

永州市 2022 年初中学业水平考试数学试卷

温馨提示：1、本试卷包括试题卷和答题卡。考生作答时，选择题和非选择题均须作答在答题卡上，在本试卷上作答无效。考生在答题卡上按答题卡中注意事项的要求答题。

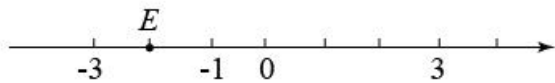
2、考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

3、本试题卷共 6 页，如有缺页，请申明。

4、本试题卷共三道大题，26 个小题。满分 150 分，考试时量 120 分钟。

一、选择题（本大题共 10 个小题，每小题 4 分，共 40 分。每个小题只有一个正确选项，请将正确的选项填涂到答题卡上）

1. 如图，数轴上点 E 对应的实数是（ ）



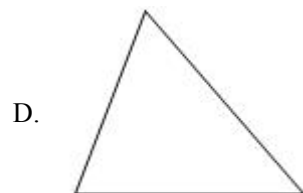
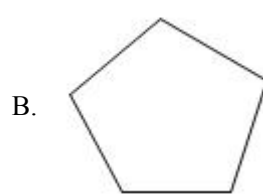
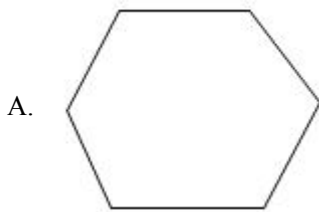
A. -2

B. -1

C. 1

D. 2

2. 下列多边形具有稳定性的是（ ）



3. 剪纸是我国具有独特艺术风格的民间艺术，反映了劳动人民对现实生活的深刻感悟。下列剪纸图形中，是中心对称图形的有（ ）



①

②

③

④

A. ①②③

B. ①②④

C. ①③④

D. ②③④

4. 水州市大力发展“绿色养殖”，单生猪养殖 2021 年共出栏 7791000 头，同比增长 29.33%，成为湖南省生猪产业发展高地和标杆、将数 7791000 用科学记数法表示为（ ）

- A. 7791×10^3 B. 77.91×10^5 C. 7.791×10^6 D. 0.7791×10^7

5. 下列各式正确的是（ ）

- A. $\sqrt{4} = 2\sqrt{2}$ B. $2^0 = 0$ C. $3a - 2a = 1$ D. $2 - (-2) = 4$

6. 下列因式分解正确的是（ ）

- A. $ax + ay = a(x + y) + 1$ B. $3a + 3b = 3(a + b)$

- C. $a^2 + 4a + 4 = (a + 4)^2$ D. $a^2 + b = a(a + b)$

7. 我市江华县有“神州瑶都”的美称，每逢“盘王节”会表演长鼓舞，长鼓舞中使用的“长鼓”内腔挖空，两端相通，两端鼓口为圆形，中间鼓腰较为细小．如图为类似“长鼓”的几何体，其俯视图的大致形状是（ ）

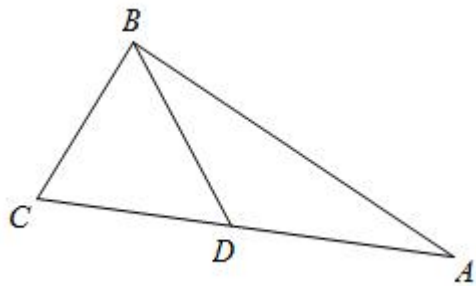


- A. B. C. D.

