

株洲市 2022 年初中学业水平考试数学试题卷

时量：120 分钟

注意事项：

1. 答题前，请按要求在答题卡上填写好自己的姓名和准考证号。
2. 答题时，切记答案要填在答题卡上，答在试题卷上的答案无效。
3. 考试结束后，请将试题卷和答题卡都交给监考老师。

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题有且只有一个正确答案）

1. -2 的绝对值是（ ）

- A. 2 B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. -2

2. 在 0、 $\frac{1}{3}$ 、-1、 $\sqrt{2}$ 这四个数中，最小的数是（ ）

- A. 0 B. $\frac{1}{3}$ C. -1 D. $\sqrt{2}$

3. 不等式 $4x-1 < 0$ 的解集是（ ）.

- A. $x > 4$ B. $x < 4$ C. $x > \frac{1}{4}$ D. $x < \frac{1}{4}$

4. 某路段的一台机动车雷达测速仪记录了一段时间内通过的机动车的车速数据如下：67、63、69、55、65，则该组数据的中位数为（ ）

- A. 63 B. 65 C. 66 D. 69

5. 下列运算正确的是（ ）

- A. $a^2 \cdot a^3 = a^5$ B. $(a^3)^2 = a^5$
C. $(ab)^2 = ab^2$ D. $\frac{a^6}{a^2} = a^3 (a \neq 0)$

6. 在平面直角坐标系中，一次函数 $y = 5x + 1$ 的图象与 y 轴的交点的坐标为（ ）

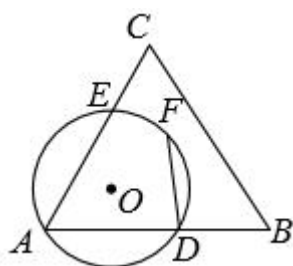
- A. $(0, -1)$ B. $(-\frac{1}{5}, 0)$ C. $(\frac{1}{5}, 0)$ D. $(0, 1)$

7. 对于二元一次方程组 $\begin{cases} y = x - 1 \text{①} \\ x + 2y = 7 \text{②} \end{cases}$ ，将①式代入②式，消去 y 可以得到（ ）

- A. $x + 2x - 1 = 7$ B. $x + 2x - 2 = 7$
C. $x + x - 1 = 7$ D. $x + 2x + 2 = 7$

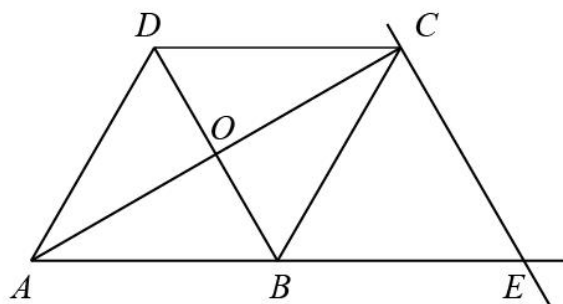
8. 如图所示，等边 $\triangle ABC$ 的顶点 A 在 $\odot O$ 上，边 AB 、 AC 与 $\odot O$ 分别交于点 D 、 E ，点

F 是劣弧 $\widehat{DE}$ 上一点，且与 D 、 E 不重合，连接 DF 、 EF ，则 $\angle DFE$ 的度数为 ()



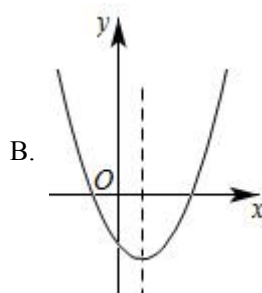
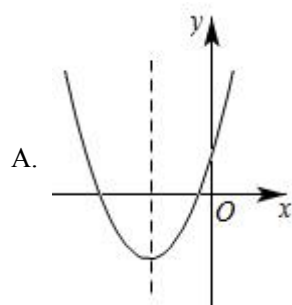
- A. 115° B. 118° C. 120° D. 125°

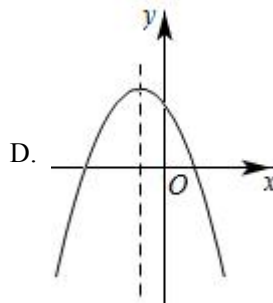
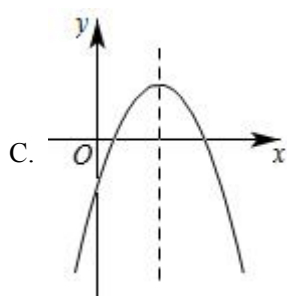
9. 如图所示，在菱形 $ABCD$ 中，对角线 AC 与 BD 相交于点 O ，过点 C 作 $CE \parallel BD$ 交 AB 的延长线于点 E ，下列结论不一定正确的是 ()



