

2022 年湘潭市初中学业水平考试数学试题卷

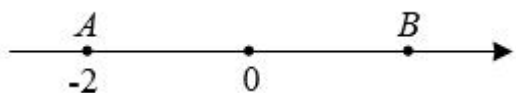
考试时量：120 分钟

考生注意：

本试卷分试题卷和答题卡两部分，全卷共四道大题，26 道小题。请考生将解答过程全部填（涂）写在答题卡上，写在试题卷上无效，考试结束后，将试题卷和答题卡一并上交。

一、选择题（本大题共 8 个小题，在每小题给出的 4 个选项中，只有一项是符合题目要求，请将正确答案的选项代号涂在答题卡相应的位置上）

1. 如图，点 A、B 表示的实数互为相反数，则点 B 表示的实数是（ ）



- A. 2 B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

2. 下列整式与 ab^2 为同类项的是（ ）

- A. a^2b B. $-2ab^2$ C. ab D. ab^2c

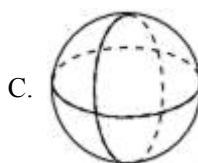
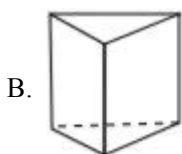
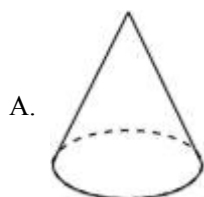
3. “冰墩墩”是北京 2022 年冬季奥运会的吉祥物。该吉祥物以熊猫为原型进行设计创作，将熊猫形象与富有超能量的冰晶外壳相结合，体现了冬季冰雪运动和现代科技特点，冰墩墩玩具也很受欢迎。某玩具店一个星期销售冰墩墩玩具数量如下：

	星期一	星期二	星期三	星期四	星期五	星期六	星期日
玩具数量（件）	35	47	50	48	42	60	68

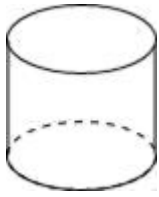
则这个星期该玩具店销售冰墩墩玩具的平均数和中位数分别是（ ）

- A. 48, 47 B. 50, 47 C. 50, 48 D. 48, 50

4. 下列几何体中，主视图为三角形的是（ ）



D.



5. 为培养青少年的创新意识、动手实践能力、现场应变能力和团队精神，湘潭市举办了第10届青少年机器人竞赛。组委会为每个比赛场地准备了四条腿的桌子和三条腿的凳子共12个，若桌子腿数与凳子腿数的和为40条，则每个比赛场地有几张桌子和几条凳子？设有 x 张桌子，有 y 条凳子，根据题意所列方程组正确的是（ ）

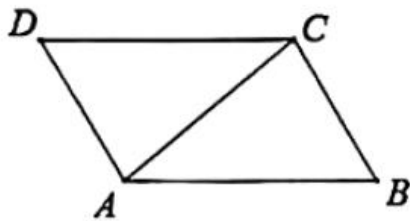
A.
$$\begin{cases} x + y = 40 \\ 4x + 3y = 12 \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x + y = 12 \\ 4x + 3y = 40 \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x + y = 40 \\ 3x + 4y = 12 \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x + y = 12 \\ 3x + 4y = 40 \end{cases}$$

6. 在 $\square ABCD$ 中(如图), 连接 AC , 已知 $\angle BAC = 40^\circ$, $\angle ACB = 80^\circ$, 则 $\angle BCD =$ ()



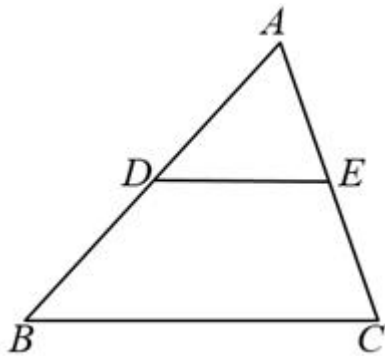
A. 80°

B. 100°

C. 120°

D. 140°

7. 在 $\triangle ABC$ 中(如图), 点 D 、 E 分别为 AB 、 AC 的中点, 则 $S_{ADE} : S_{ABC} =$ ()



