

娄底市 2023 年初中毕业学业考试试题卷

数学

温馨提示:

1. 本学科试卷分试题卷和答题卡两部分, 数学卷面满分 120 分, 考试时量 120 分钟.

2. 请你将姓名、准考证号等相关信息按要求填涂在答题卡上.

3. 请在答题卡规定区域内作答, 答在本试题卷上无效.

一、选择题 (本大题共 12 小题, 每小题 3 分, 满分 36 分, 每小题给出的四个选项中, 只有一个选项是符合题目要求的, 请把你认为符合题目要求的选项填涂在答题卡上相应题号下的方框里)

1. 2023 的倒数是 ()

- A. 2023 B. $\frac{1}{2023}$ C. $-\frac{1}{2023}$ D. -2023

2. 下列运算正确的是 ()

- A. $a^2 \cdot a^4 = a^8$ B. $a^2 + 3a = 4a^2$
C. $(a+2)(a-2) = a^2 - 2$ D. $(-2a^2b)^3 = -8a^6b^3$

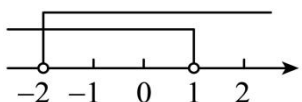
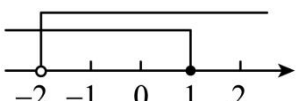
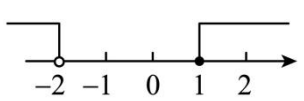
3. 新时代我国教育事业取得了历史性成就, 目前我国已建成世界上规模最大的教育体系, 教育现代化发展总体水平跨入世界中上国家行列, 其中高等教育在学总规模达到 4430 万人, 处于高等教育普及化阶段. 4430 万用科学记数法表示为 ()

- A. 443×10^5 B. 4.43×10^7 C. 4.43×10^8 D. 0.443×10^8

4. 一个小组 7 名同学的身高 (单位: cm) 分别为: 175, 160, 158, 155, 168, 151, 170. 这组数据的中位数是 ()

- A. 151 B. 155 C. 158 D. 160

5. 不等式组 $\begin{cases} -x+3 < 5 \\ 2x-2 \leq 0 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示正确的是 ()

- A.  B. 
C.  D. 

6. 将直线 $y = 2x+1$ 向右平移 2 个单位所得直线的表达式为 ()

- A. $y = 2x-1$ B. $y = 2x-3$ C. $y = 2x+3$ D. $y = 2x+5$

7. 从 $\frac{36}{7}$, 3.1415926 , $3.\dot{3}$, $\sqrt{4}$, $\sqrt{5}$, $-\sqrt[3]{8}$, $\sqrt[3]{9}$ 中随机抽取一个数, 此数是无理数的概率是 ()

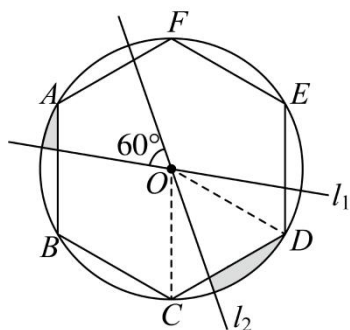
- A. $\frac{2}{7}$ B. $\frac{3}{7}$ C. $\frac{4}{7}$ D. $\frac{5}{7}$

8. 一个长方体物体的一顶点所在 A 、 B 、 C 三个面的面积比是 $3:2:1$, 如果分别按 A 、 B 、 C 面朝上将此物体放在水平地面上, 地面所受的压力产生的压强分别为 P_A 、 P_B 、 P_C (压强的计算公式为 $P = \frac{F}{S}$), 则

$$P_A:P_B:P_C = ()$$

- A. $2:3:6$ B. $6:3:2$ C. $1:2:3$ D. $3:2:1$

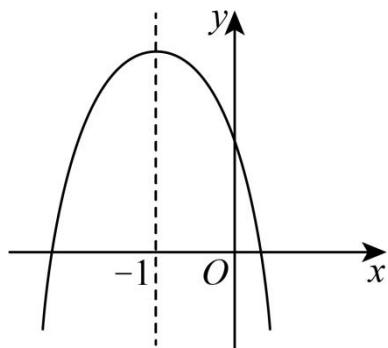
9. 如图, 正六边形 $ABCDEF$ 的外接圆 $\odot O$ 的半径为 2, 过圆心 O 的两条直线 l_1 、 l_2 的夹角为 60° , 则图中的阴影部分的面积为 ()



