

2023 年岳阳市初中学业水平考试试卷

数学

温馨提示:

1. 本试卷共三大题, 24 小题, 满分 120 分, 考试时量 90 分钟;
2. 本试卷分为试题卷和答题卡两部分, 所有答案都必须填涂或填写在答题卡上规定的答题区域内;
3. 考试结束后, 考生不得将试题卷、答题卡、草稿纸带出考场.

一、选择题 (本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 满分 24 分. 在每小题给出的四个选项中, 选出符合要求的一项)

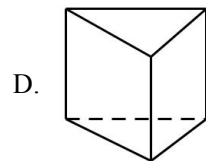
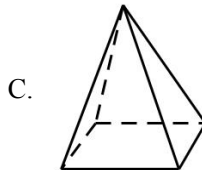
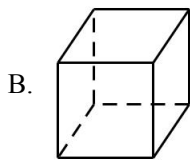
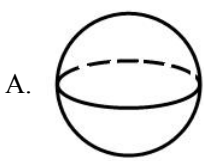
1. 2023 的相反数是 ()

- A. $\frac{1}{2023}$ B. -2023 C. 2023 D. $-\frac{1}{2023}$

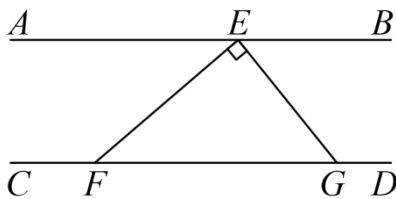
2. 下列运算结果正确的是 ()

- A. $a^2 \cdot a = a^3$ B. $a^6 \div a^2 = a^3$ C. $3a - a = 3$ D. $(a - b)^2 = a^2 - b^2$

3. 下列几何体的主视图是圆的是 ()



4. 已知 $AB \parallel CD$, 点 E 在直线 AB 上, 点 F, G 在直线 CD 上, $EG \perp EF$ 于点 E , $\angle AEF = 40^\circ$, 则 $\angle EGF$ 的度数是 ()



- A. 40° B. 45° C. 50° D. 60°

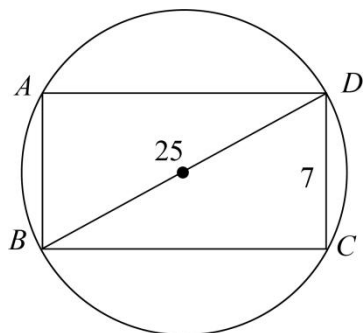
5. 在 5 月份跳绳训练中, 妍妍同学一周成绩记录如下: 176, 178, 178, 180, 182, 185, 189 (单位: 次/分钟), 这组数据的众数和中位数分别是 ()

- A. 180, 182 B. 178, 182 C. 180, 180 D. 178, 180

6. 下列命题是真命题的是 ()

- A. 同位角相等 B. 菱形的四条边相等
C. 正五边形是中心对称图形 D. 单项式 $5ab^2$ 的次数是 4

7. 我国古代数学名著《九章算术》中有这样一道题：“今有圆材，径二尺五寸．欲为方版，令厚七寸，问广几何？”结合右图，其大意是：今有圆形材质，直径 BD 为 25 寸，要做成方形板材，使其厚度 CD 达到 7 寸．则 BC 的长是（ ）



- A. $\sqrt{674}$ 寸 B. 25 寸 C. 24 寸 D. 7 寸

8. 若一个点的坐标满足 $(k, 2k)$ ，我们将这样的点定义为“倍值点”．若关于 x 的二次函数 $y = (t+1)x^2 + (t+2)x + s$ (s, t 为常数， $t \neq -1$) 总有两个不同的倍值点，则 s 的取值范围是（ ）

- A. $s < -1$ B. $s < 0$ C. $0 < s < 1$ D. $-1 < s < 0$

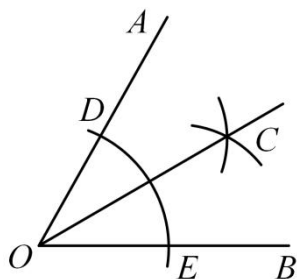
二、填空题 (本大题共 8 小题，每小题 4 分，满分 32 分)

9. 函数 $y = \frac{1}{x-2}$ 中，自变量 x 的取值范围是_____.

