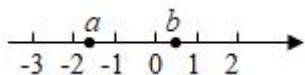


2021 年湖南省郴州市中考数学试卷

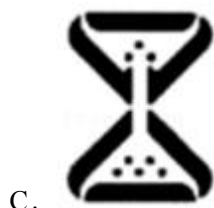
一、选择题（共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

1. (3 分) (2021·郴州) 实数 a , b 在数轴上的位置如图所示, 则下列式子正确的是()



- A. $a > b$ B. $|a| > |b|$ C. $ab > 0$ D. $a + b > 0$

2. (3 分) (2021·郴州) 下列垃圾分类图标分别表示: “可回收垃圾”、“有害垃圾”、“厨余垃圾”、“其它垃圾”, 其中既是轴对称图形, 又是中心对称图形的是()



3. (3 分) (2021·郴州) 为响应习近平总书记“坚决打赢关键核心技术攻坚战”的号召, 某科研团队最近攻克了 $7nm$ 的光刻机难题, 其中 $1nm = 0.000000001m$, 则 $7nm$ 用科学记数法表示为()

- A. $0.7 \times 10^8 m$ B. $7 \times 10^{-8} m$ C. $0.7 \times 10^{-8} m$ D. $7 \times 10^{-9} m$

4. (3 分) (2021·郴州) 下列运算正确的是()

- A. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ B. $(a^3)^2 = a^5$ C. $\sqrt{(-3)^2} = 3$ D. $(a+b)^2 = a^2 + b^2$

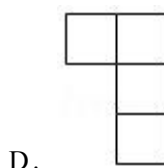
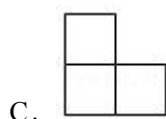
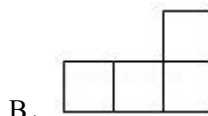
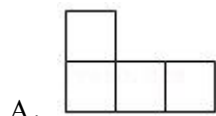
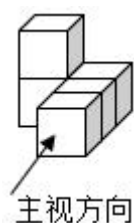
5. (3 分) (2021·郴州) 下列说法正确的是()

- A. “明天下雨的概率为 80%”, 意味着明天有 80% 的时间下雨
B. 经过有信号灯的十字路口时, 可能遇到红灯, 也可能遇到绿灯
C. “某彩票中奖概率是 1%”, 表示买 100 张这种彩票一定会有 1 张中奖
D. 小明前几次的数学测试成绩都在 90 分以上这次数学测试成绩也一定在 90 分以上

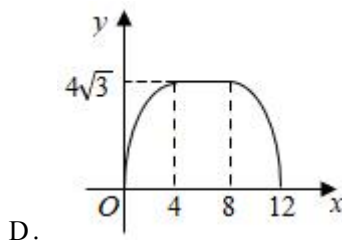
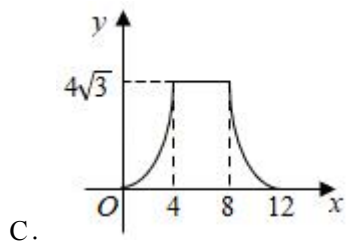
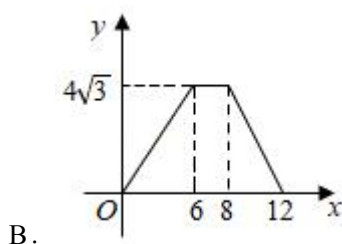
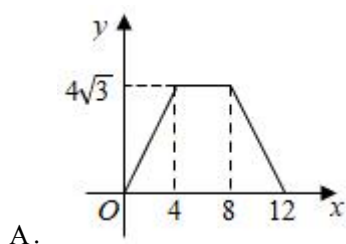
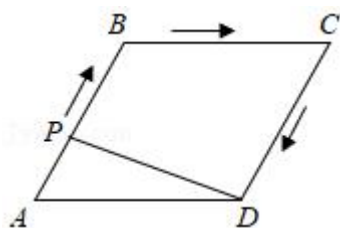
6. (3 分) (2021·郴州) 已知二元一次方程组 $\begin{cases} 2x - y = 5 \\ x - 2y = 1 \end{cases}$, 则 $x - y$ 的值为()

