

2023 年湘潭市初中学业水平考试

数学试题卷

考试时量：120 分钟 满分：120 分

考生注意：

本试卷分试题卷和答题卡两部分，全卷共四道大题，26 道小题。请考生将解答过程全部填（涂）写在答题卡上，写在试题卷上无效，考试结束后，将试题卷和答题卡一并上交。

一、选择题（本大题共 8 个小题，每小题 3 分，共 24 分。在每小题给出的 4 个选项中，只有一项符合题目要求，请将正确答案的选项代号涂在答题卡相应的位置上）

1. 中国的汉字既象形又表意，不但其形美观，而且寓意深刻，观察下列汉字，其中是轴对称图形的是（ ）

- A. 爱 B. 我 C. 中 D. 华

2. 若代数式 $\sqrt{x-1}$ 在实数范围内有意义，则 x 的取值范围是（ ）

- A. $x < 1$ B. $x \leq 1$ C. $x > 1$ D. $x \geq 1$

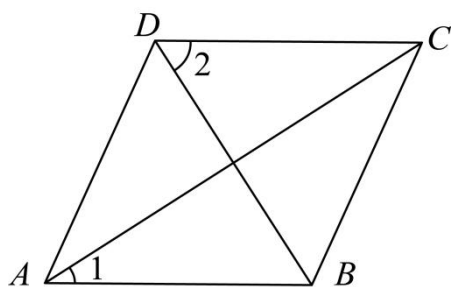
3. 下列计算正确的是（ ）

- A. $a^8 \div a^2 = a^4$ B. $a + a^2 = a^3$ C. $(a^2)^3 = a^5$ D. $a^2 \cdot a^3 = a^5$

4. 某校组织青年教师教学竞赛活动，包含教学设计和现场教学展示两个方面。其中教学设计占 20%，现场展示占 80%。某参赛教师的教学设计 90 分，现场展示 95 分，则她的最后得分为（ ）

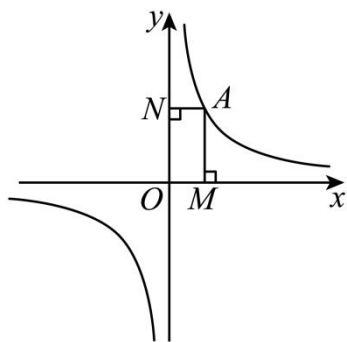
- A. 95 分 B. 94 分 C. 92.5 分 D. 91 分

5. 如图，菱形 $ABCD$ 中，连接 AC ， BD ，若 $\angle 1 = 20^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数为（ ）



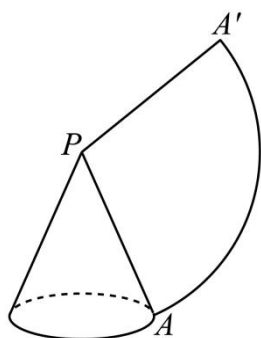
- A. 20° B. 60° C. 70° D. 80°

6. 如图，平面直角坐标系中， O 是坐标原点，点 A 是反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 图像上的一点，过点 A 分别作 $AM \perp x$ 轴于点 M ， $AN \perp y$ 轴于点 N ，若四边形 $AMON$ 的面积为 2。则 k 的值是（ ）



- A. 2 B. -2 C. 1 D. -1

7. 如图，圆锥底面圆的半径为 4，则这个圆锥的侧面展开图中 $\widehat{AA'}$ 的长为 ()



- A. 4π B. 6π C. 8π D. 16π

8. 某校组织九年级学生赴韶山开展研学活动，已知学校离韶山 50 千米，师生乘大巴车前往，某老师因有事情，推迟了 10 分钟出发，自驾小车以大巴车速度的 1.2 倍前往，结果同时到达。设大巴车的平均速度为 x 千米/时，则可列方程为 ()

- A. $\frac{50}{x} = \frac{50}{1.2x} + \frac{1}{6}$ B. $\frac{50}{x} + 10 = \frac{50}{1.2x}$ C. $\frac{50}{x} = \frac{50}{1.2x} + 10$ D. $\frac{50}{x} + \frac{1}{6} = \frac{50}{1.2x}$

二、选择题 (本题共 4 小题，每小题 3 分，共 12 分。在每小题给出的 4 个选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得 3 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分，请将正确答案的选项代号涂在答题卡相应的位置上)

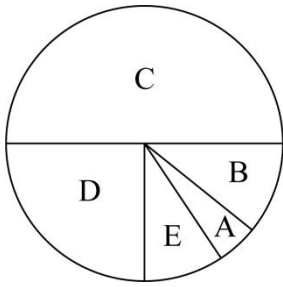
9. 下列选项中正确的是 ()

