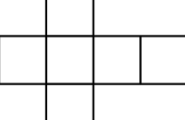
1. 四个实数 $-\frac{1}{3}$, 0, 2, $\sqrt{3}$ 中, 最大的数是 ()

- A. $-\frac{1}{3}$ B. 0 C. 2 D. $\sqrt{3}$

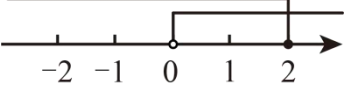
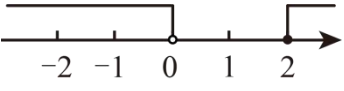
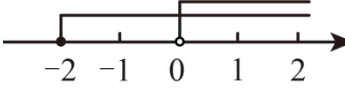
2. 下列计算正确的是 ()

- A. $x^2 \cdot x^3 = x^6$ B. $(x^3)^2 = x^5$ C. $(3x)^2 = 6x^2$ D. $x^3 \div x = x^2$

3. 下列正方体的展开图中, 是轴对称图形的是 ()

- A.  B.  C.  D. 

4. 将不等式组 $\begin{cases} x > 0, \\ x - 2 \leq 0 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示, 正确的是 ()

- A.  B. 
- C.  D. 

5. 某学校为进一步开展好劳动教育实践活动, 用 1580 元购进 A, B 两种劳动工具共 145 件, A, B 两种劳动工具每件分别为 10 元, 12 元. 设购买 A, B 两种劳动工具的件数分别为 x , y , 那么下面列出的方程组中正确的是 ()

- A. $\begin{cases} x + y = 145 \\ 10x + 12y = 1580 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x - y = 145 \\ 10x + 12y = 1580 \end{cases}$

$$C. \begin{cases} x+y=145 \\ 12x+10y=1580 \end{cases}$$

$$D. \begin{cases} x-y=145 \\ 12x+10y=1580 \end{cases}$$

6. 乡村医生李医生在对本村老年人进行年度免费体检时，发现张奶奶血压偏高，为了准确诊断，随后7天，李医生每天定时为张奶奶测量血压，测得数据如下表：

测量时间	第1天	第2天	第3天	第4天	第5天	第6天	第7天
收缩压（毫米汞柱）	151	148	140	139	140	136	140
舒张压（毫米汞柱）	90	92	88	88	90	80	88

对收缩压，舒张压两组数据分别进行统计分析，其中错误的是（ ）

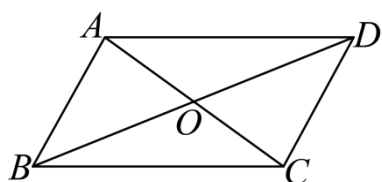
A. 收缩压的中位数为 139

B. 舒张压的众数为 88

C. 收缩压的平均数为 142

D. 舒张压的方差为 $\frac{88}{7}$

7. 如图， $ABCD$ 的对角线 AC ， BD 交于点 O ，下列结论一定成立的是（ ）



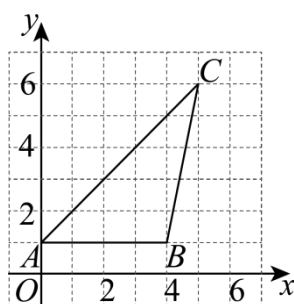
A. $OA = OB$

B. $OA \perp OB$

C. $OA = OC$

D. $\angle OBA = \angle OBC$

8. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，有三点 $A(0,1)$ ， $B(4,1)$ ， $C(5,6)$ ，则 $\sin \angle BAC =$ （ ）



A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{\sqrt{13}}{5}$

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

9. 下列因式分解正确的是（ ）

A. $2a^2 - 4a + 2 = 2(a-1)^2$

B. $a^2 + ab + a = a(a+b)$

C. $4a^2 - b^2 = (4a+b)(4a-b)$

D. $a^3b - ab^3 = ab(a-b)^2$

10. 关于一次函数 $y = x + 1$ ，下列说法正确的是（ ）

- A. 图象经过第一、三、四象限
B. 图象与 y 轴交于点 $(0,1)$
C. 函数值 y 随自变量 x 的增大而减小
D. 当 $x > -1$ 时, $y < 0$

二、填空题 (本题共 8 个小题, 每小题 4 分, 共 32 分)

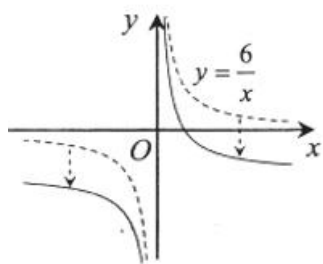
11. 据报道, 2023 年我国新能源汽车发展优势不断巩固和扩大, 一季度全国新能源汽车销量为 159 万辆, 同比增长 27%. 将 1590000 用科学记数法表示为_____.

