

2022 年湖南省益阳市中考数学试卷

一、选择题 (本题共 10 个小题, 每小题 4 分, 共 40 分. 每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

1. 四个实数 $-\sqrt{2}$, 1, 2, $\frac{1}{3}$ 中, 比 0 小的数是 ()

- A. $-\sqrt{2}$ B. 1 C. 2 D. $\frac{1}{3}$

2. 下列各式中, 运算结果等于 a^2 的是 ()

- A. $a^3 - a$ B. $a + a$ C. $a \cdot a$ D. $a^6 \div a^3$

3. 若 $x=2$ 是下列四个选项中的某个不等式组的一个解, 则这个不等式组是 ()

- A. $\begin{cases} x < 1 \\ x < -1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x < 1 \\ x > -1 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x > 1 \\ x < -1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x > 1 \\ x > -1 \end{cases}$

4. 若 $x = -1$ 是方程 $x^2 + x + m = 0$ 的一个根, 则此方程的另一个根是 ()

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

5. 已知一个函数的因变量 y 与自变量 x 的几组对应值如表, 则这个函数的表达式可以是 ()

x	$\cdots$	-1	0	1	2	$\cdots$
y	$\cdots$	-2	0	2	4	$\cdots$

- A. $y = 2x$ B. $y = x - 1$ C. $y = \frac{2}{x}$ D. $y = x^2$

6. 在某市组织的物理实验操作考试中, 考试所用实验室共有 24 个测试位, 分成 6 组, 同组 4 个测试位各有一道相同试题, 各组的试题不同, 分别标记为 A, B, C, D, E, F , 考生从中随机抽取一道试题, 则某个考生抽到试题 A 的概率为 ()

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{24}$

7. 如图 1 所示, 将长为 6 的矩形纸片沿虚线折成 3 个矩形, 其中左右两侧矩形的宽相等, 若要将其围成如图 2 所示的三棱柱形物体, 则图中 a 的值可以是 ()

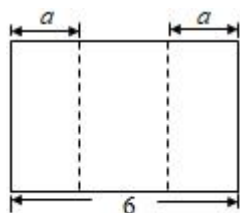


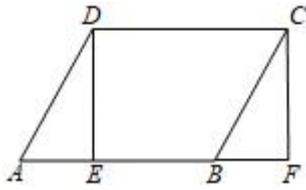
图 1



图 2

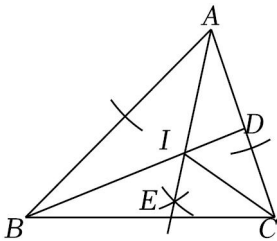
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

8. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, $AB=8$, 点 E 是 AB 上一点, $AE=3$, 连接 DE , 过点 C 作 $CF \parallel DE$, 交 AB 的延长线于点 F , 则 BF 的长为 ()

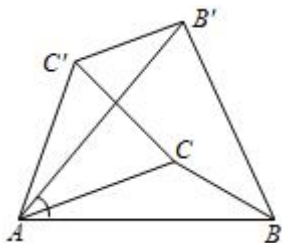


- A. 5 B. 4 C. 3 D. 2

9. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, BD 平分 $\angle ABC$, 以点 A 为圆心, 以任意长为半径画弧交射线 AB , AC 于两点, 分别以这两点为圆心, 以适当的定长为半径画弧, 两弧交于点 E , 作射线 AE , 交 BD 于点 I , 连接 CI , 以下说法错误的是 ()



- A. I 到 AB , AC 边的距离相等
 B. CI 平分 $\angle ACB$
 C. I 是 $\triangle ABC$ 的内心
 D. I 到 A , B , C 三点的距离相等
10. 如图, 已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle CAB=20^\circ$, $\angle ABC=30^\circ$, 将 $\triangle ABC$ 绕 A 点逆时针旋转 50° 得到 $\triangle AB'C'$, 以下结论: ① $BC=B'C'$, ② $AC \parallel C'B'$, ③ $C'B' \perp BB'$, ④ $\angle ABB' = \angle ACC'$, 正确的有 ()



- A. ①②③ B. ①②④ C. ①③④ D. ②③④

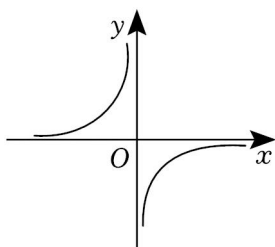
二、填空题 (本题共 8 个小题, 每小题 4 分, 共 32 分, 请将答案填在答题卡中对应题号的横线上)

11. $-\frac{1}{3}$ 的绝对值是_____.