10. 近年来，岳阳扛牢“守护好一江碧水”责任，水在变清，岸在变绿，洞庭湖真正成为鸟类的天堂．2022 年冬季，洞庭湖区越冬水鸟数量达 37.83 万只，数据 378300 用科学记数法表示为_____.

11. 有两个女生小合唱队，各由 6 名队员组成，甲队与乙队的平均身高均为 $\bar{x} = 160\text{cm}$ ，甲队身高方差 $s_{\text{甲}}^2 = 1.2$ ，乙队身高方差 $s_{\text{乙}}^2 = 2.0$ ，两队身高比较整齐的是_____队．(填“甲”或“乙”)

12. 如图，①在 OA, OB 上分别截取线段 OD, OE ，使 $OD = OE$ ；②分别以 D, E 为圆心，以大于 $\frac{1}{2}DE$ 的长为半径画弧，在 $\angle AOB$ 内两弧交于点 C ；③作射线 OC ．若 $\angle AOB = 60^\circ$ ，则 $\angle AOC =$ _____°.



13. 观察下列式子：

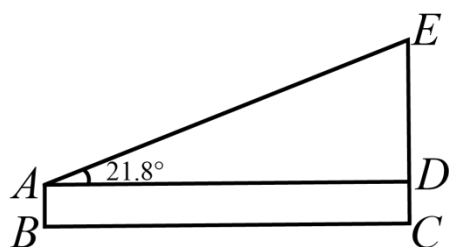
$$1^2 - 1 = 1 \times 0; \quad 2^2 - 2 = 2 \times 1; \quad 3^2 - 3 = 3 \times 2; \quad 4^2 - 4 = 4 \times 3; \quad 5^2 - 5 = 5 \times 4; \quad \dots$$

依此规律，则第 n (n 为正整数) 个等式是_____.

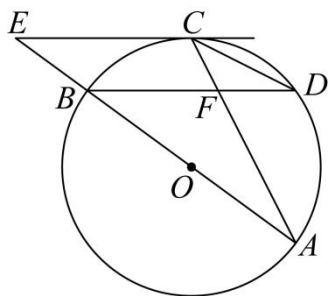
14. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 2mx + m^2 - m + 2 = 0$ 有两个不相等的实数根，且 $x_1 + x_2 + x_1 \cdot x_2 = 2$,

则实数 $m =$ _____.

15. 2023 年岳阳举办以“跃马江湖”为主题的马拉松赛事. 如图，某校数学兴趣小组在 A 处用仪器测得赛场一宣传气球顶部 E 处的仰角为 21.8° ，仪器与气球的水平距离 BC 为 20 米，且距地面高度 AB 为 1.5 米，则气球顶部离地面的高度 EC 是_____米 (结果精确到 0.1 米， $\sin 21.8^\circ \approx 0.3714, \cos 21.8^\circ \approx 0.9285, \tan 21.8^\circ \approx 0.4000$).



16. 如图，在 $\odot O$ 中，AB 为直径，BD 为弦，点 C 为 $\widehat{BD}$ 的中点，以点 C 为切点的切线与 AB 的延长线交于点 E.



(1) 若 $\angle A = 30^\circ, AB = 6$ ，则 $\widehat{BD}$ 的长是_____ (结果保留 π);

(2) 若 $\frac{CF}{AF} = \frac{1}{3}$ ，则 $\frac{CE}{AE} =$ _____.

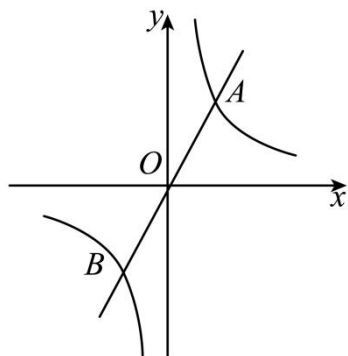
三、解答题 (本大题共 8 小题，满分 24 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

17. 计算: $2^2 - \tan 60^\circ + |\sqrt{3} - 1| - (3 - \pi)^0$.