- A. $8^0 = 1$ B. $|-8| = 8$ C. $-(-8) = 8$ D. $\sqrt{8} = \pm 2\sqrt{2}$

10. 2023 年湘潭中考体育考查了投掷实心球的项目，为了解某校九年级男生投掷实心球水平，随机抽取了若干名男生的成绩 (单位：米)，列出了如下所示的频数分布表并绘制了扇形图：

类别	A	B	C	D	E
成绩	$6 \leq x < 7$	$7 \leq x < 8$	$8 \leq x < 9$	$9 \leq x < 10$	$10 \leq x < 11$

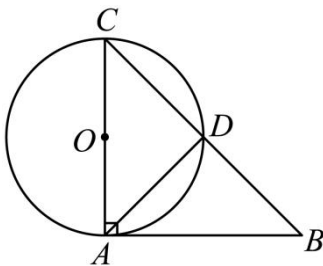
频数	2	6	25	12	5
----	---	---	----	----	---



则下列说法正确的是 ()

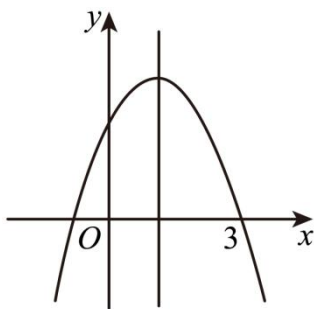
- A. 样本容量为 50
B. 成绩在 $9 \leq x < 10$ 米的人数最多
C. 扇形图中 C 类对应的圆心角为 180°
D. 成绩在 $7 \leq x < 8$ 米的频率为 0.1

11. 如图, AC 是 $\odot O$ 的直径, CD 为弦, 过点 A 的切线与 CD 延长线相交于点 B, 若 $AB = AC$, 则下列说法正确的是 ()



- A. $AD \perp BC$
B. $\angle CAB = 90^\circ$
C. $DB = AB$
D. $AD = \frac{1}{2}BC$

12. 如图, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与 x 轴交于点 $(3, 0)$, 则下列结论中正确的是 ()



- A. $a > 0$
B. $c > 0$
C. $b^2 - 4ac < 0$
D. $9a + 3b + c = 0$

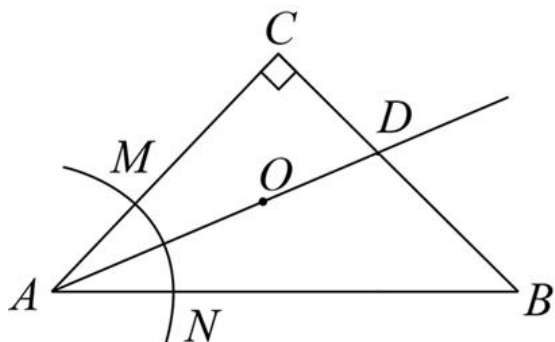
三、填空题 (本题共 4 个小题, 每小题 3 分, 共 12 分. 请将答案写在答题卡相应的位置上)

13. 数轴上到原点的距离小于 $\sqrt{5}$ 的点所表示的整数有_____. (写出一个即可)

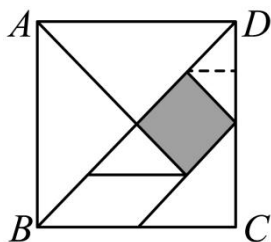
14. 已知实数 a, b 满足 $(a-2)^2 + |b+1| = 0$, 则 $a^b =$ _____.

15. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 按以下步骤作图: ①以点 A 为圆心, 以小于 AC 长为半径作弧,

分别交 AC, AB 于点 M, N ; ②分别以 M, N 为圆心, 以大于 $\frac{1}{2}MN$ 的长为半径作弧, 在 $\angle BAC$ 内两弧交于点 O ; ③作射线 AO , 交 BC 于点 D . 若点 D 到 AB 的距离为 1, 则 CD 的长为_____.

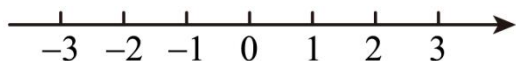


16. 七巧板是我国民间广为流传的一种益智玩具, 某同学用边长为 4dm 的正方形纸板制作了一副七巧板 (如图), 由 5 个等腰直角三角形, 1 个正方形和 1 个平行四边形组成. 则图中阴影部分的面积为_____ dm^2 .