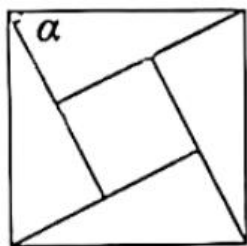
A. 1:1

B. 1:2

C. 1:3

D. 1:4

8. 中国古代数学家赵爽在为《周髀算经》作注解时，用4个全等的直角三角形拼成正方形(如图)，并用它证明了勾股定理，这个图被称为“弦图”。若“弦图”中小正方形面积与每个直角三角形面积均为1， α 为直角三角形中的一个锐角，则 $\tan \alpha =$ ()



- A. 2 B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

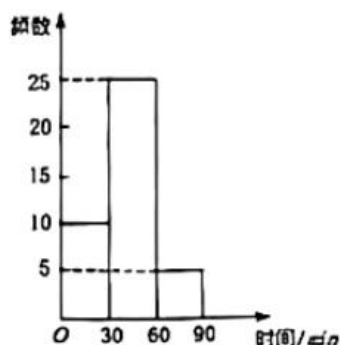
二、选择题 (本题共 4 小题, 在每小题给出的 4 个选项中, 有多项符合题目要求, 请将正确答案的选项代号涂在答题卡相应的位置上)

9. 若 $a > b$, 则下列四个选项中一定成立的是 ()

- A. $a + 2 > b + 2$ B. $-3a > -3b$ C. $\frac{a}{4} < \frac{b}{4}$ D.

$$a - 1 < b - 1$$

10. 依据“双减”政策要求, 初中学生书面作业每天完成时间不超过 90 分钟. 某中学为了解学生作业管理情况, 抽查了七年级 (一) 班全体同学某天完成作业时长情况, 绘制出如图所示的频数直方图: (数据分成 3 组: $0 < x \leq 30$, $30 < x \leq 60$, $60 < x \leq 90$). 则下列说法正确的是 ()



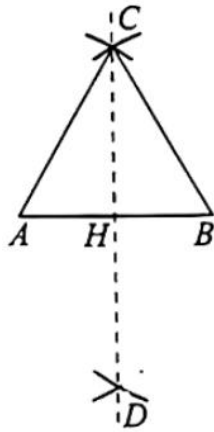
- A. 该班有 40 名学生
B. 该班学生当天完成作业时长在 $30 < x \leq 60$ 分钟的人数最多
C. 该班学生当天完成作业时长在 $0 < x \leq 30$ 分钟的频数是 5
D. 该班学生当天完成作业时长在 $0 < x \leq 60$ 分钟的人数占全班人数的 80%

11. 下列计算正确的是 ()

- A. $4a - 2a = 2$ B. $a^3 \cdot a^2 = a^5$ C. $(3a^2)^2 = 6a^4$ D.

$$a^6 \div a^2 = a^4$$

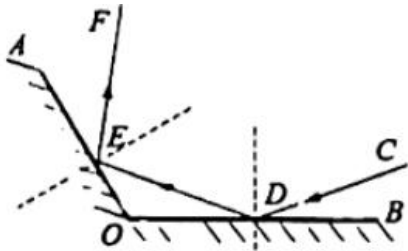
12. 如图, 小明在学了尺规作图后, 作了一个图形, 其作图步骤是: ①作线段 $AB = 2$, 分别以点 A、B 为圆心, 以 AB 长为半径画弧, 两弧相交于点 C、D; ②连接 AC、BC, 作直线 CD, 且 CD 与 AB 相交于点 H. 则下列说法正确的是 ()



- A. $\triangle ABC$ 是等边三角形
 B. $AB \perp CD$
 C. $AH = BH$
 D. $\angle ACD = 45^\circ$

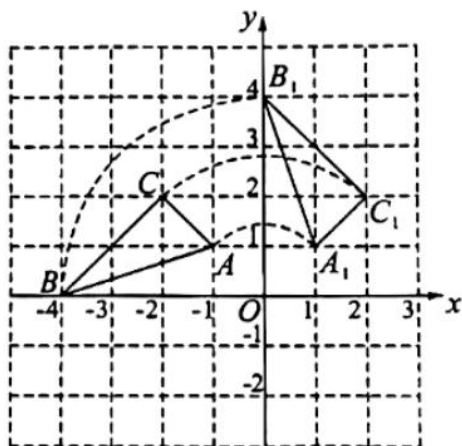
三、填空题 (本题共 4 个小题, 请将答案写在答题卡相应的位置上)

13. 四个数 -1 , 0 , $\frac{1}{2}$, $\sqrt{3}$ 中, 为无理数的是_____.
14. 请写出一个 y 随 x 增大而增大的一次函数表达式_____.
15. 2022 年 6 月 5 日, 神舟十四号载人飞船在酒泉卫星发射中心发射成功, 飞船入轨后将按照预定程序与离地面约 400000 米的天宫空间站进行对接. 请将 400000 米用科学记数法表示为_____米.
16. 如图, 一束光沿 CD 方向, 先后经过平面镜 OB 、 OA 反射后, 沿 EF 方向射出, 已知 $\angle AOB = 120^\circ$, $\angle CDB = 20^\circ$, 则 $\angle AEF =$ _____.