- A. 2 B. 6 C. -2 D. -6

7. (3分) (2021·郴州) 由5个相同的小立方体搭成的物体如图所示, 则它的俯视图为()



8. (3分) (2021·郴州) 如图, 在边长为4的菱形 $ABCD$ 中, $\angle A = 60^\circ$, 点 P 从点 A 出发, 沿路线 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ 运动. 设 P 点经过的路程为 x , 以点 A, D, P 为顶点的三角形的面积为 y , 则下列图象能反映 y 与 x 的函数关系的是()



二、填空题 (共8小题, 每小题3分, 共24分)

9. (3分) (2021·郴州) 使 $\sqrt{\frac{2}{x}}$ 有意义的 x 的取值范围是 ____.

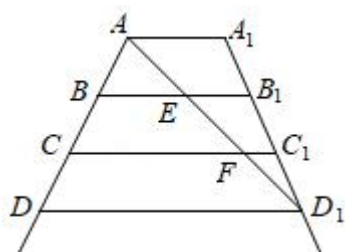
10. (3分) (2021·郴州) 在反比例函数 $y = \frac{m-3}{x}$ 的图象的每一支曲线上, 函数值 y 随自变量 x 的增大而增大, 则 m 的取值范围是 ____.

11. (3分)(2021·郴州)为庆祝中国共产党建党一百周年,某校开展了主题为“我身边的共产党员”的演讲比赛.比赛从演讲内容、演讲技巧、演讲效果三个方面打分,最终得分按4:3:3的比例计算.若选手甲在演讲内容、演讲技巧、演讲效果三个方面的得分分别为95分、80分、90分,则选手甲的最终得分为 ____分.

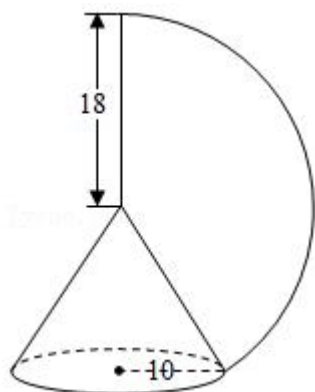
12. (3分)(2021·郴州)一个多边形的每一个外角都等于 60° ,则这个多边形的内角和为 ____度.

13. (3分)(2021·郴州)关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 5x + m = 0$ 有两个相等的实数根,则 $m =$ ____.

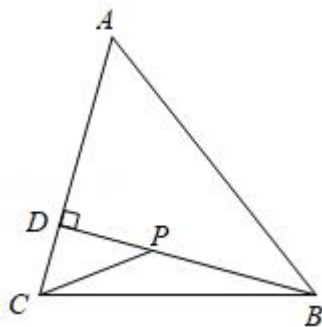
14. (3分)(2021·郴州)如图是一架梯子的示意图,其中 $AA_1 \parallel BB_1 \parallel CC_1 \parallel DD_1$,且 $AB = BC = CD$.为使其更稳固,在 A, D_1 间加绑一条安全绳(线段 AD_1)量得 $AE = 0.4m$,则 $AD_1 =$ ____ m .



15. (3分)(2021·郴州)如图,方老师用一张半径为 $18cm$ 的扇形纸板,做了一个圆锥形帽子(接缝忽略不计).如果圆锥形帽子的半径是 $10cm$,那么这张扇形纸板的面积是 ____ cm^2 (结果用含 π 的式子表示).



16. (3分)(2021·郴州)如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 5$, $AC = 4$, $\sin A = \frac{4}{5}$, $BD \perp AC$ 交 AC 于点 D .点 P 为线段 BD 上的动点,则 $PC + \frac{3}{5}PB$ 的最小值为 ____.

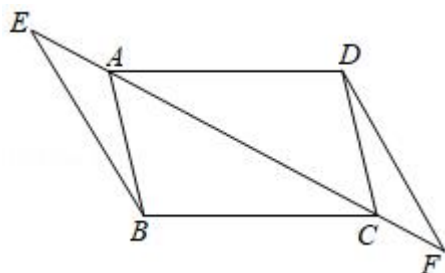


三、解答题（17~19 题每题 6 分，20~23 题每题 8 分，24~25 题每题 10 分，26 题 12 分，共 82 分）

17.（6 分）（2021·郴州）计算： $(2021-\pi)^0 - |2-\sqrt{12}| + (\frac{1}{2})^{-1} \cdot \tan 60^\circ$.