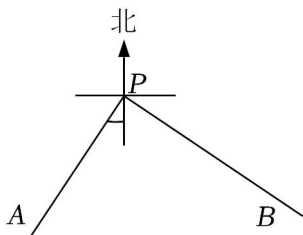
12. 计算: $\frac{2a}{a-1} - \frac{2}{a-1} =$ _____.

13. 已知 m , n 同时满足 $2m+n=3$ 与 $2m-n=1$, 则 $4m^2 - n^2$ 的值是 _____.

14. 反比例函数 $y = \frac{k-2}{x}$ 的图象分布情况如图所示, 则 k 的值可以是 _____ (写出一个符合条件的 k 值即可).

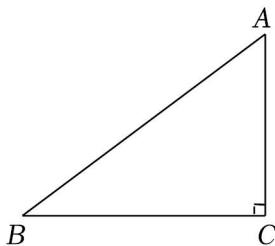


15. 如图, PA , PB 表示以 P 为起点的两条公路, 其中公路 PA 的走向是南偏西 34° , 公路 PB 的走向是南偏东 56° , 则这两条公路的夹角 $\angle APB = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$.

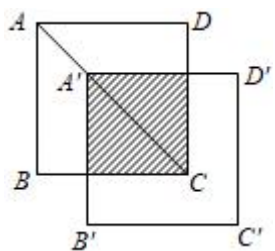


16. 近年来, 洞庭湖区环境保护效果显著, 南迁的候鸟种群越来越多. 为了解南迁到该区域某湿地的 A 种候鸟的情况, 从中捕捉 40 只, 戴上识别卡并放回; 经过一段时间后观察发现, 200 只 A 种候鸟中有 10 只佩有识别卡, 由此估计该湿地约有 只 A 种候鸟.

17. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 若 $\sin A = \frac{4}{5}$, 则 $\cos B = \underline{\hspace{2cm}}$.



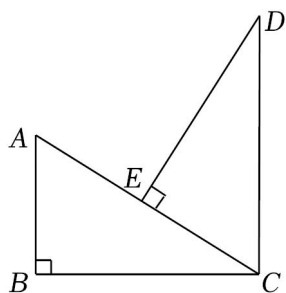
18. 如图, 将边长为 3 的正方形 $ABCD$ 沿其对角线 AC 平移, 使 A 的对应点 A' 满足 $AA' = \frac{1}{3}AC$, 则所得正方形与原正方形重叠部分的面积是 .



三、解答题 (本题共 8 个小题, 共 78 分, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

19. (8 分) 计算: $(-2022)^0 + 6 \times (-\frac{1}{2}) + \sqrt{8} \div \sqrt{2}$.

20. (8 分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle B = 90^\circ$, $CD \parallel AB$, $DE \perp AC$ 于点 E , 且 $CE = AB$. 求证: $\triangle CED \cong \triangle ABC$.

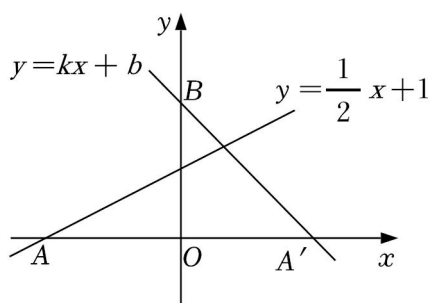


21. (8分) 如图, 直线 $y = \frac{1}{2}x + 1$ 与 x 轴交于点 A , 点 A 关于 y 轴的对称点为 A' , 经过点

A' 和 y 轴上的点 $B(0, 2)$ 的直线设为 $y = kx + b$.

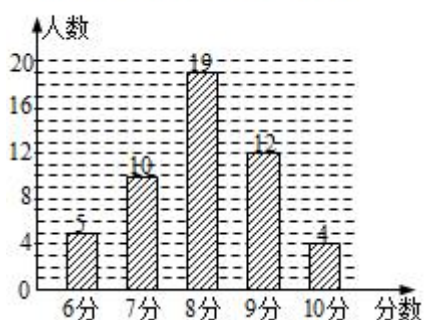
(1) 求点 A' 的坐标;

(2) 确定直线 $A'B$ 对应的函数表达式.

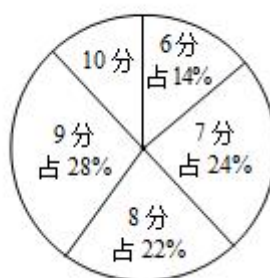


22. (10分) 为了加强心理健康教育, 某校组织七年级 (1) (2) 两班学生进行了心理健康常识测试 (分数为整数, 满分为 10 分), 已知两班学生人数相同, 根据测试成绩绘制了如下所示的统计图.