8. 李老师准备在班内开展“道德”“心理”“安全”三场专题教育讲座，若三场讲座随机安排，则“心理”专题讲座被安排在第一场的概率为（ ）

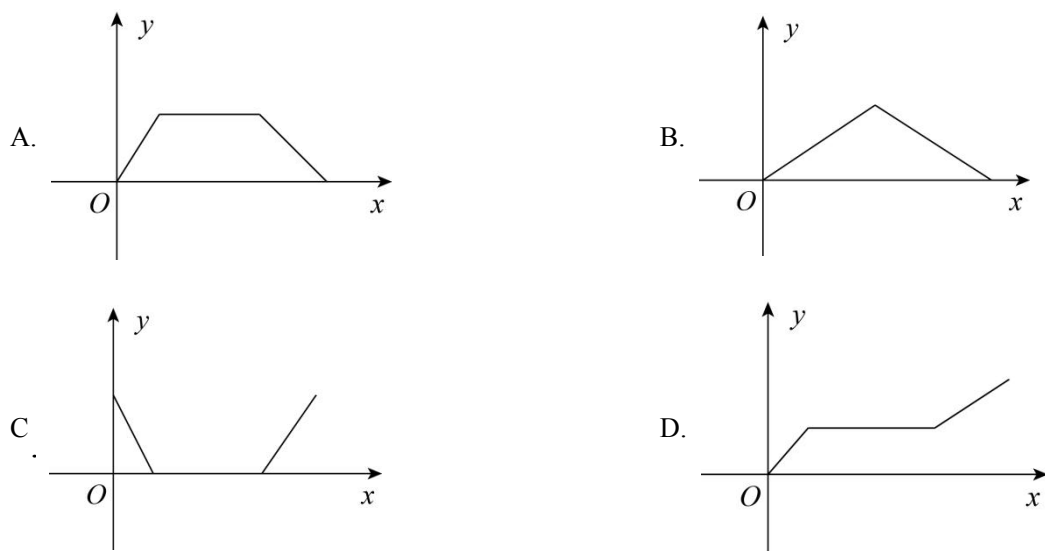
- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{2}$

9. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $\angle C = 60^\circ$ ，点 D 为边 AC 的中点， $BD = 2$ ，则 BC 的长为（ ）



- A. $\sqrt{3}$ B. $2\sqrt{3}$ C. 2 D. 4

10. 学校组织部分师生去烈士陵园参加“不忘初心，牢记使命”主题教育活动、师生队伍从学校出发，匀速行走 30 分钟到达烈士陵园，用 1 小时在烈士陵园进行了祭扫和参观学习等活动，之后队伍按原路匀速步行 45 分钟返校、设师生队伍离学校的距离为 y 米，离校的时间为 x 分钟，则下列图象能大致反映 y 与 x 关系的是 ()



二、填空题（本大题共 8 个小题，每小题 4 分，共 32 分．请将答案填在答题卡的答案栏内）

11. 若单项式 $3x^m y$ 的与 $-2x^6 y$ 是同类项，则 $m =$ _____.

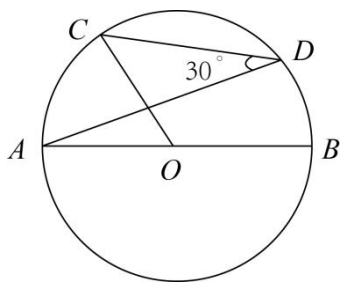
12. 请写出一个比 $\sqrt{5}$ 大且比 10 小的无理数：_____.

13. “闪电足球队”参加市中小学生足球比赛，在五场小组赛中，该足球队的进球数分别为：2，0，1，2，3，则此组数据的众数是_____.

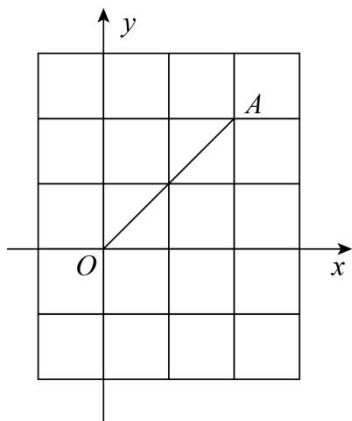
14. 解分式方程 $\frac{2}{x} - \frac{1}{x+1} = 0$ 去分母时，方程两边同乘的最简公分母是_____.

15. 已知一次函数 $y = x + 1$ 的图象经过点 $(m, 2)$ ，则 $m =$ _____.

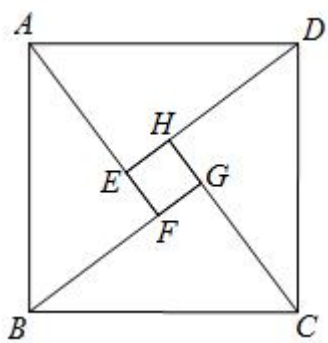
16. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径，点 C 、 D 在 $\odot O$ 上， $\angle ADC = 30^\circ$ ，则 $\angle BOC =$ _____度.



17. 如图, 图中网格由边长为 1 的小正方形组成, 点 A 为网格线的交点. 若线段 OA 绕原点 O 顺时针旋转 90° 后, 端点 A 的坐标变为_____.