18. 解不等式组:
$$\begin{cases} 2x + 1 > x + 3, & \textcircled{1} \\ 2x - 4 < x. & \textcircled{2} \end{cases}$$

19. 如图，反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数， $k \neq 0$) 与正比例函数 $y = mx$ (m 为常数， $m \neq 0$) 的图像交

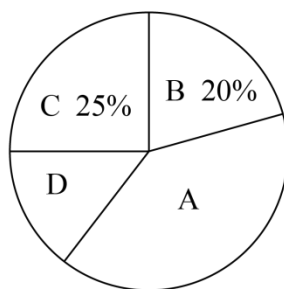
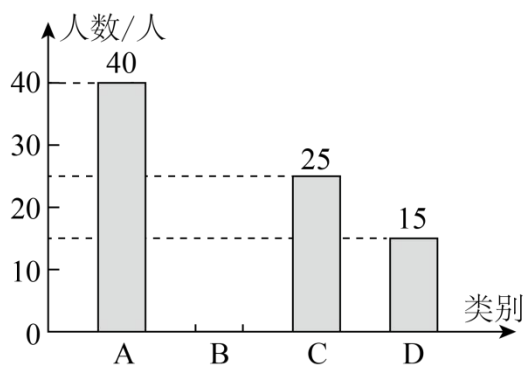
于 $A(1,2), B$ 两点.



(1) 求反比例函数和正比例函数的表达式;

(2) 若 y 轴上有一点 $C(0, n)$, $\triangle ABC$ 的面积为 4, 求点 C 的坐标.

20. 为落实中共中央办公厅、国务院办公厅印发的《关于实施中华优秀传统文化传承发展工程意见》, 深入开展“我们的节日”主题活动, 某校七年级在端午节来临之际, 成立了四个社团: A 包粽子, B 腌咸蛋, C 酿甜酒, D 摘艾叶. 每人只参加一个社团的情况下, 随机调查了部分学生, 根据调查结果绘制了两幅不完整的统计图:

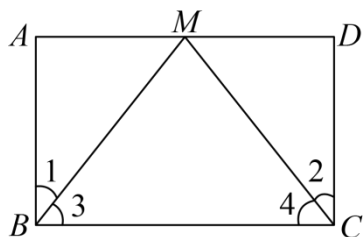


(1) 本次共调查了_____名学生;

(2) 请补全条形统计图;

(3) 学校计划从四个社团中任选两个社团进行成果展示, 请用列表或画树状图的方法, 求同时选中 A 和 C 两个社团的概率.

21. 如图, 点 M 在 $ABCD$ 的边 AD 上, $BM = CM$, 请从以下三个选项中① $\angle 1 = \angle 2$; ② $AM = DM$; ③ $\angle 3 = \angle 4$, 选择一个合适的选项作为已知条件, 使 $ABCD$ 为矩形.



(1) 你添加的条件是_____ (填序号);

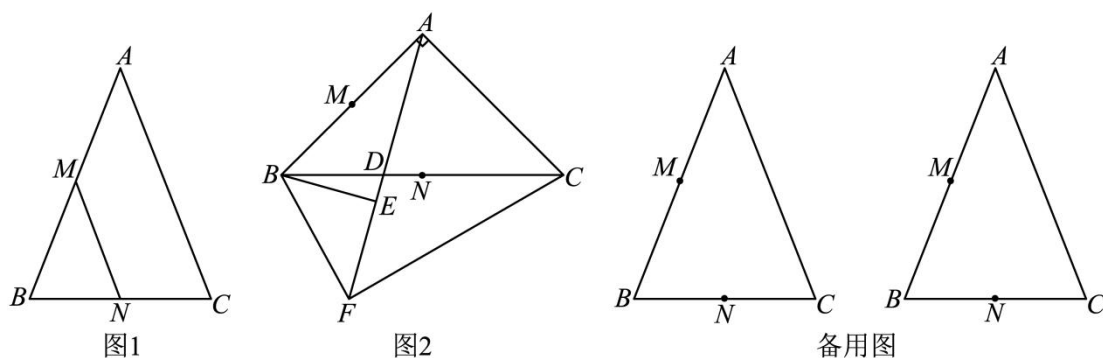
(2) 添加条件后, 请证明 $ABCD$ 为矩形.