- A. $\frac{4}{3}\pi - \sqrt{3}$ B. $\frac{4}{3}\pi - \frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{2}{3}\pi - \sqrt{3}$ D. $\frac{2}{3}\pi - \frac{\sqrt{3}}{2}$

10. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图所示, 给出下列结论: ① $abc < 0$; ② $4a - 2b + c > 0$;

③ $a - b > m(am + b)$ (m 为任意实数); ④若点 $(-3, y_1)$ 和点 $(3, y_2)$ 在该图象上, 则 $y_1 > y_2$. 其中正确的结论是 ()



- A. ①② B. ①④ C. ②③ D. ②④

11. 从 n 个不同元素中取出 m ($m \leq n$) 个元素的所有组合的个数, 叫做从 n 个不同元素中取出 m 个元素的组

合数，用符号 C_n^m 表示， $C_n^m = \frac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-m+1)}{m(m-1)\cdots 1}$ ($n \geq m$, n, m 为正整数)；例如： $C_5^2 = \frac{5 \times 4}{2 \times 1}$ ，

$$C_8^3 = \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1}, \text{ 则 } C_9^4 + C_9^5 = (\quad)$$

- A. C_9^6 B. C_{10}^4 C. C_{10}^5 D. C_{10}^6

12. 我国南宋著名数学家秦九韶在他的著作《数学九章》一书中，给出了这样的—个结论：三边分别为 a 、

b 、 c 的 $\triangle ABC$ 的面积为 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 b^2 - \left(\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2} \right)^2}$. $\triangle ABC$ 的边 a 、 b 、 c 所对的角分别是 $\angle A$ 、

$\angle B$ 、 $\angle C$ ，则 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{1}{2} ac \sin B = \frac{1}{2} bc \sin A$. 下列结论中正确的是 ()

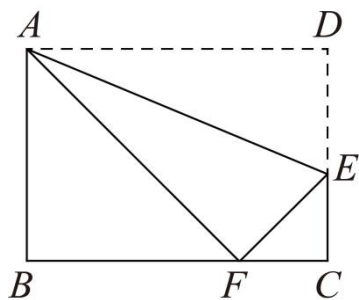
- A. $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$ B. $\cos C = -\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$
C. $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ac}$ D. $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2bc}$

二、填空题 (本大题共 6 小题，每小题 3 分，满分 18 分)

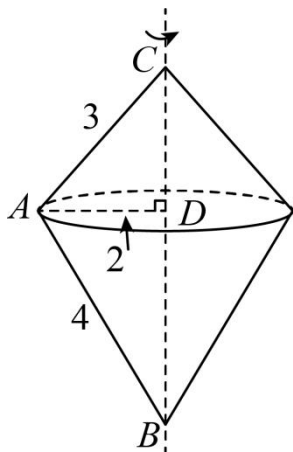
13. 函数 $y = \sqrt{x+1}$ 的自变量 x 的取值范围为_____.

14. 若 m 是方程 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 的根，则 $m^2 + \frac{1}{m^2} =$ _____.

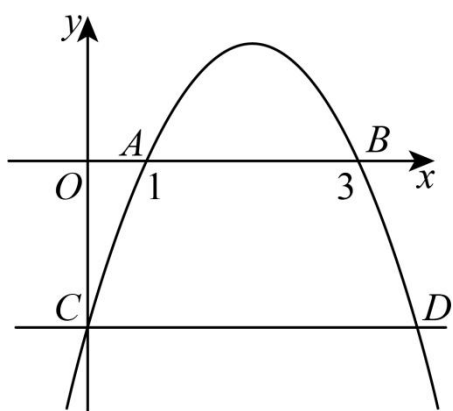
15. 如图，点 E 在矩形 $ABCD$ 的边 CD 上，将 $\triangle ADE$ 沿 AE 折叠，点 D 恰好落在边 BC 上的点 F 处，若 $BC = 10$. $\sin \angle AFB = \frac{4}{5}$ ，则 $DE =$ _____.



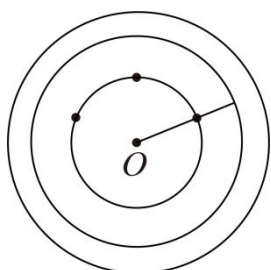
16. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AC = 3$ ， $AB = 4$ ， BC 边上的高 $AD = 2$ ，将 $\triangle ABC$ 绕着 BC 所在的直线旋转一周得到的几何体的表面积为_____.