12. 计算: $\sqrt{20} \times \sqrt{5} =$ _____.

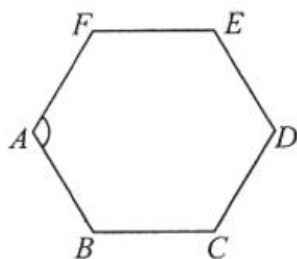
13. 从 1~10 这 10 个整数中随机抽取 1 个数, 抽到 3 的倍数的概率是_____.

14. 分式方程 $\frac{4}{x-2} = \frac{2}{x}$ 的解是_____.

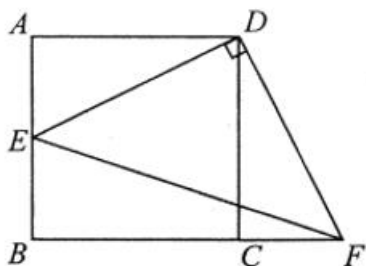
15. 我们在学习一次函数、二次函数图象的平移时知道: 将一次函数 $y = 2x$ 的图象向上平移 1 个单位得到 $y = 2x + 1$ 的图象; 将二次函数 $y = x^2 + 1$ 的图象向左平移 2 个单位得到 $y = (x + 2)^2 + 1$ 的图象. 若将反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 的图象向下平移 3 个单位, 如图所示, 则得到的图象对应的函数表达式是_____.



16. 如图, 正六边形 $ABCDEF$ 中, $\angle FAB =$ _____°.

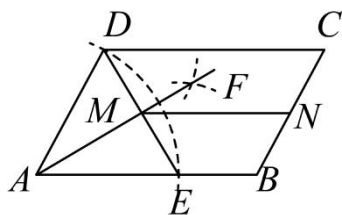


17. 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, $AB = 4$, E 为 AB 的中点, 连接 DE , 将 $\triangle DAE$ 绕点 D 按逆时针方向旋转 90° 得到 $\triangle DCF$, 连接 EF , 则 EF 的长为_____.



18. 如图, 在 $ABCD$ 中, $AB = 6$, $AD = 4$, 以 A 为圆心, AD 的长为半径画弧交 AB 于点 E , 连接 DE ,

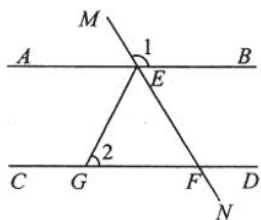
分别以 D , E 为圆心, 以大于 $\frac{1}{2}DE$ 的长为半径画弧, 两弧交于点 F , 作射线 AF , 交 DE 于点 M , 过点 M 作 $MN \parallel AB$ 交 BC 于点 N . 则 MN 的长为_____.



三、解答题 (本题共 8 个小题, 共 78 分)

19. 计算: $|\sqrt{3}-1| - (\sqrt{3})^2 - 12 \times \left(-\frac{1}{3}\right)$.

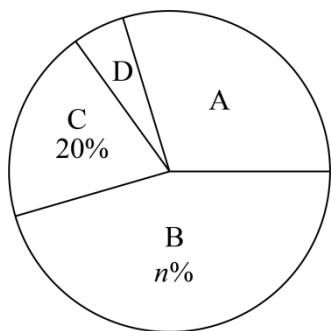
20. 如图, $AB \parallel CD$, 直线 MN 与 AB, CD 分别交于点 E, F , CD 上有一点 G 且 $GE = GF$, $\angle 1 = 122^\circ$. 求 $\angle 2$ 的度数.



21. 先化简, 再求值: $\left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1}\right) \div \frac{2}{(x-1)^2}$, 其中 $x = \sqrt{2} - 1$.

