

2022 年湖南省张家界市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 8 个小题，每小题 3 分，满分 24 分，在每个小题的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。）

1. -2022 的倒数是（ ）

- A. 2022 B. -2022 C. $\frac{1}{2022}$ D. $-\frac{1}{2022}$

2. 我国是世界人口大国，中央高度重视粮食安全，要求坚决守住 1 800 000 000 亩耕地红线. 将数据 1 800 000 000 用科学记数法表示为（ ）

- A. 18×10^8 B. 1.8×10^9 C. 0.18×10^{10} D. 1.8×10^{10}

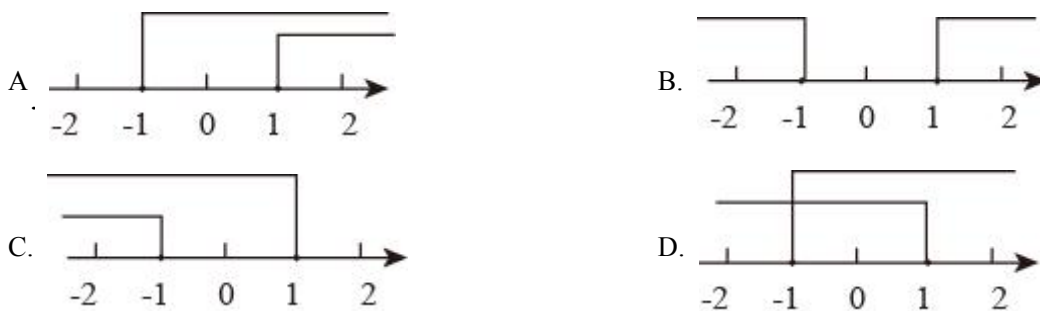
3. 下列图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是（ ）



4. 下列计算正确的是（ ）

- A. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ B. $2a^2 + 3a^3 = 5a^5$ C. $(2a)^2 = 4a^2$ D. $(a-1)^2 = a^2 - 1$

5. 把不等式组 $\begin{cases} x+1 > 0 \\ x+3 \leq 4 \end{cases}$ 的解集表示在数轴上，下列选项正确的是（ ）



6. 某班准备从甲、乙、丙、丁四名同学中选一名最优秀的参加禁毒知识比赛，下表记录了四人 3 次选拔测试的相关数据：

	甲	乙	丙	丁
平均分	95	93	95	94

方差	3.2	3.2	4.8	5.2
----	-----	-----	-----	-----

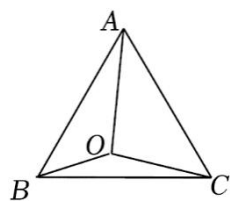
根据表中数据，应该选择 ()

- A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 丁

7. 在同一平面直角坐标系中，函数 $y = kx + 1 (k \neq 0)$ 和 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图像大致是 ()



8. 如图，点 O 是等边三角形 ABC 内一点， $OA = 2$ ， $OB = 1$ ， $OC = \sqrt{3}$ ，则 $\triangle AOB$ 与 $\triangle BOC$ 的面积之和为 ()



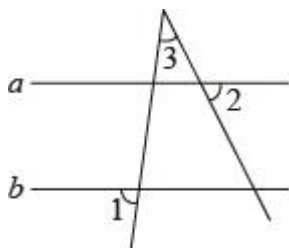
- A. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ D. $\sqrt{3}$

二、填空题 (本大题共 6 个小题，每小题 3 分，满分 18 分.)

9. 因式分解: $a^2 - 25 = \underline{\hspace{2cm}}$.

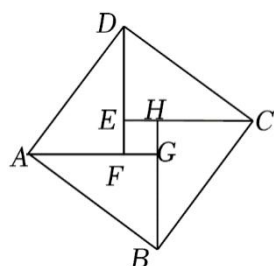
10. 从 $\sqrt{2}$ ， -1 ， π ， 0 ， 3 这五个数中随机抽取一个数，恰好是无理数的概率是___.

11. 如图，已知直线 $a \parallel b$ ， $\angle 1 = 85^\circ$ ， $\angle 2 = 60^\circ$ ，则 $\angle 3 = \underline{\hspace{2cm}}$.



12. 分式方程 $\frac{5}{x-2} = \frac{3}{x}$ 的解是_____.

13. 我国魏晋时期的数学家赵爽在为天文学著作《周髀算经》作注解时，用 4 个全等的直角三角形和中间的小正方形拼成一个大正方形，这个图被称为“弦图”，它体现了中国古代数学的成就. 如图，已知大正方形 $ABCD$ 的面积是 100，小正方形 $EFGH$ 的面积是 4，那么 $\tan\angle ADF = \underline{\hspace{1cm}}$.



