

2022 年长沙市初中学业水平考试试卷

数学

注意事项:

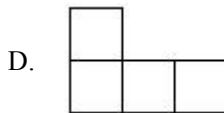
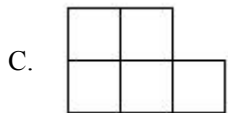
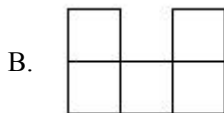
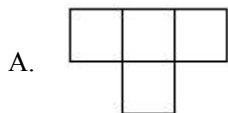
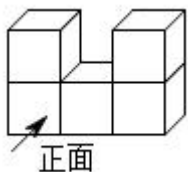
- 1.答题前, 请考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚, 并认真核对条形码上的姓名、准考证号、考场和座位号;
- 2.必须在答题卡上答题, 在草稿纸、试题卷上答题无效;
- 3.答题时, 请考生注意各大题题号后面的答题提示;
- 4.请勿折叠答题卡, 保持字体工整、笔迹清晰、卡面清洁;
- 5.答题卡上不得使用涂改液、涂改胶和贴纸;
- 6.本学科试卷共 25 个小题, 考试时量 120 分钟, 满分 120 分.

一、选择题 (在下列各题的四个选项中, 只有一项是符合题意的. 请在答题卡中填涂符合题意的选项. 本大题共 10 个小题, 每小题 3 分, 共 30 分)

1. -6 的相反数是 ()

- A. $-\frac{1}{6}$ B. -6 C. $\frac{1}{6}$ D. 6

2. 如图是由 5 个大小相同的正方体组成的几何体, 该几何体的主视图是 ()



3. 下列说法中, 正确的是 ()

- A. 调查某班 45 名学生的身高情况宜采用全面调查
- B. “太阳东升西落”是不可能事件
- C. 为了直观地介绍空气各成分的百分比, 最适合使用的统计图是条形统计图
- D. 任意投掷一枚质地均匀的硬币 26 次, 出现正面朝上的次数一定是 13 次

4. 下列计算正确的是 ()

- A. $a^7 \div a^5 = a^2$ B. $5a - 4a = 1$ C. $3a^2 \cdot 2a^3 = 6a^6$ D. $(a-b)^2 = a^2 - b^2$

5. 在平面直角坐标系中，点(5,1)关于原点对称的点的坐标是 ()

- A. (-5,1) B. (5,-1) C. (1,5) D. (-5,-1)

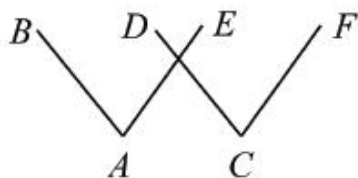
6. 《义务教育课程标准 (2022 年版)》首次把学生学会炒菜纳入劳动教育课程，并做出明确规定. 某班有 7 名学生已经学会炒的菜品的种数依次为: 3, 5, 4, 6, 3, 3, 4, 则这组数据的众数和中位数分别是 ()

- A. 3, 4 B. 4, 3 C. 3, 3 D. 4, 4

7. 为落实“双减”政策，某校利用课后服务开展了主题为“书香满校园”的读书活动. 现需购买甲，乙两种读本共 100 本供学生阅读，其中甲种读本的单价为 10 元/本，乙种读本的单价为 8 元/本，设购买甲种读本 x 本，则购买乙种读本的费用为 ()

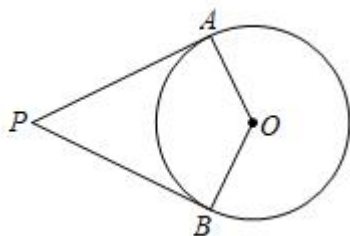
- A. $8x$ 元 B. $10(100-x)$ 元 C. $8(100-x)$ 元 D. $(100-8x)$ 元

8. 如图， $AB \parallel CD$ ， $AE \parallel CF$ ， $\angle BAE = 75^\circ$ ，则 $\angle DCF$ 的度数为 ()



- A. 65° B. 70° C. 75° D. 105°

9. 如图， PA ， PB 是 $\odot O$ 的切线， A 、 B 为切点，若 $\angle AOB = 128^\circ$ ，则 $\angle P$ 的度数为 ()



- A. 32° B. 52° C. 64° D. 72°

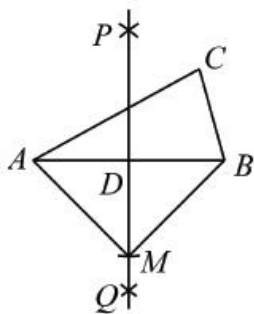
10. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，按以下步骤作图：

①分别过点 A 、 B 为圆心，大于 $\frac{1}{2}AB$ 的长为半径画弧，两弧交于 P 、 Q 两点；

②作直线 PQ 交 AB 于点 D ；

③以点 D 为圆心， AD 长为半径画弧交 PQ 于点 M 、连接 AM 、 BM 。

若 $AB = 2\sqrt{2}$ ，则 AM 的长为 ()



A. 4

B. 2

C. $\sqrt{3}$

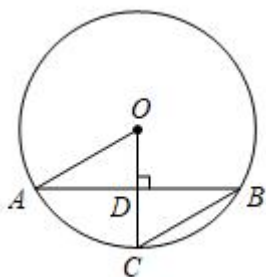
D. $\sqrt{2}$

二、填空题（本大题共 6 个小题，每小题 3 分，共 18 分）

11. 若式子 $\sqrt{x-19}$ 在实数范围内有意义，则实数的取值范围是_____.

