

张家界市 2023 年初中学业水平考试试卷

数 学

考生注意:

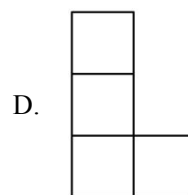
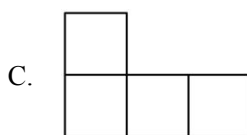
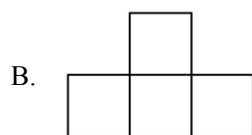
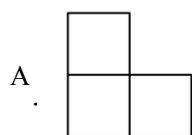
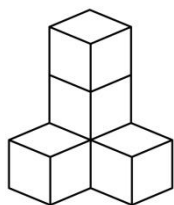
本学科试卷共三道大题, 23 道小题, 满分 100 分, 考试时间 120 分钟.

一、选择题 (本大题共 8 个小题, 每小题 3 分, 共 24 分. 在每个小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

1. $\frac{1}{2023}$ 的相反数是 ()

- A. $\frac{1}{2023}$ B. $-\frac{1}{2023}$ C. 2023 D. -2023

2. 如图是由 5 个完全相同的小正方体组成的立体图形, 其主视图是 ()



3. 下列运算正确的是 ()

- A. $(x+2)^2 = x^2 + 4$ B. $a^2 \cdot a^4 = a^8$ C. $(2x^3)^2 = 4x^6$ D. $2x^2 + 3x^2 = 5x^4$

4. 下列说法正确的是 ()

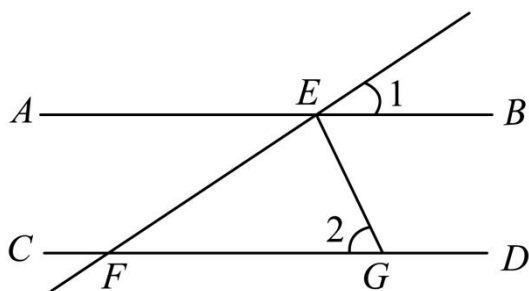
A. 扇形统计图能够清楚地反映事物的变化趋势

B. 对某型号电子产品的使用寿命采用全面调查的方式

C. 有一种游戏的中奖概率是 $\frac{1}{5}$, 则做 5 次这样的游戏一定会有一次中奖

D. 甲、乙两组数据的平均数相等, 它们的方差分别是 $S_{\text{甲}}^2 = 0.2$, $S_{\text{乙}}^2 = 0.03$, 则乙比甲稳定

5. 如图, 已知直线 $AB \parallel CD$, EG 平分 $\angle BEF$, $\angle 1 = 40^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数是 ()

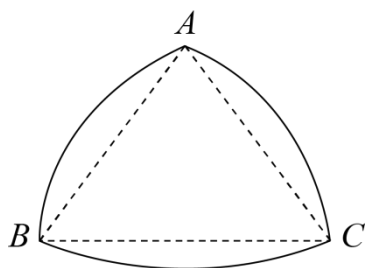


- A. 70° B. 50° C. 40° D. 140°

6. 《四元玉鉴》是一部成就辉煌的数学名著，是宋元数学集大成者，也是我国古代水平最高的一部数学著作。该著作记载了“买椽多少”问题：“六贯二百一十钱，倩人去买几株椽。每株脚钱三文足，无钱准与一株椽”。大意是：现请人代买一批椽，这批椽的总售价为6210文。如果每株椽的运费是3文，那么少拿一株椽后，剩下的椽的运费恰好等于一株椽的价钱，试问6210文能买多少株椽？设6210文购买椽的数量为 x 株，则符合题意的方程是（ ）。

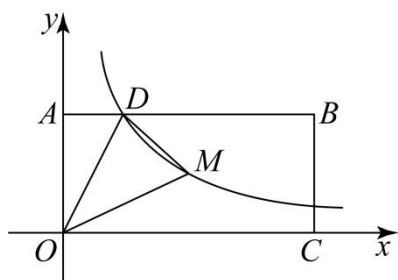
- A. $\frac{6210}{x-1} = 3x$ B. $3(x-1) = 6210$
 C. $3(x-1) = \frac{6210}{x}$ D. $3(x-1) = \frac{6210}{x-1}$