四、解答题 (本大题共 10 个小题, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤, 请将解答过程写在答题卡相应位置上)

17. 如图, 在平面直角坐标系中, 已知 $\triangle ABC$ 的三个顶点的坐标分别为 $A(-1,1)$, $B(-4,0)$, $C(-2,2)$. 将 $\triangle ABC$ 绕原点 O 顺时针旋转 90° 后得到 $\triangle A_1B_1C_1$.

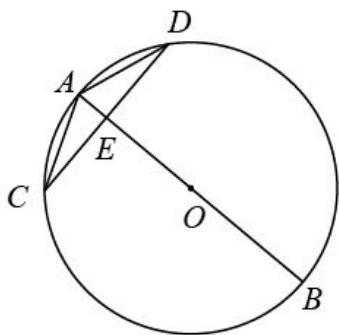


(1) 请写出 A_1 、 B_1 、 C_1 三点的坐标: A_1 _____, B_1 _____, C_1 _____

(2) 求点 B 旋转到点 B_1 的弧长.

18. 先化简, 再求值: $\frac{1}{x-3} \div \frac{1}{x^2-9} - \frac{x}{x+1} \cdot \frac{x^2+x}{x^2}$, 其中 $x=2$.

19. 如图, 在 $\odot O$ 中, 直径 AB 与弦 CD 相交于点 E , 连接 AC 、 BD .



(1) 求证: $\triangle AEC \sim \triangle DEB$;

(2) 连接 AD , 若 $AD=3$, $\angle C=30^\circ$, 求 $\odot O$ 的半径.

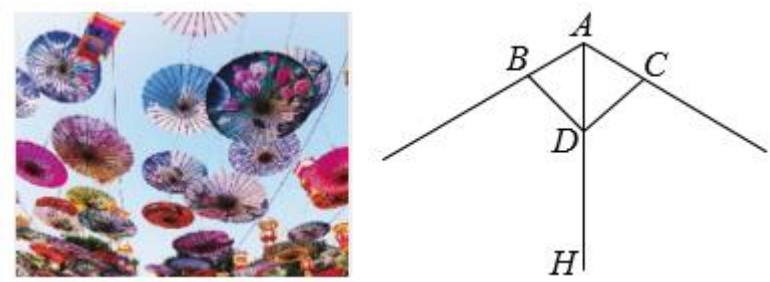
20. 5 月 30 日是全国科技工作者日, 某校准备举办“走近科技英雄, 讲好中国故事”的主题比赛活动. 八年级 (一) 班由 A_1 、 A_2 、 A_3 三名同学在班上进行初赛, 推荐排名前两位的同学参加学校决赛.

(1) 请写出在班上初赛时, 这三名同学讲故事顺序的所有可能结果;

(2) 若 A_1 、 A_2 两名同学参加学校决赛, 学校制作了编号为 A 、 B 、 C 的 3 张卡片 (如图, 除编号和内容外, 其余完全相同), 放在一个不透明的盒子里. 先由 A_1 随机摸取 1 张卡片记下编号, 然后放回, 再由 A_2 随机摸取 1 张卡片记下编号, 根据摸取的卡片内容讲述相关英雄的故事. 求 A_1 、 A_2 两人恰好讲述同一名科技英雄故事的概率. (请用“画树状图”或“列表”等方法写出分析过程)

A“杂交水稻之父”袁隆平	B“天眼之父”南仁东	C“航天之父”钱学森
--------------	------------	------------

21. 湘潭县石鼓油纸伞因古老工艺和文化底蕴，已成为石鼓乡村旅游的一张靓丽名片. 某中学八年级数学兴趣小组参观后，进行了设计伞的实践活动. 小文依据黄金分割的美学设计理念，设计了中截面如图所示的伞骨结构（其中 $\frac{DH}{AH} \approx 0.618$ ）：伞柄 AH 始终平分 $\angle BAC$ ， $AB = AC = 20\text{cm}$ ，当 $\angle BAC = 120^\circ$ 时，伞完全打开，此时 $\angle BDC = 90^\circ$. 请问最少需要准备多长的伞柄？（结果保留整数，参考数据： $\sqrt{3} \approx 1.732$ ）