- A. $OB = \frac{1}{2}CE$ B. $\triangle ACE$ 是直角三角形
C. $BC = \frac{1}{2}AE$ D. $BE = CE$

10. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx - c$ ($a \neq 0$)，其中 $b > 0$ 、 $c > 0$ ，则该函数的图象可能为 ()





二、填空题（本大题共 8 小题）

11. 计算： $3 + (-2) =$ _____.

12. 因式分解： $x^2 - 25 =$ _____.

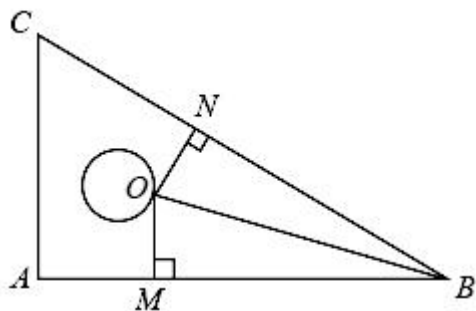
13. 某产品生产企业开展有奖促销活动，将每 6 件产品装成一箱，且使得每箱中都有 2 件能中奖. 若从其中一箱中随机抽取 1 件产品，则能中奖的概率是_____. (用最简分数表示)

14. A 市安排若干名医护工作人员援助某地新冠疫情防控工作，人员结构统计如下表：

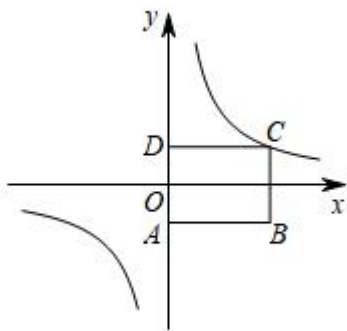
人员	领队	心理医生	专业医生	专业护士
占总人数的百分比	4%		★	56%

则该批医护工作人员中“专业医生” 占总人数的百分比为_____.

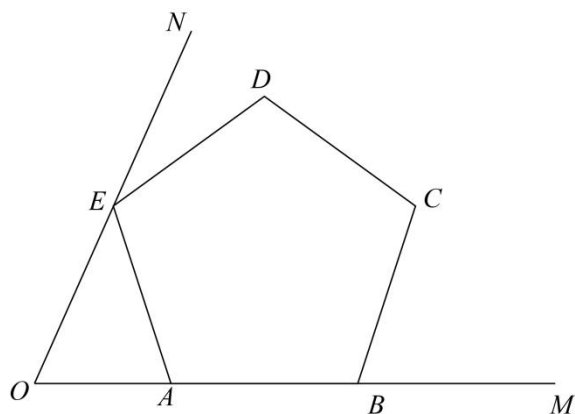
15. 如图所示，点 O 在一块直角三角板 ABC 上 (其中 $\angle ABC = 30^\circ$)， $OM \perp AB$ 于点 M ， $ON \perp BC$ 于点 N ，若 $OM = ON$ ，则 $\angle ABO =$ _____度.



16. 如图所示，矩形 $ABCD$ 顶点 A 、 D 在 y 轴上，顶点 C 在第一象限， x 轴为该矩形的一条对称轴，且矩形 $ABCD$ 的面积为 6. 若反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 C ，则 k 的值为_____.



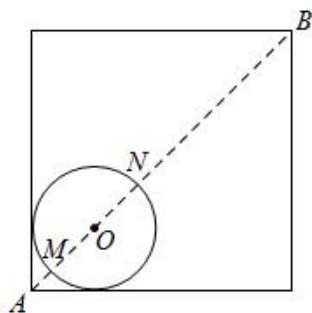
17. 如图所示, 已知 $\angle MON = 60^\circ$, 正五边形 $ABCDE$ 的顶点 A 、 B 在射线 OM 上, 顶点 E 在射线 ON 上, 则 $\angle AEO =$ _____ 度.