18.（6 分）（2021·郴州）先化简，再求值： $(\frac{a-1}{a^2+a} - \frac{a-3}{a^2-1}) \div \frac{1}{a-1}$ ，其中 $a = \sqrt{2}$.

19.（6 分）（2021·郴州）如图，四边形 $ABCD$ 中， $AB = DC$ ，将对角线 AC 向两端分别延长至点 E ， F ，使 $AE = CF$ ．连接 BE ， DF ，若 $BE = DF$ ．证明：四边形 $ABCD$ 是平行四边形．



20.（8 分）（2021·郴州）我市为加快推进生活垃圾分类工作，对分类垃圾桶实行统一的外形、型号、颜色等，其中，可回收物用蓝色收集桶，有害垃圾用红色收集桶，厨余垃圾用绿色收集桶，其他垃圾用灰色收集桶．为了解学生对垃圾分类知识的掌握情况，某校宣传小组就“用过的餐巾纸应投放到哪种颜色的收集桶”在全校随机采访了部分学生，根据调查结果，绘制了如图所示的两幅不完整的统计

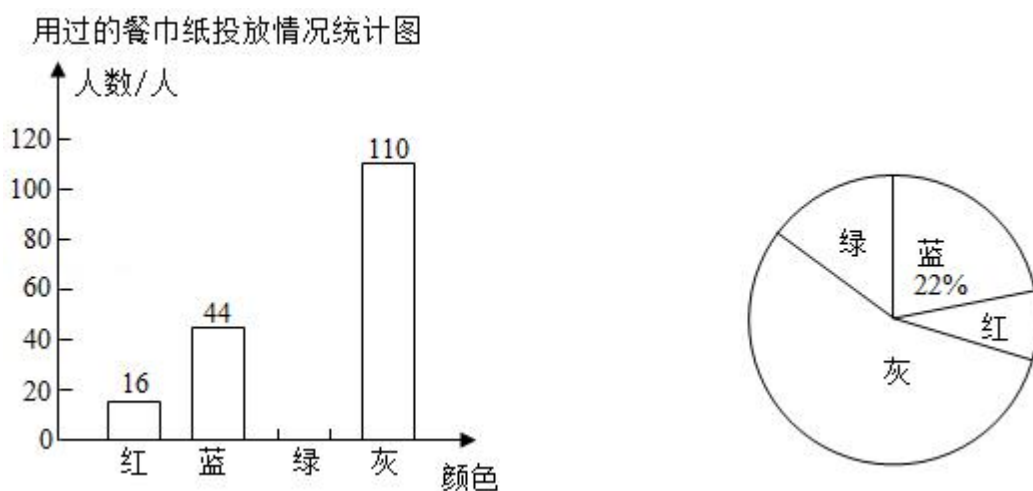


图.

根据图中信息，解答下列问题：

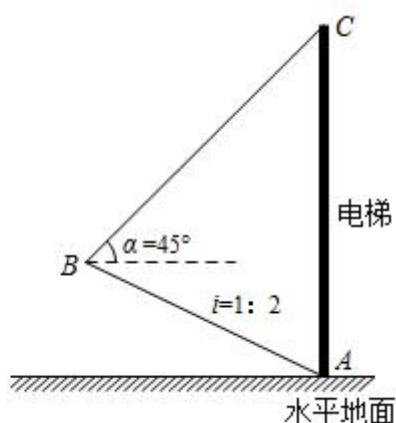
- (1) 此次调查一共随机采访了 ____ 名学生，在扇形统计图中，“灰”所在扇形的圆心角的度数为 ____ 度；
- (2) 补全条形统计图（要求在条形图上方注明人数）；
- (3) 若该校有 3600 名学生，估计该校学生将用过的餐巾纸投放到红色收集桶的人数；
- (4) 李老师计划从 A ， B ， C ， D 四位学生中随机抽取两人参加学校的垃圾分类知识抢答赛，请用树状图法或列表法求出恰好抽中 A ， B 两人的概率.