7. “莱洛三角形”也称为圆弧三角形，它是工业生产中广泛使用的一种图形。如图，分别以等边 $\triangle ABC$ 的三个顶点为圆心，以边长为半径画弧，三段圆弧围成的封闭图形是“莱洛三角形”。若等边 $\triangle ABC$ 的边长为3，则该“莱洛三角形”的周长等于（ ）



- A. π B. 3π C. 2π D. $2\pi - \sqrt{3}$

8. 如图，矩形 $OABC$ 的顶点 A 、 C 分别在 y 轴、 x 轴的正半轴上，点 D 在 AB 上，且 $AD = \frac{1}{4}AB$ ，反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0)$ 的图象经过点 D 及矩形 $OABC$ 的对称中心 M ，连接 OD, OM, DM 。若 $\triangle ODM$ 的面积为3，则 k 的值为（ ）



A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

二、填空题（本大题共 6 个小题，每小题 3 分，共 18 分）

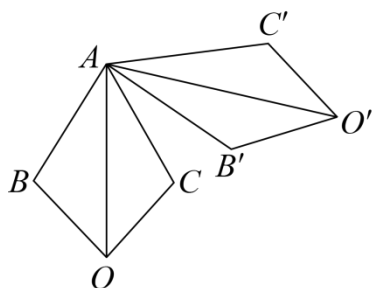
9. “仙境张家界，峰迷全世界”，据统计，2023 年“五一”节假日期间，张家界市各大景区共接待游客约 864000 人次. 将数据 864000 用科学计数法表示为_____.

10. 因式分解: $x^2y + 2xy + y =$ _____.

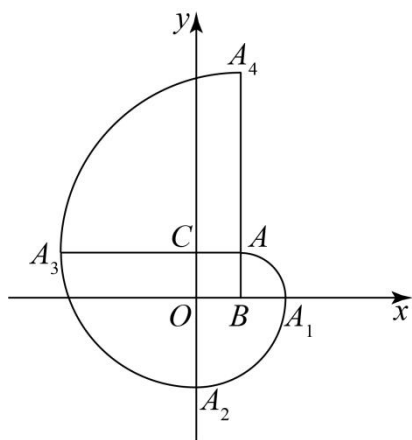
11. 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x - m = 0$ 有两个不相等的实数根, 则 m 的取值范围是_____.

12. 2023 年 4 月 24 日是我国第八个“中国航天日”, 某校开展了一次航天知识竞赛, 共选拔 8 名选手参加总决赛, 他们的决赛成绩分别是 95, 92, 93, 89, 94, 90, 96, 88. 则这 8 名选手决赛成绩的中位数是_____.

13. 如图, AO 为 $\angle BAC$ 的平分线, 且 $\angle BAC = 50^\circ$, 将四边形 $ABOC$ 绕点 A 逆时针方向旋转后, 得到四边形 $AB'O'C'$, 且 $\angle OAC' = 100^\circ$, 则四边形 $ABOC$ 旋转的角度是_____.



14. 如图, 在平面直角坐标系中, 四边形 $ABOC$ 是正方形, 点 A 的坐标为 $(1,1)$, $\widehat{AA_1}$ 是以点 B 为圆心, BA 为半径的圆弧; $\widehat{A_1A_2}$ 是以点 O 为圆心, OA_1 为半径的圆弧, $\widehat{A_2A_3}$ 是以点 C 为圆心, CA_2 为半径的圆弧, $\widehat{A_3A_4}$ 是以点 A 为圆心, AA_3 为半径的圆弧, 继续以点 B, O, C, A 为圆心按上述作法得到的曲线 $AA_1A_2A_3A_4A_5 \cdots$ 称为正方形的“渐开线”, 则点 A_{2023} 的坐标是_____.



三、解答题（本大题共 9 个小题，共计 58 分. 请考生用黑色碳素笔在答题卡相应的题号后的答题区域内作答，必须写出运算步骤、推理过程或文字说明，超出答题区域的作答无效）

15. 计算: $|- \sqrt{3}| - (4 - \pi)^0 - 2 \sin 60^\circ + \left(\frac{1}{5}\right)^{-1}$.

16. 先化简 $\left(x - 1 - \frac{3}{x+1}\right) \div \frac{x^2 - 4}{x^2 + 2x + 1}$, 然后从 $-1, 1, 2$ 这三个数中选一个合适的数代入求值.