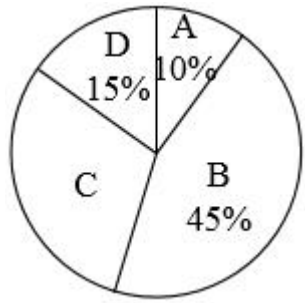
22. 百年青春百年梦，初心向党向未来. 为热烈庆祝中国共产主义青年团成立 100 周年，继承先烈遗志，传承“五四”精神. 某中学在“做新时代好少年，强国有我”的系列活动中，开展了“好书伴我成长”的读书活动. 为了解 5 月份八年级学生的读书情况，随机调查了八年级 20 名学生读书数量（单位：本），并进行了以下数据的整理与分析：

数据收集：2 5 3 5 4 6 1 5 3 4 3 6 7 5 8 3 4 7
3 4

数据整理：

本数	$0 < x \leq 2$	$2 < x \leq 4$	$4 < x \leq 6$	$6 < x \leq 8$
组别	A	B	C	D
频数	2	m	6	3

数据分析：绘制成不完整的扇形统计图：



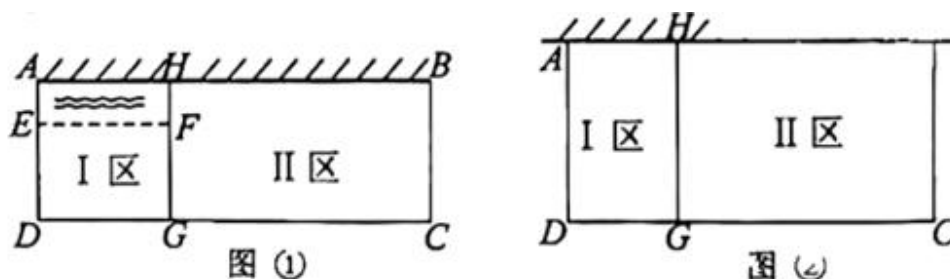
依据统计信息回答问题

(1) 在统计表中, $m =$ _____;

(2) 在扇形统计图中, C 部分对应的圆心角的度数为 _____;

(3) 若该校八年级学生人数为 200 人, 请根据上述调查结果, 估计该校八年级学生读书在 4 本以上的人数.

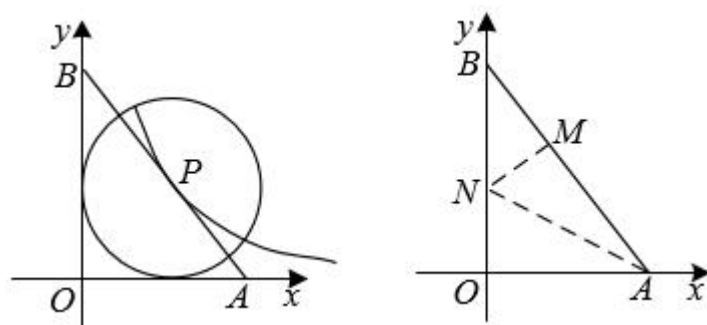
23. 为落实国家《关于全面加强新时代大中小学劳动教育的意见》, 某校准备在校园里利用围墙 (墙长 12m) 和 21m 长的篱笆墙, 围成 I、II 两块矩形劳动实践基地. 某数学兴趣小组设计了两种方案 (除围墙外, 实线部分为篱笆墙, 且不浪费篱笆墙), 请根据设计方案回答下列问题:



(1) 方案一: 如图①, 全部利用围墙的长度, 但要在 I 区中留一个宽度 $AE = 1\text{m}$ 的水池且需保证总种植面积为 32m^2 , 试分别确定 CG 、 DG 的长;

(2) 方案二: 如图②, 使围成的两块矩形总种植面积最大, 请问 BC 应设计为多长? 此时最大面积为多少?