21. (8 分) (2021·郴州) 如图，莽山五指峰景区新建了一座垂直观光电梯. 某测绘兴趣小组为测算电梯 AC 的高度，测得斜坡 $AB=105$ 米，坡度 $i=1:2$ ，在 B 处测得电梯顶端 C 的仰角 $\alpha=45^\circ$ ，求观光电梯 AC 的高度.

(参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.41$ ， $\sqrt{3} \approx 1.73$ ， $\sqrt{5} \approx 2.24$. 结果精确到 0.1 米)



莽山五指峰景区摩天岭垂直电梯



22. (8 分) (2021·郴州) “七·一”建党节前夕，某校决定购买 A ， B 两种奖品，用于表彰在“童心向党”活动中表现突出的学生. 已知 A 奖品比 B 奖品每件多 25 元，预算资金为 1700 元，其中 800 元购买 A 奖品，其余资金购买 B 奖品，且购买 B 奖品的数量是 A 奖品的 3 倍.

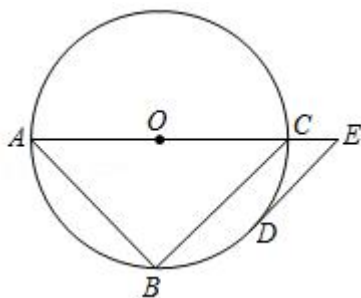
(1) 求 A , B 奖品的单价;

(2) 购买当日, 正逢该店搞促销活动, 所有商品均按原价八折销售, 故学校调整了购买方案: 不超过预算资金且购买 A 奖品的资金不少于 720 元, A , B 两种奖品共 100 件, 求购买 A , B 两种奖品的数量, 有哪几种方案?

23. (8 分)(2021·郴州) 如图, $\triangle ABC$ 是 $\odot O$ 的内接三角形, AC 是 $\odot O$ 的直径, 点 D 是 $\widehat{BC}$ 的中点, $DE \parallel BC$ 交 AC 的延长线于点 E .

(1) 求证: 直线 DE 与 $\odot O$ 相切;

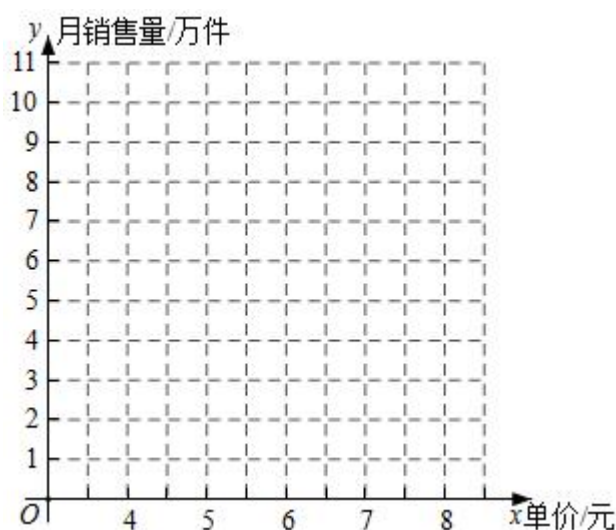
(2) 若 $\odot O$ 的直径是 10, $\angle A = 45^\circ$, 求 CE 的长.



24. (10 分)(2021·郴州) 某商店从厂家以每件 2 元的价格购进一批商品, 在市场试销中发现, 此商品的月销售量 y (单位: 万件) 与销售单价 x (单位: 元) 之间有如下表所示关系:

x	...	4.0	5.0	5.5	6.5	7.5	...
y	...	8.0	6.0	5.0	3.0	1.0	...

(1) 根据表中的数据, 在如图中描出实数对 (x, y) 所对应的点, 并画出 y 关于 x 的函数图象;



(2) 根据画出的函数图象, 求出 y 关于 x 的函数表达式;

(3) 设经营此商品的月销售利润为 P (单位: 万元),

①写出 P 关于 x 的函数表达式；

②该商店计划从这批商品获得的月销售利润为 10 万元（不计其它成本），若物价局限定商品的销售单价不得超过进价的 200%，则此时的销售单价应定为多少元？

25.（10 分）（2021·郴州）如图 1，在等腰直角三角形 ABC 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ，点 E ， F 分别为 AB ， AC 的中点， H 为线段 EF 上一动点（不与点 E ， F 重合），将线段 AH 绕点 A 逆时针方向旋转 90° 得到 AG ，连接 GC ， HB 。