18. 中国元代数学家朱世杰所著《四元玉鉴》记载有“锁套吞容”之“方田圆池结角池图”. “方田一段, 一角圆池占之.” 意思是说: “一块正方形田地, 在其一角有一个圆形的水池 (其中圆与正方形一角的两边均相切)”, 如图所示. 问题: 此图中, 正方形一条对角线 AB 与 $\odot O$ 相交于点 M 、 N (点 N 在点 M 的右上方), 若 AB 的长度为 10 丈, $\odot O$ 的半径为 2 丈, 则 BN 的长度为 _____ 丈.



为“鑑”, 同“鉴”

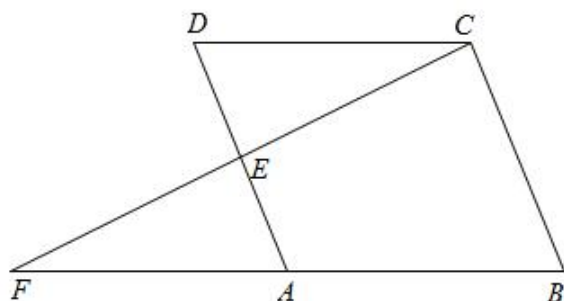


三、解答题 (本大题共 8 小题)

19. 计算: $(-1)^{2022} + \sqrt{9} - 2\sin 30^\circ$.

20. 先化简，再求值： $\left(1 + \frac{1}{x+1}\right) \cdot \frac{x+1}{x^2 + 4x + 4}$ ，其中 $x = 4$ 。

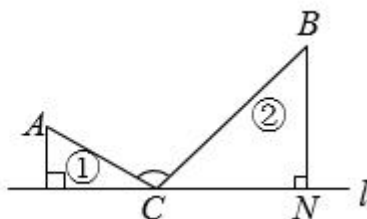
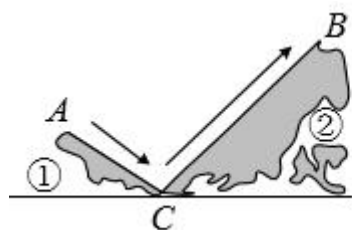
21. 如图所示，点 E 在四边形 $ABCD$ 的边 AD 上，连接 CE ，并延长 CE 交 BA 的延长线于点 F ，已知 $AE = DE$ ， $FE = CE$ 。



(1) 求证： $\triangle AEF \cong \triangle DEC$ ；

(2) 若 $AD \parallel BC$ ，求证：四边形 $ABCD$ 为平行四边形。

22. 如图 1 所示，某登山运动爱好者由山坡①的山顶点 A 处沿线段 AC 至山谷点 C 处，再从点 C 处沿线段 CB 至山坡②的山顶点 B 处。如图 2 所示，将直线 l 视为水平面，山坡①的坡角 $\angle ACM = 30^\circ$ ，其高度 AM 为 0.6 千米，山坡②的坡度 $i = 1:1$ ， $BN \perp l$ 于 N ，且 $CN = \sqrt{2}$ 千米。



(1) 求 $\angle ACB$ 的度数；

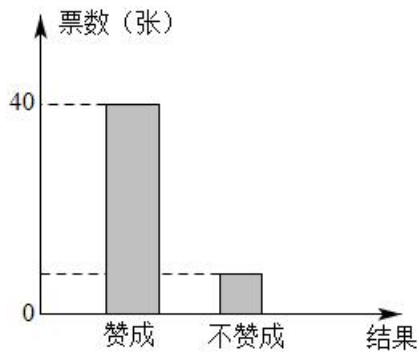
(2) 求在此过程中该登山运动爱好者走过的路程。

23. 某校组织了一次“校徽设计”竞赛活动，邀请 5 名老师作为专业评委，50 名学生代表参与民主测评，且民主测评的结果无弃权票。某作品的评比数据统计如下：

专业评委	给分（单位：分）
①	88
②	87
③	94
④	91

⑤	90
---	----

民主测评票数统计图



记“专业评委给分”的平均数为 $\bar{x}$.