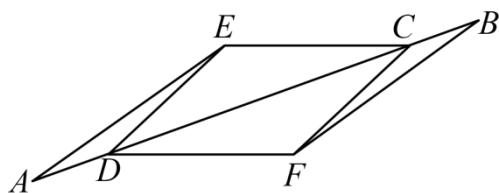
17. 为拓展学生视野, 某中学组织八年级师生开展研学活动, 原计划租用 45 座客车若干辆, 但有 15 人没有座位; 若租用同样数量的 60 座客车, 则多出三辆车, 且其余客车恰好坐满. 现有甲、乙两种客车, 它们的载客量和租金如下表所示:

	甲型客车	乙型客车
载客量 (人/辆)	45	60
租金 (元/辆)	200	300

(1) 参加此次研学活动的师生人数是多少? 原计划租用多少辆 45 座客车?

(2) 若租用同一种客车, 要使每位师生都有座位, 应该怎样租用才合算?

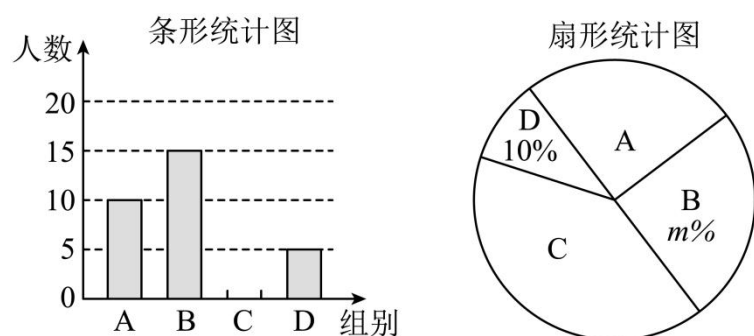
18. 如图, 已知点 A, D, C, B 在同一条直线上, 且 $AD = BC$, $AE = BF$, $CE = DF$.



(1) 求证: $AE \parallel BF$;

(2) 若 $DF = FC$ 时, 求证: 四边形 $DECF$ 是菱形.

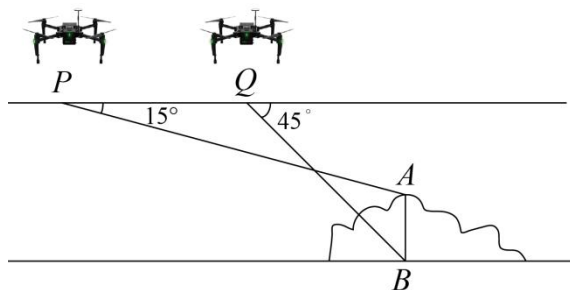
19. 2022 年 4 月 21 日新版《义务教育课程方案和课程标准 (2022 年版)》正式颁布, 优化了课程设置, 其中将劳动教育从综合实践活动课程中独立出来. 某校为了初步了解学生的劳动教育情况, 对九年级学生“参加家务劳动的时间”进行了抽样调查, 并将劳动时间 x 分为如下四组 ($A: x < 70$; $B: 70 \leq x < 80$; $C: 80 \leq x < 90$; $D: x \geq 90$, 单位: 分钟) 进行统计, 绘制了如下不完整的统计图.



根据以上信息, 解答下列问题:

- (1) 本次抽取的学生人数为_____人，扇形统计图中 m 的值为_____；
- (2) 补全条形统计图；
- (3) 已知该校九年级有 600 名学生，请估计该校九年级学生中参加家务劳动的时间在 80 分钟（含 80 分钟）以上的学生有多少人？
- (4) 若 D 组中有 3 名女生，其余均是男生，从中随机抽取两名同学交流劳动感受，请用列表法或树状图法，求抽取的两名同学中恰好是一名女生和一名男生的概率。

20. “游张家界山水，逛七十二奇楼”成为今年旅游新特色。某数学兴趣小组用无人机测量奇楼 AB 的高度，测量方案如图：先将无人机垂直上升至距水平地面 225m 的 P 点，测得奇楼顶端 A 的俯角为 15° ，再将无人机沿水平方向飞行 200m 到达点 Q ，测得奇楼底端 B 的俯角为 45° ，求奇楼 AB 的高度。（结果精确到 1m，参考数据： $\sin 15^\circ \approx 0.26$ ， $\cos 15^\circ \approx 0.97$ ， $\tan 15^\circ \approx 0.27$ ）