（1）证明： $\triangle AHB \cong \triangle AGC$ ；

（2）如图 2，连接 GF ， HG ， HG 交 AF 于点 Q 。

①证明：在点 H 的运动过程中，总有 $\angle HFG = 90^\circ$ ；

②若 $AB = AC = 4$ ，当 EH 的长度为多少时 $\triangle AQG$ 为等腰三角形？

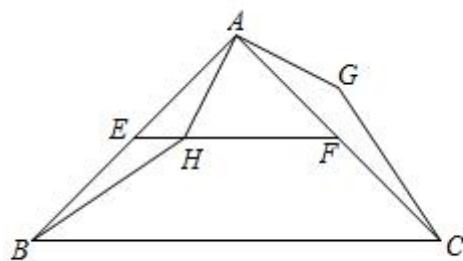


图1

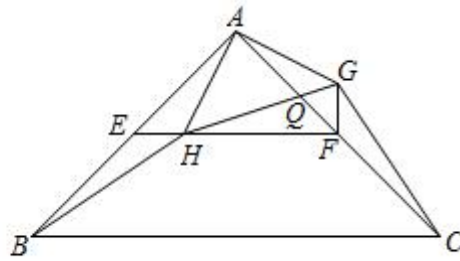


图2

26.（12 分）（2021·郴州）将抛物线 $y = ax^2$ ($a \neq 0$) 向左平移 1 个单位，再向上平移 4 个单位后，得到抛物线 $H: y = a(x-h)^2 + k$ 。抛物线 H 与 x 轴交于点 A ， B ，与 y 轴交于点 C 。已知 $A(-3, 0)$ ，点 P 是抛物线 H 上的一个动点。

（1）求抛物线 H 的表达式；

（2）如图 1，点 P 在线段 AC 上方的抛物线 H 上运动（不与 A ， C 重合），过点 P 作 $PD \perp AB$ ，垂足为 D ， PD 交 AC 于点 E 。作 $PF \perp AC$ ，垂足为 F ，求 $\triangle PEF$ 的面积的最大值；

（3）如图 2，点 Q 是抛物线 H 的对称轴 l 上的一个动点，在抛物线 H 上，是否存在点 P ，使得以点 A ， P ， C ， Q 为顶点的四边形是平行四边形？若存在，求出所有符合条件的点 P 的坐标；若不存在，说明理由。

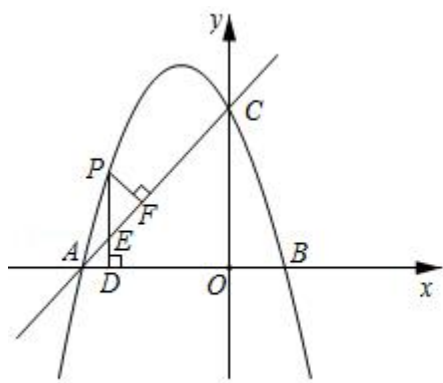


图1

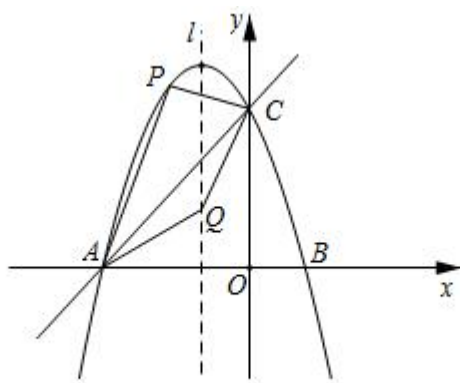
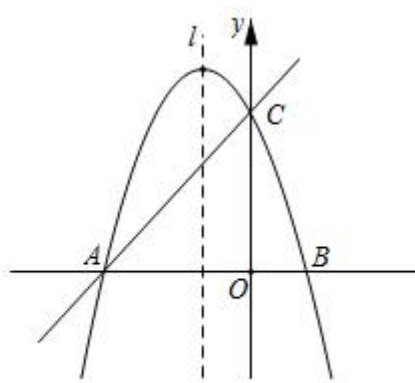


图2



备用图