22. 水碧万物生, 岳阳龙虾好. 小龙虾产业已经成为岳阳乡村振兴的“闪亮名片”. 已知翠翠家去年龙虾的总产量是 4800kg , 今年龙虾的总产量是 6000kg , 且去年与今年的养殖面积相同, 平均亩产量去年比今年少 60kg , 求今年龙虾的平均亩产量.

23. 如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 点 M, N 分别为边 AB, BC 的中点, 连接 MN .

初步尝试: (1) MN 与 AC 的数量关系是_____, MN 与 AC 的位置关系是_____.

特例研讨: (2) 如图 2, 若 $\angle BAC = 90^\circ, BC = 4\sqrt{2}$, 先将 $\triangle BMN$ 绕点 B 顺时针旋转 α (α 为锐角), 得到 $\triangle BEF$, 当点 A, E, F 在同一直线上时, AE 与 BC 相交于点 D , 连接 CF .

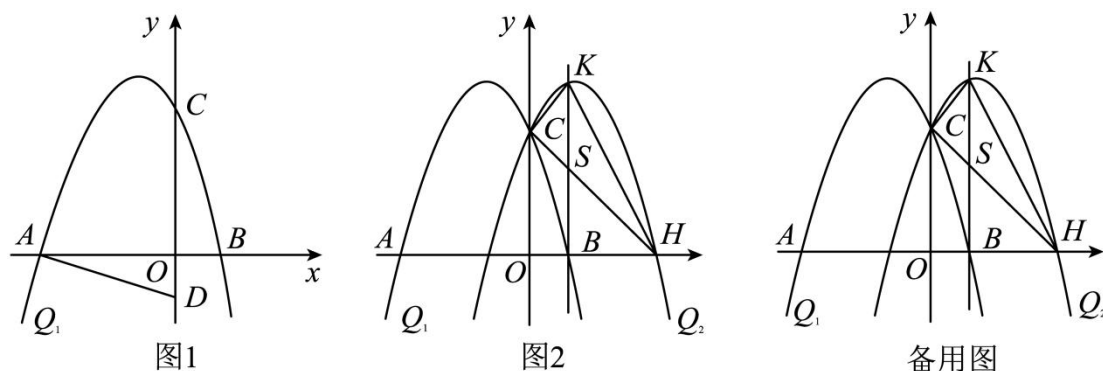


(1) 求 $\angle BCF$ 的度数;

(2) 求 CD 的长.

深入探究: (3) 若 $\angle BAC < 90^\circ$, 将 $\triangle BMN$ 绕点 B 顺时针旋转 α , 得到 $\triangle BEF$, 连接 AE, CF . 当旋转角 α 满足 $0^\circ < \alpha < 360^\circ$, 点 C, E, F 在同一直线上时, 利用所提供的备用图探究 $\angle BAE$ 与 $\angle ABF$ 的数量关系, 并说明理由.

24. 已知抛物线 $Q_1: y = -x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于 $A(-3, 0), B$ 两点, 交 y 轴于点 $C(0, 3)$.



(1) 请求出抛物线 Q_1 的表达式.

(2) 如图 1, 在 y 轴上有一点 $D(0, -1)$, 点 E 在抛物线 Q_1 上, 点 F 为坐标平面内一点, 是否存在点 E, F

使得四边形 $DAEF$ 为正方形？若存在，请求出点 E, F 的坐标；若不存在，请说明理由.

(3) 如图 2，将抛物线 Q_1 向右平移 2 个单位，得到抛物线 Q_2 ，抛物线 Q_2 的顶点为 K ，与 x 轴正半轴交于点 H ，抛物线 Q_1 上是否存在点 P ，使得 $\angle CPK = \angle CHK$ ？若存在，请求出点 P 的坐标；若不存在，请说明理由.