18. 我国古代数学家赵爽创制了一幅“赵爽弦图”, 极富创新意识地给出了勾股定理的证明. 如图所示, “赵爽弦图”是由四个全等的直角三角形与中间的小正方形拼成的一个大正方形, 若大正方形的面积是 25, 小正方形的面积是 1, 则 $AE =$ _____.



三、解答题 (本大题共 8 个小题, 共 78 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

19. 解关于 x 的不等式组:
$$\begin{cases} x+1 > 4 \\ 2(x-1)-5 > 1 \end{cases}$$

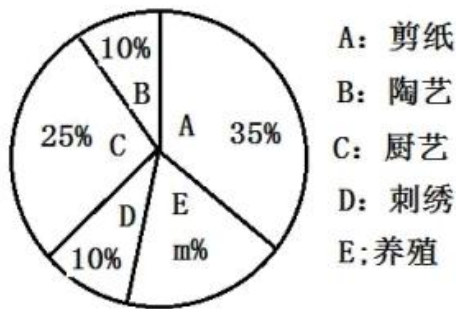
20. 先化简，再求值： $\frac{x^2-1}{x} \div \left(\frac{x+2}{x} - \frac{1}{x} \right)$ ，其中 $x = \sqrt{2} + 1$.

21. “风华中学”计划在劳动技术课中增设剪纸、陶艺、厨艺、刺绣、养殖等五类选择性“技能课程”，加大培养学生的劳动习惯和实践操作能力，为了解学生选择各“技能课程”的意向，从全校随机抽取了部分学生进行问卷调查，将调查结果整理并绘制如下不完整统计图表：

样本中选择各技能课程的人数统计表

技能课程	人数
A：剪纸	
B：陶艺	20
C：厨艺	a
D：刺绣	20
E：养殖	

样本中选择各技能课程的人数分布扇形统计图



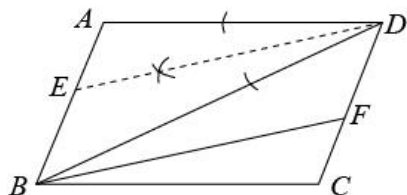
请根据上述统计数据解决下列问题：

- 扇形统计图中 $m =$ _____.
 - 抽取样本的样本容量是 _____. 频数统计表中 $a =$ _____.
 - 若该校有 2000 名学生，请你估计全校有意向选择“养殖”技能课程的人数.
22. 受第 24 届北京冬季奥林匹克运动会的形响，小勇爱上了雪上运动.一天，小勇在滑雪场训练滑雪，第一次他从滑雪道 A 端以平均 $(x+2)$ 米/秒的速度滑到 B 端，用了 24 秒；第二次从滑雪道 A 端以平均 $(x+3)$ 米/秒的速度滑到 B 端，用了 20 秒.
- 求 x 的值；
 - 设小勇从滑雪道 A 端滑到 B 端的平均速度为 v 米/秒，所用时间为 t 秒，请用含 t 的代数式表示 v （不要求写出 t 的取值范围）.

23. 如图， BD 是平行四边形 $ABCD$ 的对角线， BF 平分 $\angle DBC$ ，交 CD 于点 F 。

(1) 请用尺规作 $\angle ADB$ 的角平分线 DE ，交 AB 于点 E （要求保留作图痕迹，不写作法，在确认答案后，请用黑色笔将作图痕迹再填涂一次）；

(2) 根据图形猜想四边形 $DEBF$ 为平行四边形，请将下面的证明过程补充完整。



证明： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AD \parallel BC$

$\therefore \angle ADB = \angle \underline{\hspace{1cm}}$ （两直线平行，内错角相等）

又 $\because DE$ 平分 $\angle ADB$ ， BF 平分 $\angle DBC$ ，

$$\therefore \angle EDB = \frac{1}{2} \angle ADB, \quad \angle DBF = \frac{1}{2} \angle DBC$$

$$\therefore \angle EDB = \angle DBF$$

$\therefore DE \underline{\hspace{1cm}}$ （ $\underline{\hspace{1cm}}$ ）（填推理的依据）

又 $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形

$$\therefore BE \parallel DF$$

$\therefore$ 四边形 $DEBF$ 为平行四边形（ $\underline{\hspace{1cm}}$ ）（填推理的依据）。

24. 为提高耕地灌溉效率，小明的爸妈准备在耕地 A 、 B 、 C 、 D 四个位置安装四个自动喷洒装置（如图 1 所示）， A 、 B 、 C 、 D 四点恰好在边长为 50 米的正方形的四个顶点上，为了用水管将四个自动喷洒装置相互连通，爸妈设计了如下两个水管铺设方案（各图中实线为铺设的水管）。