22. 我市教育局为深入贯彻落实立德树人根本任务, 2022 年在全市中小学部署开展“六个一”德育行动. 某校为了更好地开展此项活动, 随机抽取部分学生对学校前段时间开展活动的情况进行了满意度调查, 满意度分为四个等级: A : 非常满意; B : 满意; C : 一般; D : 不满意. 根据调查数据绘制了如下两幅不完整的统计图表:

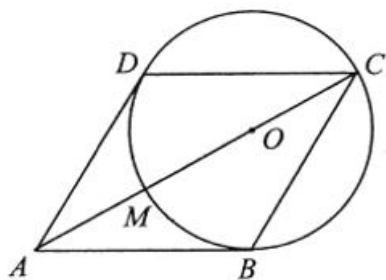
等级	人数
A	72
B	108
C	48
D	m



请你根据图表中的信息，解答下列问题：

- (1) 本次被调查的学生人数是多少？
- (2) 求以上图表中 m , n 的值及扇形统计图中 A 等级对应的圆心角度数；
- (3) 若该校共有学生 1200 人，估计满意度为 A , B 等级的学生共有多少人？

23. 如图，线段 AB 与 $\odot O$ 相切于点 B ， AO 交 $\odot O$ 于点 M ，其延长线交 $\odot O$ 于点 C ，连接 BC ， $\angle ABC = 120^\circ$ ， D 为 $\odot O$ 上一点且 $\widehat{DB}$ 的中点为 M ，连接 AD ， CD 。



- (1) 求 $\angle ACB$ 的度数；
- (2) 四边形 $ABCD$ 是否是菱形？如果是，请证明；如果不是，请说明理由；
- (3) 若 $AC = 6$ ，求 $\widehat{CD}$ 的长。

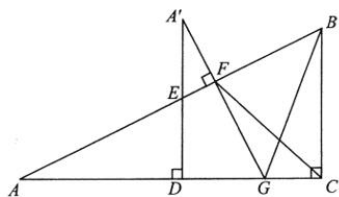
24. 某企业准备对 A , B 两个生产性项目进行投资，根据其生产成本、销售情况等因素进行分析得知：投资

A 项目一年后的收益 y_A (万元) 与投入资金 x (万元) 的函数表达式为： $y_A = \frac{2}{5}x$ ，投资 B 项目一年后的

收益 y_B (万元) 与投入资金 x (万元) 的函数表达式为： $y_B = -\frac{1}{5}x^2 + 2x$ 。

- (1) 若将 10 万元资金投入 A 项目，一年后获得的收益是多少？
- (2) 若对 A , B 两个项目投入相同的资金 m ($m > 0$) 万元，一年后两者获得的收益相等，则 m 的值是多少？
- (3) 2023 年，我国对小微企业施行所得税优惠政策。该企业将根据此政策获得的减免税款及其他结余资金共计 32 万元，全部投入到 A , B 两个项目中，当 A , B 两个项目分别投入多少万元时，一年后获得的收益之和最大？最大值是多少万元？

25. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AC>BC$, 点 D 在边 AC 上, 将线段 DA 绕点 D 按顺时针方向旋转 90° 得到 DA' , 线段 DA' 交 AB 于点 E , 作 $A'F \perp AB$ 于点 F , 与线段 AC 交于点 G , 连接 FC, GB .



(1) 求证: $\triangle ADE \cong \triangle A'DG$;

(2) 求证: $AF \cdot GB = AG \cdot FC$;

(3) 若 $AC=8$, $\tan A = \frac{1}{2}$, 当 $A'G$ 平分四边形 $DCBE$ 的面积时, 求 AD 的长.

26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $l: y = a(x+2)$ ($a>0$) 与 x 轴交于点 A , 与抛物线 $E: y = ax^2$ 交于 B, C 两点 (B 在 C 的左边).

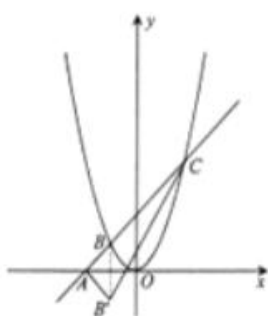


图1

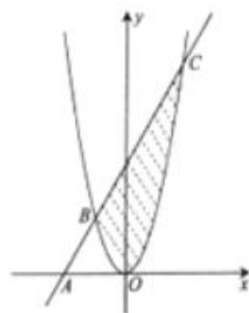


图2

(1) 求 A 点的坐标;

(2) 如图 1, 若 B 点关于 x 轴的对称点为 B' 点, 当以点 A, B', C 为顶点的三角形是直角三角形时, 求实数 a 的值;

(3) 定义: 将平面直角坐标系中横坐标与纵坐标均为整数的点叫作格点, 如 $(-2,1), (2,0)$ 等均为格点. 如图 2, 直线 l 与抛物线 E 所围成的封闭图形即阴影部分 (不包含边界) 中的格点数恰好是 26 个, 求 a 的取值范围.