(1) 班学生成绩条形统计图



(2) 班学生成绩扇形统计图



(1) 求 (2) 班学生中测试成绩为 10 分的人数;

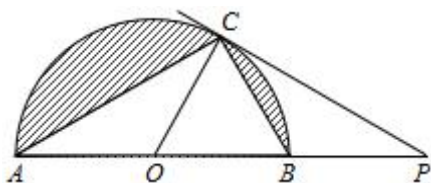
(2) 请确定下表中 a , b , c 的值 (只要求写出求 a 的计算过程);

统计量	平均数	众数	中位数	方差
(1) 班	8	8	c	1.16
(2) 班	a	b	8	1.56

(3) 从上表中选择合适的统计量, 说明哪个班的成绩更均匀.

23. (10分) 如图, C 是圆 O 被直径 AB 分成的半圆上一点, 过点 C 的圆 O 的切线交 AB 的延长线于点 P , 连接 CA , CO , CB .

- (1) 求证: $\angle ACO = \angle BCP$;
 (2) 若 $\angle ABC = 2\angle BCP$, 求 $\angle P$ 的度数;
 (3) 在 (2) 的条件下, 若 $AB = 4$, 求图中阴影部分的面积 (结果保留 π 和根号).



24. (10 分) 在某市组织的农机推广活动中, 甲、乙两人分别操控 A、B 两种型号的收割机参加水稻收割比赛. 已知乙每小时收割的亩数比甲少 40%, 两人各收割 6 亩水稻, 乙则比甲多用 0.4 小时完成任务; 甲、乙在收割过程中对应收稻谷有一定的遗落或破损, 损失率分别为 3%, 2%.

(1) 甲、乙两人操控 A、B 型号收割机每小时各能收割多少亩水稻?

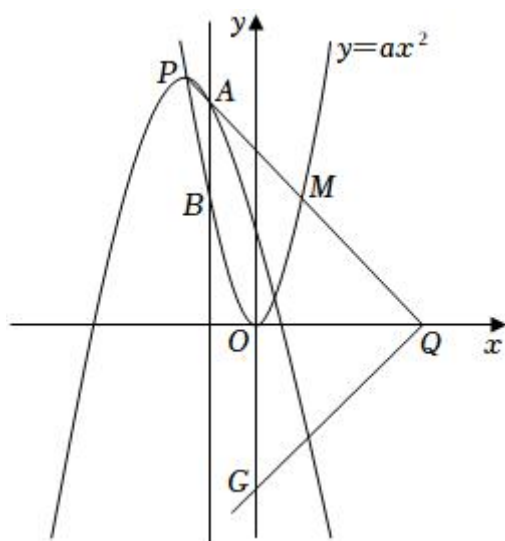
(2) 某水稻种植大户有与比赛中规格相同的 100 亩待收水稻, 邀请甲、乙两人操控原收割机一同前去完成收割任务, 要求平均损失率不超过 2.4%, 则最多安排甲收割多少小时?

25. (12 分) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $E: y = -(x-m)^2 + 2m^2$ ($m < 0$) 的顶点 P 在抛物线 $F: y = ax^2$ 上, 直线 $x = t$ 与抛物线 E, F 分别交于点 A, B .

(1) 求 a 的值;

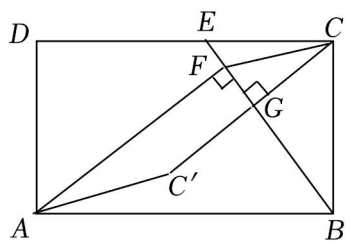
(2) 将 A, B 的纵坐标分别记为 y_A, y_B , 设 $s = y_A - y_B$, 若 s 的最大值为 4, 则 m 的值是多少?

(3) Q 是 x 轴的正半轴上一点, 且 PQ 的中点 M 恰好在抛物线 F 上. 试探究: 此时无论 m 为何负值, 在 y 轴的负半轴上是否存在定点 G , 使 $\angle PQG$ 总为直角? 若存在, 请求出点 G 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



26. (12 分) 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $AB = 15$, $BC = 9$, E 是 CD 边上一点 (不与点 C 重合), 作 $AF \perp BE$ 于 F , $CG \perp BE$ 于 G , 延长 CG 至点 C' , 使 $C'G = CG$, 连接 CF, AC' .

- (1) 直接写出图中与 $\triangle AFB$ 相似的一个三角形；
- (2) 若四边形 $AFCC'$ 是平行四边形，求 CE 的长；
- (3) 当 CE 的长为多少时，以 C' ， F ， B 为顶点的三角形是以 $C'F$ 为腰的等腰三角形？



备用图1



备用图2