17. 如图, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与 x 轴相交于点 $A(1, 0)$ 、点 $B(3, 0)$, 与 y 轴相交于点 C , 点 D 在抛物线上, 当 $CD \parallel x$ 轴时, $CD =$ _____.



18. 若干个同学参加课后社团——舞蹈活动, 一次排练中, 先到的 n 个同学均匀排成一个以 O 点为圆心, r 为半径的圆圈 (每个同学对应圆周上一个点), 又来了两个同学, 先到的同学都沿各自所在半径往后移 a 米, 再左右调整位置, 使这 $(n+2)$ 个同学之间的距离与原来 n 个同学之间的距离 (即在圆周上两人之间的圆弧的长) 相等. 这 $(n+2)$ 个同学排成圆圈后, 又有一个同学要加入队伍, 重复前面的操作, 则每人须往后移 _____ 米 (请用关于 a 的代数式表示), 才能使得这 $(n+3)$ 个同学之间的距离与原来 n 个同学之间的距离相等.



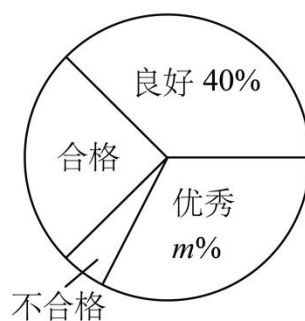
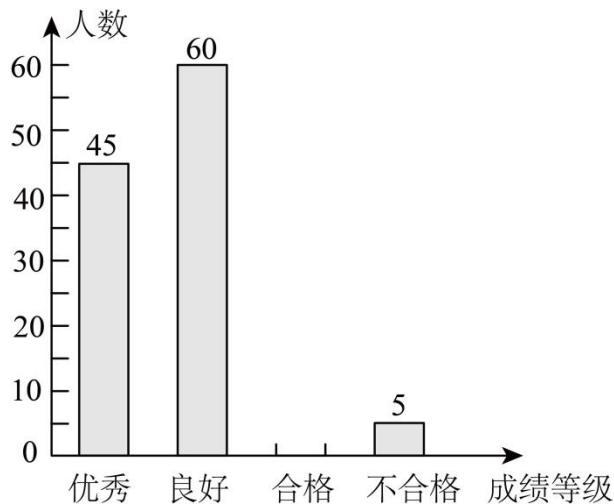
三、解答题 (本大题共 2 小题, 每小题 6 分, 共 12 分)

19. 计算: $(\pi - 2023)^0 + |1 - \sqrt{3}| + \sqrt{8} - \tan 60^\circ$.

20. 先化简，再求值： $\left(\frac{x}{x+1} - \frac{2}{x-1}\right) \div \frac{1}{x^2-1}$ ，其中 x 满足 $x^2 - 3x - 4 = 0$ 。

四、解答题（本大题共 2 小题，每小题 8 分，共 16 分）

21. 某区教育局为了了解某年级学生对科学知识的掌握情况，在全区范围内随机抽取若干名学生进行科学知识测试，按照测试成绩分优秀、良好、合格与不合格四个等级，并绘制了如下两幅不完整统计图。



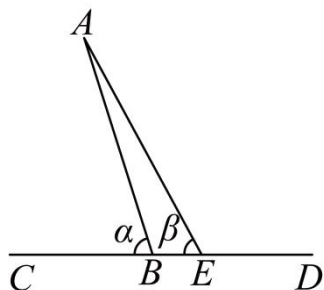
科学知识测试成绩条形统计图 科学知识测试成绩扇形统计图

(1) 参与本次测试的学生人数为 _____， $m =$ _____。

(2) 请补全条形统计图。

(3) 若全区该年纪共有 5000 名学生，请估计该年级对科学知识掌握情况较好（测试成绩能达到良好及以上等级）的学生人数。

22. 几位同学在老师的指导下到某景区进行户外实践活动，在登山途中发现该景区某两座山之间风景优美，但路陡难行，为了便于建议景区管理处在这两山顶间建观光索道，他们分别在两山顶上取 A 、 B 两点，并过点 B 架设一水平线型轨道 CD （如图所示），使得 $\angle ABC = \alpha$ ，从点 B 出发按 CD 方向前进 20 米到达点 E ，即 $BE = 20$ 米，测得 $\angle AEB = \beta$ 。已知 $\sin \alpha = \frac{24}{25}$ ， $\tan \beta = 3$ ，求 A 、 B 两点间的距离。