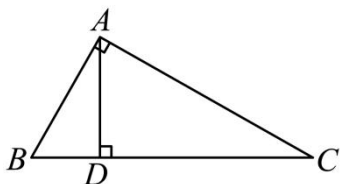
四、解答题 (本大题共 10 个小题, 共 72 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 请将解答过程写在答题卡相应位置上)

17. 解不等式组: $\begin{cases} 7x-14 \leq 0 \text{ ①} \\ 2(x+3) > x+4 \text{ ②} \end{cases}$, 并把它的解集在数轴上表示出来.



18. 先化简, 再求值: $\left(1 + \frac{2}{x+1}\right) \cdot \frac{x^2+x}{x^2-9}$, 其中 $x=6$.

19. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, AD 是斜边 BC 上的高.



(1) 证明: $\triangle ABD \sim \triangle CBA$;

(2) 若 $AB=6$, $BC=10$, 求 BD 的长.

20. 为落实“双减”政策要求, 丰富学生课余生活, 某校七年级根据学生需求, 组建了四个社团供学生选择: A (合唱社团)、B (硬笔书法社团)、C (街舞社团)、D (面点社团). 学生从中任意选择两个社团参加活动.

- (1) 小明对这 4 个社团都很感兴趣，如果他随机选择两个社团，请列举出所有的可能结果；
- (2) 小宇和小江在选择过程中，首先都选了社团 C（街舞社团），第二个社团他俩决定随机选择，请用列表法或树状图求他俩选到相同社团的概率.

21. 教育部正式印发《义务教育劳动课程标准（2022 年版）》，劳动课成为中小学的一门独立课程，湘潭市中小学已经将劳动教育融入学生的日常学习和生活中，某校倡导同学们从帮助父母做一些力所能及的家务做起，培养劳动意识，提高劳动技能. 小明随机调查了该校 10 名学生某周在家做家务的总时间，并对数据进行统计分析，过程如下：

收集数据：在家做家务时间：（单位：小时）

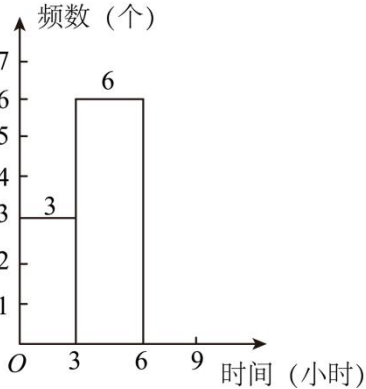
1 5 4 1 a 3 2 b 3 4

整理数据：

时间段	$0 \leq x < 3$	$3 \leq x < 6$	$6 \leq x < 9$
人数	3	6	m

分析数据：

统计量	平均数	中位数	众数
数据	3.4	3.5	4



请结合以上信息回答下列问题：

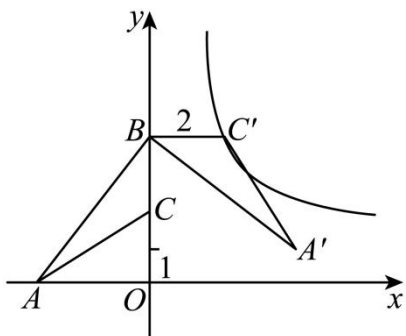
- (1) $m =$ _____，并补全频数直方图；
- (2) 数据统计完成后，小明发现有两个数据不小心丢失了，请根据图表信息找回这两个数据. 若 $a < b$ ，则 $a =$ _____， $b =$ _____；
- (3) 根据调查结果，请估计该校 2000 名学生在这一周劳动时间不少于 3 小时的人数.

22. 我国航天事业发展迅速，2023 年 5 月 30 日 9 时 31 分，神舟十六号载人飞船成功发射，某玩具店抓住商机，先购进了 1000 件相关航天模型玩具进行试销，进价为 50 元/件.

- (1) 设每件玩具售价为 x 元，全部售完的利润为 y 元. 求利润 y （元）关于售价 x （元/件）的函数表达式；

(2) 当售价定为 60 元/件时, 该玩具销售火爆, 该店继续购进一批该种航天模型玩具, 并从中拿出这两批玩具销售利润的 20% 用于支持某航模兴趣组开展活动, 在成功销售完毕后, 资助经费恰好 10000 元, 请问该商店继续购进了多少件航天模型玩具?

23. 如图, 点 A 的坐标是 $(-3, 0)$, 点 B 的坐标是 $(0, 4)$, 点 C 为 OB 中点, 将 $\triangle ABC$ 绕着点 B 逆时针旋转 90° 得到 $\triangle A'BC'$.



(1) 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图像经过点 C' ，求该反比例函数的表达式；

(2) 一次函数图像经过 A 、 A' 两点, 求该一次函数的表达式.