21. 阅读下面材料：

将边长分别为 a ， $a + \sqrt{b}$ ， $a + 2\sqrt{b}$ ， $a + 3\sqrt{b}$ 的正方形面积分别记为 S_1 ， S_2 ， S_3 ， S_4 。

$$\begin{aligned} \text{则 } S_2 - S_1 &= (a + \sqrt{b})^2 - a^2 \\ &= [(a + \sqrt{b}) + a] \cdot [(a + \sqrt{b}) - a] \\ &= (2a + \sqrt{b}) \cdot \sqrt{b} \\ &= b + 2a\sqrt{b} \end{aligned}$$

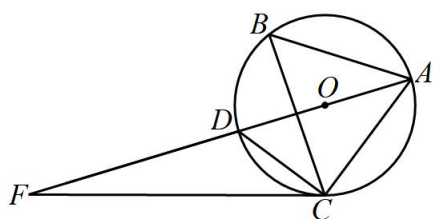
例如：当 $a = 1$ ， $b = 3$ 时， $S_2 - S_1 = 3 + 2\sqrt{3}$

根据以上材料解答下列问题：

- (1) 当 $a = 1$ ， $b = 3$ 时， $S_3 - S_2 = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $S_4 - S_3 = \underline{\hspace{2cm}}$ ；
- (2) 当 $a = 1$ ， $b = 3$ 时，把边长为 $a + n\sqrt{b}$ 的正方形面积记作 S_{n+1} ，其中 n 是正整数，从 (1) 中的计算结果，你能猜出 $S_{n+1} - S_n$ 等于多少吗？并证明你的猜想；
- (3) 当 $a = 1$ ， $b = 3$ 时，令 $t_1 = S_2 - S_1$ ， $t_2 = S_3 - S_2$ ， $t_3 = S_4 - S_3$ ， $\cdots$ ， $t_n = S_{n+1} - S_n$ ，且

$T = t_1 + t_2 + t_3 + \cdots + t_{50}$, 求 T 的值.

22. 如图, $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, AD 是 $\odot O$ 的直径, F 是 AD 延长线上一点, 连接 CD , CF , 且 $\angle DCF = \angle CAD$.



(1) 求证: CF 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若直径 $AD = 10$, $\cos B = \frac{3}{5}$, 求 FD 的长.

23. 如图, 在平面直角坐标系中, 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象与 x 轴交于点 $A(-2, 0)$ 和点 $B(6, 0)$ 两点, 与 y 轴交于点 $C(0, 6)$. 点 D 为线段 BC 上的一动点.

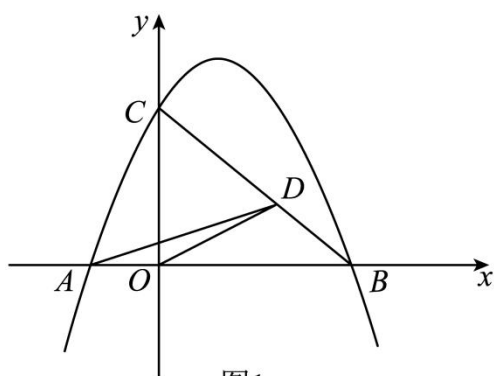


图1

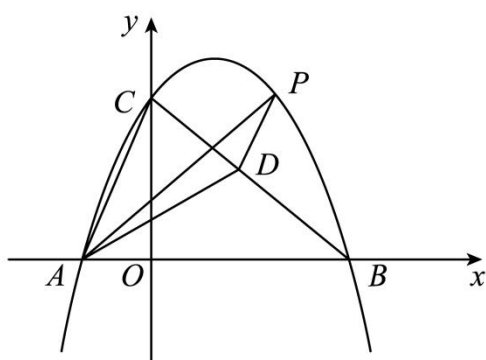


图2

(1) 求二次函数的表达式;

(2) 如图 1, 求 $\triangle AOD$ 周长的最小值;

(3) 如图 2, 过动点 D 作 $DP \parallel AC$ 交抛物线第一象限部分于点 P , 连接 PA, PB , 记 $\triangle PAD$ 与 $\triangle PBD$ 的面积和为 S , 当 S 取得最大值时, 求点 P 的坐标, 并求出此时 S 的最大值.