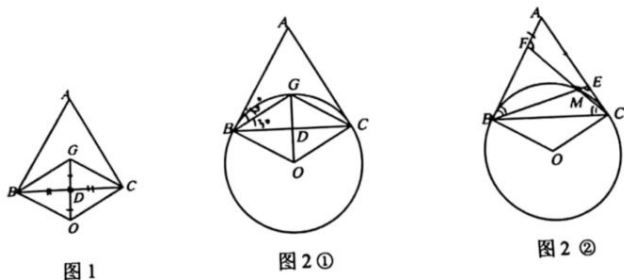
五、解答题（本大题共 2 小题，每小题 9 分，共 18 分）

23. 为落实“五育并举”，绿化美化环境，学校在劳动周组织学生到校园周边种植甲、乙两种树苗。已知购买甲种树苗 3 棵，乙种树苗 2 棵共需 12 元；购买甲种树苗 1 棵，乙种树苗 3 棵共需 11 元。

(1) 求每棵甲、乙树苗的价格.

(2) 本次活动共种植了 200 棵甲、乙树苗, 假设所种的树苗若干年后全部长成了参天大树, 并且平均每棵树的值 (含生态价值, 经济价值) 均为原来树苗价的 100 倍, 要想获得不低于 5 万元的价值, 请问乙种树苗种植数量不得少于多少棵?

24. 如图 1, 点 G 为等边 $\triangle ABC$ 的重心, 点 D 为 BC 边的中点, 连接 GD 并延长至点 O , 使得 $DO = DG$, 连接 GB, GC, OB, OC



(1) 求证: 四边形 $BOCG$ 为菱形.

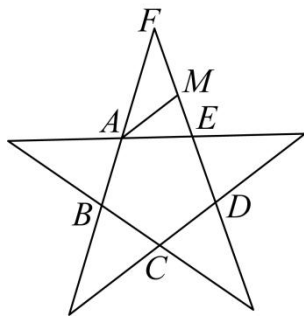
(2) 如图 2, 以 O 点为圆心, OG 为半径作 $\odot O$

①判断直线 AB 与 $\odot O$ 的位置关系, 并予以证明.

②点 M 为劣弧 BC 上一动点 (与点 B 、点 C 不重合), 连接 BM 并延长交 AC 于点 E , 连接 CM 并延长交 AB 于点 F , 求证: $AE + AF$ 为定值.

六、综合题 (本大题共 2 小题, 每小题 10 分, 共 20 分)

25. 鲜艳的中华人民共和国国旗始终是当代中华儿女永不褪色的信仰, 国旗上的每颗星都是标准五角星. 为了增强学生的国家荣誉感、民族自豪感等. 数学老师组织学生对五角星进行了较深入的研究. 延长正五边形的各边直到不相邻的边相交, 得到一个标准五角星. 如图, 正五边形 $ABCDE$ 的边 BA, DE 的延长线相交于点 F , $\angle EAF$ 的平分线交 EF 于点 M .

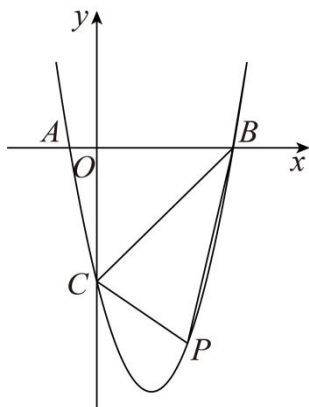


(1) 求证: $AE^2 = EF \cdot EM$.

(2) 若 $AF = 1$, 求 AE 的长.

(3) 求 $\frac{S_{\text{正五边形}ABCDE}}{S_{\triangle AEF}}$ 的值.

26. 如图，抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 过点 $A(-1, 0)$ 、点 $B(5, 0)$ ，交 y 轴于点 C 。



(1) 求 b, c 的值.

(2) 点 $P(x_0, y_0)$ ($0 < x_0 < 5$) 是抛物线上的动点

①当 x_0 取何值时， $\triangle PBC$ 的面积最大？并求出 $\triangle PBC$ 面积的最大值；

②过点 P 作 $PE \perp x$ 轴，交 BC 于点 E ，再过点 P 作 $PF \parallel x$ 轴，交抛物线于点 F ，连接 EF ，问：是否存在点 P ，使 $\triangle PEF$ 为等腰直角三角形？若存在，请求出点 P 的坐标；若不存在，请说明理由.