24. 问题情境: 筒车是我国古代发明的一种水利灌溉工具, 既经济又环保, 明朝科学家徐光启在《农政全书》中用图画描绘了筒车的工作原理 (如图①). 假定在水流量稳定的情况下, 筒车上的每一个盛水筒都按逆时针做匀速圆周运动, 每旋转一周用时 120 秒.

问题设置: 把筒车抽象为一个半径为 r 的 $\odot O$. 如图②, OM 始终垂直于水平面, 设筒车半径为 2 米. 当 $t=0$ 时, 某盛水筒恰好位于水面 A 处, 此时 $\angle AOM = 30^\circ$, 经过 95 秒后该盛水筒运动到点 B 处. (参考数据, $\sqrt{2} \approx 1.414, \sqrt{3} \approx 1.732$)



图 1

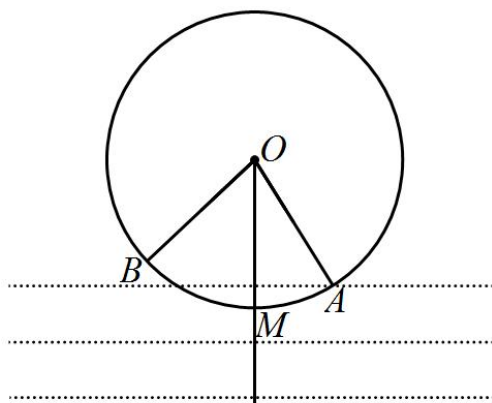
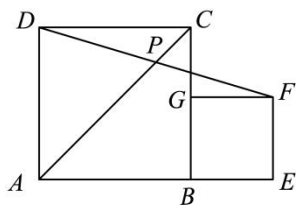


图 2

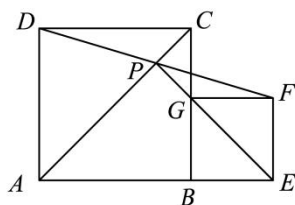
问题解决:

- (1) 求该盛水筒从 A 处逆时针旋转到 B 处时, $\angle BOM$ 的度数;
- (2) 求该盛水筒旋转至 B 处时, 它到水面的距离. (结果精确到 0.1 米)

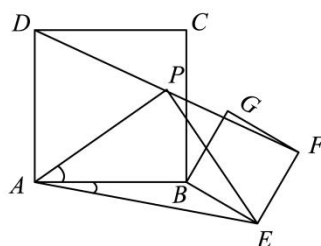
25. 问题情境: 小红同学在学习了正方形的知识后, 进一步进行以下探究活动: 在正方形 $ABCD$ 的边 BC 上任意取一点 G , 以 BG 为边长向外作正方形 $BEFG$, 将正方形 $BEFG$ 绕点 B 顺时针旋转.



图①



图②



图③

特例感知:

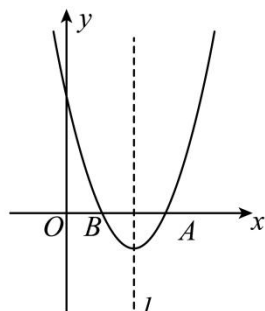
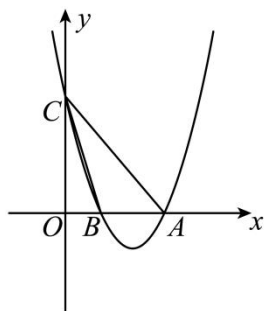
(1) 当 BG 在 BC 上时, 连接 DF , AC 相交于点 P , 小红发现点 P 恰为 DF 的中点, 如图①. 针对小红发现的结论, 请给出证明;

(2) 小红继续连接 EG , 并延长与 DF 相交, 发现交点恰好也是 DF 中点 P , 如图②, 根据小红发现的结论, 请判断 $\triangle APE$ 的形状, 并说明理由;

规律探究:

(3) 如图③, 将正方形 $BEFG$ 绕点 B 顺时针旋转 α , 连接 DF , 点 P 是 DF 中点, 连接 AP , EP , AE , $\triangle APE$ 的形状是否发生改变? 请说明理由.

26. 如图, 二次函数 $y = x^2 + bx + c$ 的图象与 x 轴交于 A , B 两点, 与 y 轴交于 C 点, 其中 $B(1,0)$, $C(0,3)$.



(备用图)

- (1) 求这个二次函数的表达式;
- (2) 在二次函数图象上是否存在点 P , 使得 $S_{\triangle PAC} = S_{\triangle ABC}$? 若存在, 请求出 P 点坐标; 若不存在, 请说明理由;
- (3) 点 Q 是对称轴 l 上一点, 且点 Q 的纵坐标为 a , 当 $\triangle QAC$ 是锐角三角形时, 求 a 的取值范围.