方案一：如图 2 所示，沿正方形 $ABCD$ 的三边铺设水管；

方案二：如图 3 所示，沿正方形 $ABCD$ 的两条对角线铺设水管。

(1) 请通过计算说明上述两方案中哪个方案铺设水管的总长度更短；

(2) 小明看了爸妈的方案后，根据“蜂集原理”重新设计了一个方案（如图 4 所示），

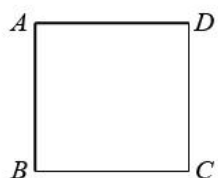


图1

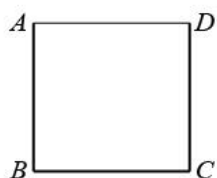


图2

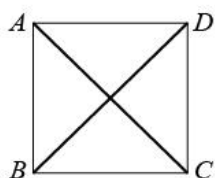


图3

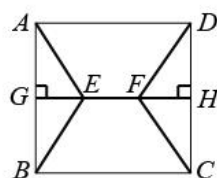
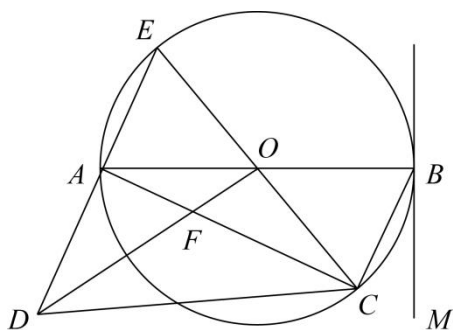


图4

满足 $\angle AEB = \angle CFD = 120^\circ$, $AE = BE = CF = DF$, $EF \parallel AD$ 、请将小明的方案与爸妈的方案比较, 判断谁的方案中铺设水管的总长度更短, 并说明理由. (参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.4$, $\sqrt{3} \approx 1.7$)

25. 如图, 已知 AB , CE 是 $\odot O$ 的直径, BM 是 $\odot O$ 的切线, 点 D 在 EA 的延长线上, AC , OD 交于点 F , $\angle MBC = \angle ACD$



- (1) 求证: $\angle MBC = \angle BAC$;
- (2) 求证: $AE = AD$;
- (3) 若 $\triangle OFC$ 的面积 $S_1 = 4$, 求四边形 $AOCD$ 的面积 S .

26. 已知关于 x 的函数 $y = ax^2 + bx + c$.

- (1) 若 $a = 1$, 函数的图象经过点 $(1, -4)$ 和点 $(2, 1)$, 求该函数的表达式和最小值;
- (2) 若 $a = 1$, $b = -2$, $c = m + 1$ 时, 函数的图象与 x 轴有交点, 求 m 的取值范围.
- (3) 阅读下面材料:

设 $a > 0$, 函数图象与 x 轴有两个不同的交点 A , B , 若 A , B 两点均在原点左侧, 探究系数 a , b , c 应满足的条件, 根据函数图像, 思考以下三个方面:

- ① 因为函数的图象与 x 轴有两个不同的交点, 所以 $\Delta = b^2 - 4ac > 0$;
- ② 因为 A , B 两点在原点左侧, 所以 $x = 0$ 对应图象上的点在 x 轴上方, 即 $c > 0$;
- ③ 上述两个条件还不能确保 A , B 两点均在原点左侧, 我们可以通过抛物线的对称轴位置来进一步限制抛物线的位置: 即需 $-\frac{b}{2a} < 0$.

综上所述，系数 a ， b ， c 应满足的条件可归纳为：

$$\begin{cases} a > 0 \\ \Delta = b^2 - 4ac > 0 \\ c > 0 \\ -\frac{b}{2a} < 0 \end{cases}$$

请根据上面阅读材料，类比解决下面问题：

若函数 $y = ax^2 - 2x + 3$ 的图象在直线 $x = 1$ 的右侧与 x 轴有且只有一个交点，求 a 的取值范围。