12. 分式方程 $\frac{2}{x} = \frac{5}{x+3}$ 的解是_____.

13. 如图，A、B、C 是 $\odot O$ 上的点， $OC \perp AB$ ，垂足为点 D，且 D 为 OC 的中点，若 $OA = 7$ ，则 BC 的长为_____.



14. 关于的一元二次方程 $x^2 + 2x + t = 0$ 有两个不相等的实数根，则实数 t 的值为_____.

15. 为了解某校学生对湖南省“强省会战略”的知晓情况，从该校全体 1000 名学生中，随机抽取了 100 名学生进行调查. 结果显示有 95 名学生知晓. 由此，估计该校全体学生中知晓湖南省“强省会战略”的学生有_____名.

16. 当今大数据时代，“二维码”具有存储量大、保密性强、追踪性高等特点，它已被广泛应用于我们的日常生活中，尤其在全球“新冠”疫情防控期间，区区“二维码”已经展现出无穷威力. 看似“码码相同”，实则“码码不同”. 通常，一个“二维码”由 1000 个大大小小的黑白小方格组成，其中小方格专门用做纠错码和其他用途的编码，这相当于 1000 个方格只有 200 个方格作为数据码. 根据相关数学知识，这 200 个方格可以生成 2^{200} 个不同的数据二维码，现有四名网友对 2^{200} 的理解如下：

YYDS（永远的神）： 2^{200} 就是 200 个 2 相乘，它是一个非常非常大的数；

DDDD（懂的都懂）： 2^{200} 等于 200^2 ；

JXND（觉醒年代）： 2^{200} 的个位数字是 6；

QGYW (强国有我): 我知道 $2^{10} = 1024$, $10^3 = 1000$, 所以我估计 2^{200} 比 10^{60} 大.

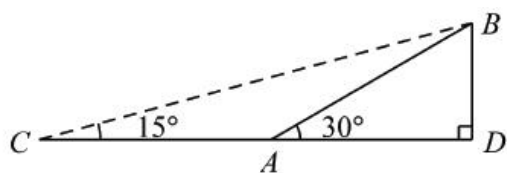
其中对 2^{200} 的理解错误的网友是_____ (填写网名字母代号).

三、解答题 (本大题共 9 个小题, 第 17、18、19 题每小题 6 分, 第 20、21 题每小题 8 分, 第 22、23 题每小题 9 分, 第 24、25 题每小题 10 分, 共 72 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

17. 计算: $|-4| + \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} - (\sqrt{2})^2 + 2035^0$.

18. 解不等式组:
$$\begin{cases} 3x > -8 - x & \text{①} \\ 2(x-1) \leq 6 & \text{②} \end{cases}$$

19. 为了进一步改善人居环境, 提高居民生活的幸福指数. 某小区物业公司决定对小区环境进行优化改造. 如图, AB 表示该小区一段长为 20m 的斜坡, 坡角 $\angle BAD = 30^\circ$, $BD \perp AD$ 于点 D . 为方便通行, 在不改变斜坡高度的情况下, 把坡角降为 15° .

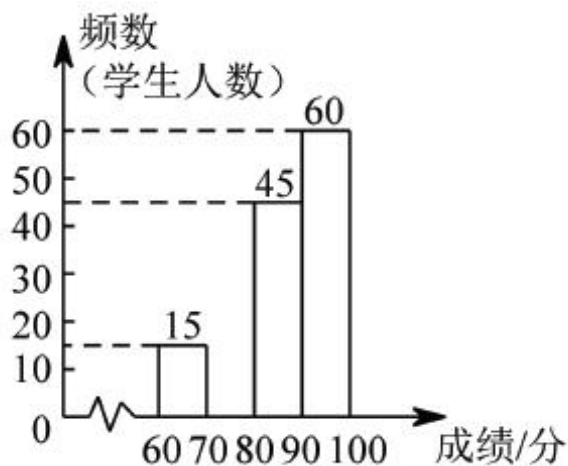


(1) 求该斜坡的高度 BD ;

(2) 求斜坡新起点 C 与原起点 A 之间的距离. (假设图中 C, A, D 三点共线)

20. 2022 年 3 月 22 日至 28 日是第三十五届“中国水周”, 在此期间, 某校举行了主题“为推进地下水超采综合治理, 复苏河湖生态环境”的水资源保护知识竞赛. 为了了解本次知识竞赛成绩的分布情况, 从参赛学生中随机抽取了 150 名学生的初赛成绩进行统计, 得到如下两幅不完整的统计图表.