14. 有一组数据: $a_1 = \frac{3}{1 \times 2 \times 3}$, $a_2 = \frac{5}{2 \times 3 \times 4}$, $a_3 = \frac{7}{3 \times 4 \times 5}$, $\dots$, $a_n = \frac{2n+1}{n(n+1)(n+2)}$. 记

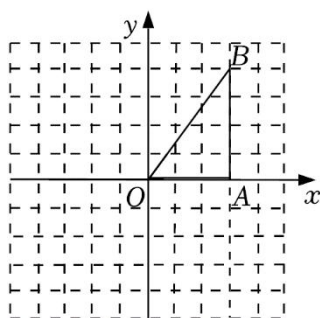
$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$, 则 $S_{12} = \underline{\hspace{1cm}}$.

三、解答题 (本大题共 9 个小题，满分 58 分. 请考生用黑色碳素笔在答题卡相应的题号后的答题区域内作答，必须写出运算步骤、推理过程或文字说明，超出答题区域的作答无效.)

15. 计算: $2\cos 45^\circ + (\pi - 3.14)^0 + |1 - \sqrt{2}| + (\frac{1}{2})^{-1}$.

16. 先化简 $(1 - \frac{1}{a-1}) \div \frac{a-2}{2} + \frac{a-1}{a^2-2a+1}$, 再从 1, 2, 3 中选一个适当的数代入求值.

17. 如图所示的方格纸 (1 格长为一个单位长度) 中, $\triangle AOB$ 的顶点坐标分别为 $A(3,0)$, $O(0,0)$, $B(3,4)$.



(1) 将 $\triangle AOB$ 沿 x 轴向左平移 5 个单位，画出平移后的 $\triangle A_1O_1B_1$ (不写作法，但要标出顶点字母);

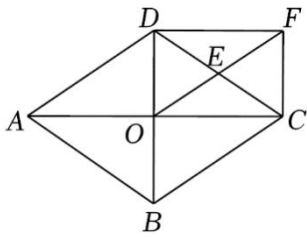
(2) 将 $\triangle AOB$ 绕点 O 顺时针旋转 90° ，画出旋转后的 $\triangle A_2O_2B_2$ (不写作法，但要标出顶点字母);

(3) 在 (2) 的条件下，求点 B 绕点 O 旋转到点 B_2 所经过的路径长 (结果保留 π).

18. 中国“最美扶贫高铁”之一的“张吉怀高铁”开通后，张家界到怀化的运行时间由原来的 3.5 小时缩短至 1 小时，运行里程缩短了 40 千米. 已知高铁的平均速度比普通列车的平均速度每小时快 200 千米，求高铁的平均速度.

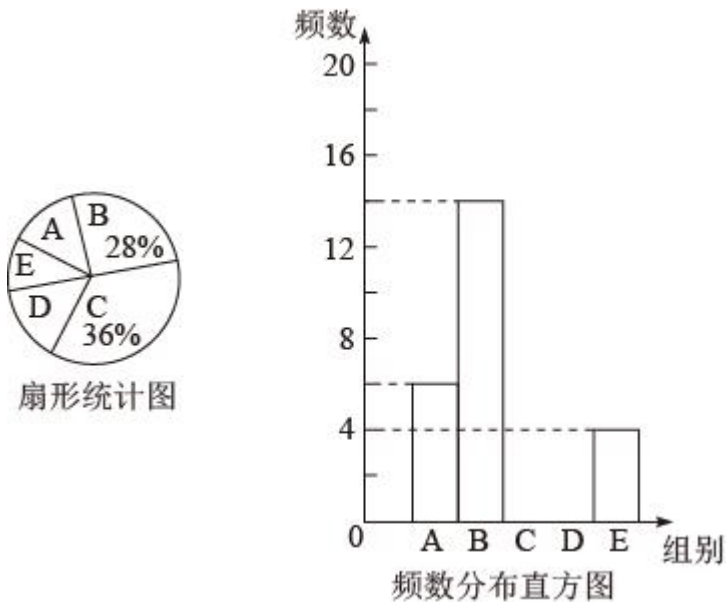


19. 如图, 菱形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 相交于点 O , 点 E 是 CD 的中点, 连接 OE , 过点 C 作 $CF \parallel BD$ 交 OE 的延长线于点 F , 连接 DF .



- (1) 求证: $\triangle ODE \cong \triangle FCE$;
- (2) 试判断四边形 $ODFC$ 的形状, 并写出证明过程.

20. 为了有效落实“双减”政策, 某校随机抽取部分学生, 开展了“书面作业完成时间”问卷调查. 根据调查结果, 绘制了如下不完整的统计图表:



频数分布统计表

组别	时间 x (分钟)	频数
A	$0 \leq x < 20$	6
B	$20 \leq x < 40$	14
C	$40 \leq x < 60$	m
D	$60 \leq x < 80$	n
E	$80 \leq x < 100$	4

根据统计图表提供的信息解答下列问题:

- (1) 频数分布统计表中的 $m = \underline{\hspace{1cm}}$, $n = \underline{\hspace{1cm}}$;
- (2) 补全频数分布直方图;
- (3) 已知该校有 1000 名学生, 估计书面作业完成时间在 60 分钟以上 (含 60 分钟) 的学生有多少人?
- (4) 若 E 组有两名男同学、两名女同学, 从中随机抽取两名学生了解情况, 请用列表或画树状图的方法, 求出抽取的两名同学恰好是一男一女的概率.