(1) 求该作品在民主测评中得到“不赞成”的票数;

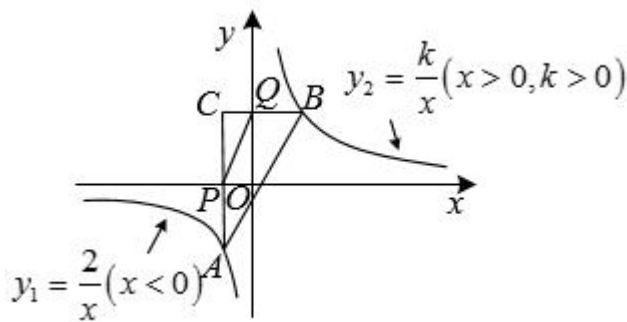
(2) 对于该作品, 问 $\bar{x}$ 的值是多少?

(3) 记“民主测评得分”为 $\bar{y}$, “综合得分”为 S , 若规定: ① $\bar{y}$ = “赞成”的票数 $\times 3$ 分 + “不赞成”的票数 $\times (-1)$ 分; ② $S = 0.7\bar{x} + 0.3\bar{y}$. 求该作品的“综合得分” S 的值.

24. 如图所示, 在平面直角坐标系 Oxy 中, 点 A 、 B 分别在函数 $y_1 = \frac{2}{x} (x < 0)$ 、

$y_2 = \frac{k}{x} (x > 0, k > 0)$ 的图象上, 点 C 在第二象限内, $AC \perp x$ 轴于点 P , $BC \perp y$ 轴于点 Q ,

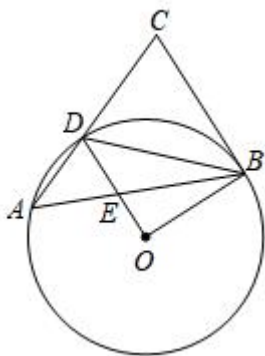
连接 AB 、 PQ , 已知点 A 的纵坐标为 -2 .



(1) 求点 A 的横坐标;

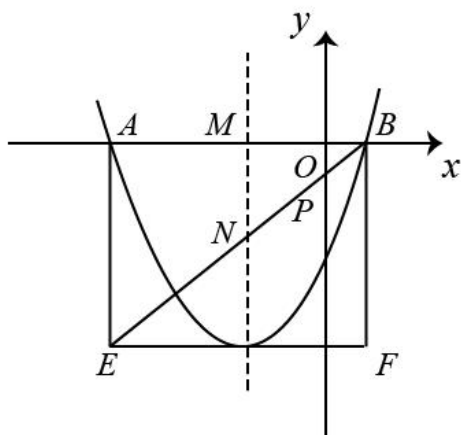
(2) 记四边形 $APQB$ 的面积为 S , 若点 B 的横坐标为 2 , 试用含 k 的代数式表示 S .

25. 如图所示, $\triangle ABC$ 的顶点 A 、 B 在 $\odot O$ 上, 顶点 C 在 $\odot O$ 外, 边 AC 与 $\odot O$ 相交于点 D , $\angle BAC = 45^\circ$, 连接 OB 、 OD , 已知 $OD \parallel BC$.



- (1) 求证：直线 BC 是 $\odot O$ 的切线；
- (2) 若线段 OD 与线段 AB 相交于点 E ，连接 BD 。
- ① 求证： $\triangle ABD \sim \triangle DBE$ ；
- ② 若 $AB \cdot BE = 6$ ，求 $\odot O$ 的半径的长度。

26. 阅读材料：十六世纪的法国数学家弗朗索瓦·韦达发现了一元二次方程的根与系数之间的关系，可表述为“当判别式 $\Delta \geq 0$ 时，关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的两个根 x_1 、 x_2 有如下关系： $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ ， $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$ ”。此关系通常被称为“韦达定理”。已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a > 0$)。



- (1) 若 $a = 1$ ， $b = 3$ ，且该二次函数的图象过点 $(1, 1)$ ，求 c 的值；
- (2) 如图所示，在平面直角坐标系 Oxy 中，该二次函数的图象与 x 轴相交于不同的两点 $A(x_1, 0)$ 、 $B(x_2, 0)$ ，其中 $x_1 < 0 < x_2$ 、 $|x_1| > |x_2|$ ，且该二次函数的图象的顶点在矩形 $ABFE$ 的边 EF 上，其对称轴与 x 轴、 BE 分别交于点 M 、 N ， BE 与 y 轴相交于点 P ，且满足 $\tan \angle ABE = \frac{3}{4}$ 。
- ① 求关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的根的判别式的值；

②若 $NP = 2BP$ ，令 $T = \frac{1}{a^2} + \frac{16}{5}c$ ，求 T 的最小值.