成绩 x /分	频数	频率
$60 \leq x < 70$	15	0.1
$70 \leq x < 80$	a	0.2
$80 \leq x < 90$	45	b
$90 \leq x < 100$	60	c

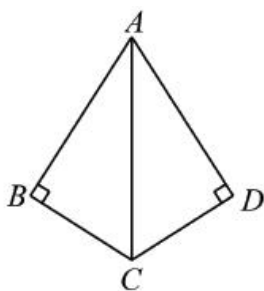


(1) 表中 $a =$ _____, $b =$ _____, $c =$ _____;

(2) 请补全频数分布直方图:

(3) 若某班恰有 3 名女生和 1 名男生的初赛成绩均为 99 分, 从这 4 名学生中随机选取 2 名学生参加复赛, 请用列表法或画树状图法求选出的 2 名学生恰好为一名男生、一名女生的概率.

21. 如图, AC 平分 $\angle BAD$, $CB \perp AB$, $CD \perp AD$, 垂足分别为 B , D .



(1) 求证: $\triangle ABC \cong \triangle ADC$;

(2) 若 $AB = 4$, $CD = 3$, 求四边形 $ABCD$ 的面积.

22. 电影《刘三姐》中, 有这样一个场景, 罗秀才摇头晃脑地吟唱道: “三百条狗交给你, 一少三多四下分, 不要双数要单数, 看你怎样分得匀?” 该歌词表达的是一道数学题. 其大意是: 把 300 条狗分成 4 群, 每个群里, 狗的数量都是奇数, 其中一个群, 狗的数量少; 另外三个群, 狗的数量多且数量相同. 问: 应该如何分? 请你根据题意解答下列问题:

(1) 刘三姐的姐妹们以对歌的形式给出答案: “九十九条打猎去, 九十九条看羊来, 九十九条守门口, 剩下三条给财主.” 请你根据以上信息, 判断以下三种说法是否正确, 在题后相应的括号内, 正确的打 “√”, 错误的打 “×”.

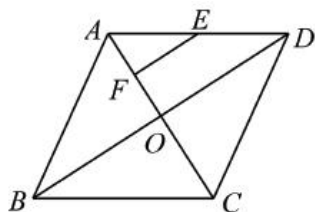
①刘三姐的姐妹们给出的答案是正确的, 但不是唯一正确的答案. ()

②刘三姐的姐妹们给出的答案是唯一正确的答案. ()

③该歌词表达的数学题的正确答案有无数多种. ()

(2) 若罗秀才再增加一个条件：“数量多且数量相同的三个群里，每个群里狗的数量比数量较少的那个群里狗的数量多 40 条”，求每个群里狗的数量.

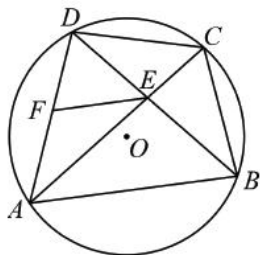
23. 如图，在 $\square ABCD$ 中，对角线 AC , BD 相交于点 O , $AB = AD$.



(1) 求证: $AC \perp BD$;

(2) 若点 E , F 分别为 AD , AO 的中点, 连接 EF , $EF = \frac{3}{2}$, $AO = 2$, 求 BD 的长及四边形 $ABCD$ 的周长.

24. 如图，四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$, 对角线 AC , BD 相交于点 E , 点 F 在边 AD 上, 连接 EF .



(1) 求证: $\triangle ABE \sim \triangle DCE$;

(2) 当 $\widehat{DC} = \widehat{CB}$, $\angle DFE = 2\angle CDB$ 时, 则 $\frac{AE}{BE} - \frac{DE}{CE} =$ _____; $\frac{AF}{AB} + \frac{FE}{AD} =$ _____;

$\frac{1}{AB} + \frac{1}{AD} - \frac{1}{AF} =$ _____. (直接将结果填写在相应的横线上)

(3) ①记四边形 $ABCD$, $\triangle ABE$, $\triangle CDE$ 的面积依次为 S, S_1, S_2 , 若满足 $\sqrt{S} = \sqrt{S_1} + \sqrt{S_2}$, 试判断, $\triangle ABE, \triangle CDE$ 的形状, 并说明理由.

②当 $\widehat{DC} = \widehat{CB}$, $AB = m$, $AD = n$, $CD = p$ 时, 试用含 m, n, p 的式子表示 $AE \cdot CE$.

25. 若关于 x 的函数 y , 当 $t - \frac{1}{2} \leq x \leq t + \frac{1}{2}$ 时, 函数 y 的最大值为 M , 最小值为 N , 令函数 $h = \frac{M - N}{2}$, 我们不妨把函数 h 称之为函数 y 的“共同体函数”.

(1) ①若函数 $y = 4044x$, 当 $t = 1$ 时, 求函数 y 的“共同体函数” h 的值;

②若函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$, k, b 为常数), 求函数 y 的“共同体函数” h 的解析式;

(2) 若函数 $y = \frac{2}{x}$ ($x \geq 1$)，求函数 y 的“共同体函数” h 的最大值；

(3) 若函数 $y = -x^2 + 4x + k$ ，是否存在实数 k ，使得函数 y 的最大值等于函数 y 的“共同体函数” h 的最小值．若存在，求出 k 的值；若不存在，请说明理由．