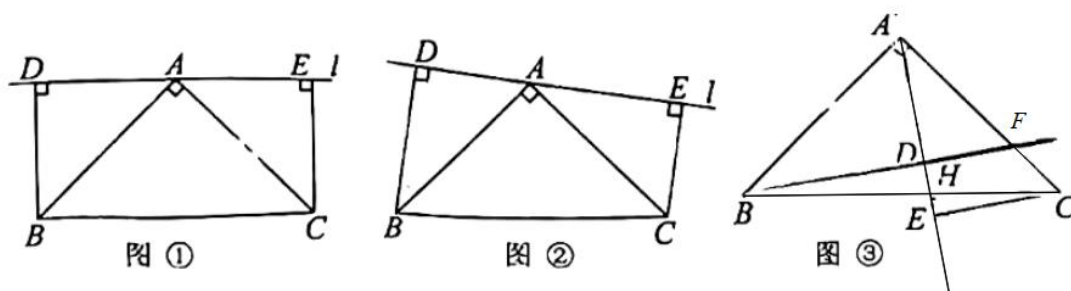
24. 已知 $A(3,0)$ 、 $B(0,4)$ 是平面直角坐标系中两点, 连接 AB .



(1) 如图①, 点 P 在线段 AB 上, 以点 P 为圆心的圆与两条坐标轴都相切, 求过点 P 的反比例函数表达式;

(2) 如图②, 点 N 是线段 OB 上一点, 连接 AN , 将 $\triangle AON$ 沿 AN 翻折, 使得点 O 与线段 AB 上的点 M 重合, 求经过 A 、 N 两点的一次函数表达式.

25. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = AC$, 直线 l 经过点 A , 过点 B 、 C 分别作 l 的垂线, 垂足分别为点 D 、 E .



(1) 特例体验:

如图①, 若直线 $l \parallel BC$, $AB = AC = \sqrt{2}$, 分别求出线段 BD 、 CE 和 DE 的长;

(2) 规律探究:

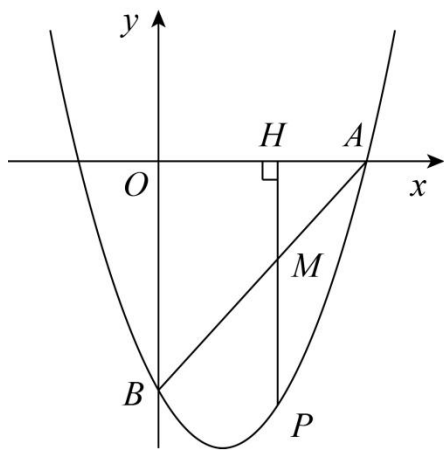
①如图②, 若直线 l 从图①状态开始绕点 A 旋转 α ($0 < \alpha < 45^\circ$), 请探究线段 BD 、 CE 和 DE 的数量关系并说明理由;

②如图③, 若直线 l 从图①状态开始绕点 A 顺时针旋转 α ($45^\circ < \alpha < 90^\circ$), 与线段 BC 相交于点 H , 请再探线段 BD 、 CE 和 DE 的数量关系并说明理由;

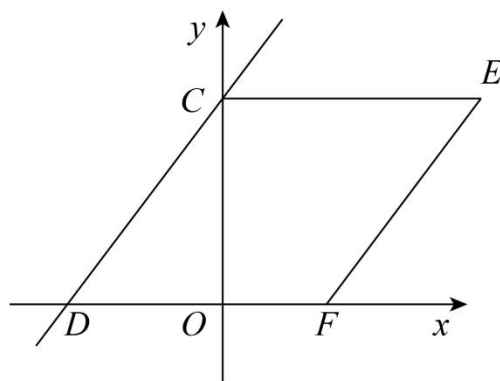
(3) 尝试应用:

在图③中, 延长线段 BD 交线段 AC 于点 F , 若 $CE = 3$, $DE = 1$, 求 $S_{\triangle BFC}$.

26. 已知抛物线 $y = x^2 + bx + c$.



图①



图②

(1) 如图①, 若抛物线图象与 x 轴交于点 $A(3, 0)$, 与 y 轴交点 $B(0, -3)$. 连接 AB .

①求该抛物线所表示的二次函数表达式；

②若点 P 是抛物线上一动点（与点 A 不重合），过点 P 作 $PH \perp x$ 轴于点 H ，与线段 AB 交于点 M ．是否存在点 P 使得点 M 是线段 PH 的三等分点？若存在，请求出点 P 的坐标；若不存在，请说明理由．

(2) 如图②，直线 $y = \frac{4}{3}x + n$ 与 y 轴交于点 C ，同时与抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 交于点

$D(-3, 0)$ ，以线段 CD 为边作菱形 $CDFE$ ，使点 F 落在 x 轴的正半轴上，若该抛物线与线段 CE 没有交点，求 b 的取值范围．