21. 阅读下列材料:

在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 所对的边分别为 a 、 b 、 c , 求证: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$.

证明: 如图 1, 过点 C 作 $CD \perp AB$ 于点 D , 则:

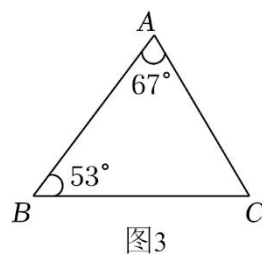
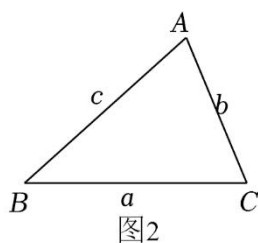
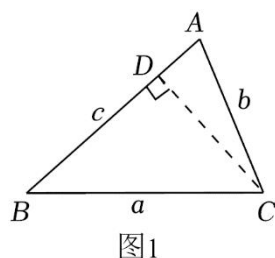
在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中, $CD = a \sin B$

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中, $CD = b \sin A$

$$\therefore a \sin B = b \sin A$$

$$\therefore \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$$

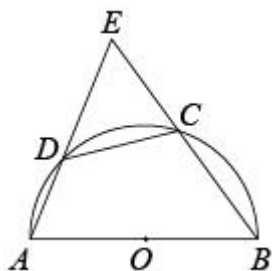
根据上面的材料解决下列问题:



- (1) 如图 2, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 所对的边分别为 a 、 b 、 c , 求证: $\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$;
- (2) 为了办好湖南省首届旅游发展大会, 张家界市积极优化旅游环境. 如图 3, 规划中的一片三角形区域需美化, 已知 $\angle A = 67^\circ$, $\angle B = 53^\circ$, $AC = 80$ 米, 求这片区域的面积. (结果保留根号. 参考数据:

$$\sin 53^\circ \approx 0.8, \sin 67^\circ \approx 0.9)$$

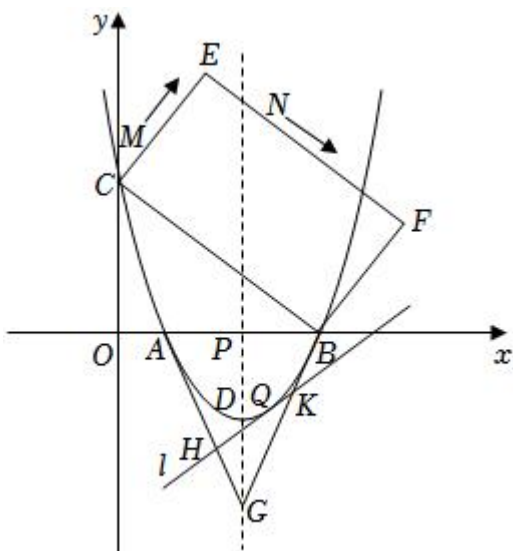
22. 如图，四边形 $ABCD$ 内接于圆 O ， AB 是直径，点 C 是 $\widehat{BD}$ 的中点，延长 AD 交 BC 的延长线于点 E 。



(1) 求证: $CE = CD$;

(2) 若 $AB = 3$, $BC = \sqrt{3}$, 求 AD 的长.

23. 如图，已知抛物线 $y = ax^2 + bx + 3$ ($a \neq 0$) 的图像与 x 轴交于 $A(1,0)$, $B(4,0)$ 两点，与 y 轴交于点 C ，点 D 为抛物线的顶点。



(1) 求抛物线的函数表达式及点 D 的坐标;

(2) 若四边形 $BCEF$ 为矩形, $CE = 3$. 点 M 以每秒 1 个单位的速度从点 C 沿 CE 向点 E 运动, 同时点 N 以每秒 2 个单位的速度从点 E 沿 EF 向点 F 运动, 一点到达终点, 另一点随之停止. 当以 M 、 E 、 N 为顶点的三角形与 $\triangle BOC$ 相似时, 求运动时间 t 的值;

(3) 抛物线的对称轴与 x 轴交于点 P , 点 G 是点 P 关于点 D 的对称点, 点 Q 是 x 轴下方抛物线图像上的动点. 若过点 Q 的直线 $l: y = kx + m$ ($|k| < \frac{9}{4}$) 与抛物线只有一个公共点, 且分别与线段 GA 、 GB 相交于点 H 、 K , 求证: $GH + GK$ 为定值.

