

2021 年湖南省衡阳市中考数学试卷

一、选择题（本题共 12 个小题，每小题 3 分，满分 36 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.）

1. 8 的相反数是（ ）

- A. -8 B. 8 C. $-\frac{1}{8}$ D. ± 8

2. 2021 年 2 月 25 日，习近平总书记庄严宣告，我国脱贫攻坚战取得全面胜利. 现标准下，98990000 农村贫困人口全部脱贫. 数 98990000 用科学记数法表示为（ ）

- A. 98.99×10^6 B. 9.899×10^7 C. 9899×10^4 D. 0.09899×10^8

3. 在以下绿色食品、回收、节能、节水四个标志中，是轴对称图形的是（ ）

- A.  B.  C.  D. 

4. 下列运算结果为 a^6 的是（ ）

- A. $a^2 \cdot a^3$ B. $a^{12} \div a^2$ C. $(a^3)^2$ D. $\left(\frac{1}{2}a^3\right)^2$

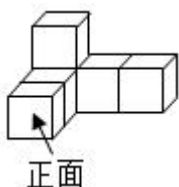
5. 下列计算正确的是（ ）

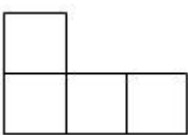
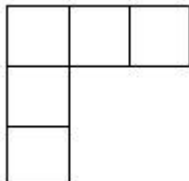
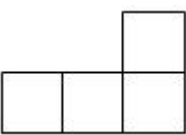
- A. $\sqrt{16} = \pm 4$ B. $(-2)^0 = 1$ C. $\sqrt{2} + \sqrt{5} = \sqrt{7}$ D. $\sqrt[3]{9} = 3$

6. 为了向建党一百周年献礼，我市中小学生开展了红色经典故事演讲比赛. 某参赛小组 6 名同学的成绩（单位：分）分别为：85，82，86，82，83，92. 关于这组数据，下列说法错误的是（ ）

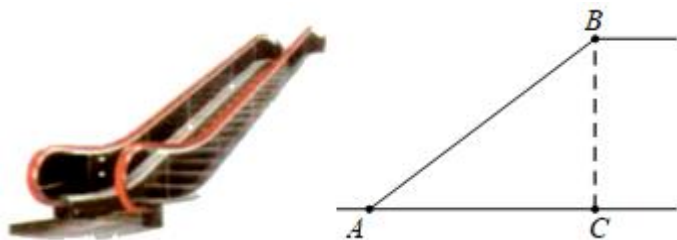
- A. 众数是 82 B. 中位数是 84 C. 方差是 84 D. 平均数是 85

7. 如图是由 6 个相同的正方体堆成的物体，它的左视图是（ ）.



- A.  B.  C.  D. 

8. 如图是某商场营业大厅自动扶梯的示意图. 自动扶梯 AB 的倾斜角为 37° , 大厅两层之间的距离 BC 为 6 米, 则自动扶梯 AB 的长约为 ($\sin 37^\circ \approx 0.6, \cos 37^\circ \approx 0.8, \tan 37^\circ \approx 0.75$) ().

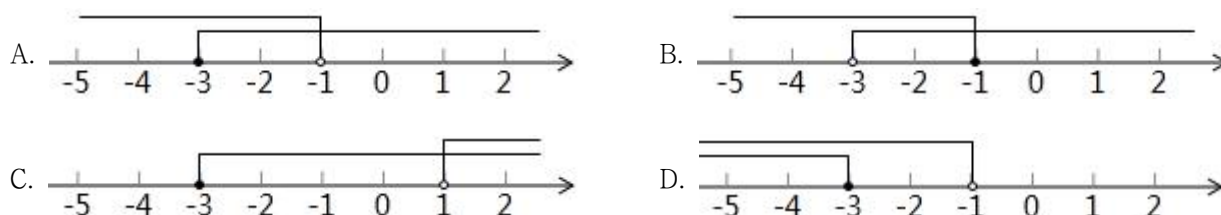


- A. 7.5 米 B. 8 米 C. 9 米 D. 10 米

9. 下列命题是真命题的是 ().

- A. 正六边形的外角和大于正五边形的外角和 B. 正六边形的每一个内角为 120°
C. 有一个角是 60° 的三角形是等边三角形 D. 对角线相等的四边形是矩形

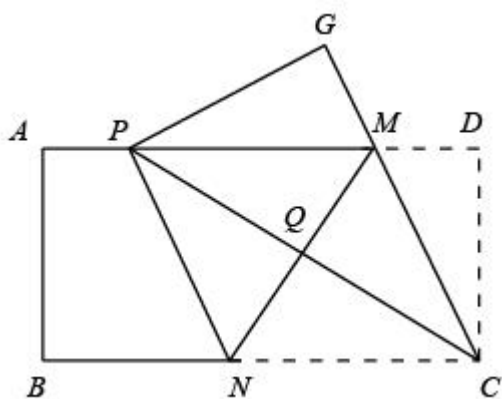
10. 不等式组 $\begin{cases} x+1 < 0 \\ -2x \leq 6 \end{cases}$ 的解集在数轴上可表示为 ()



11. 下列说法正确的是 ()

- A. 为了解我国中学生课外阅读情况, 应采取全面调查方式
B. 某彩票的中奖机会是 1%, 买 100 张一定会中奖
C. 从装有 3 个红球和 4 个黑球的袋子里摸出 1 个球是红球的概率是 $\frac{3}{4}$
D. 某校有 3200 名学生, 为了解学生最喜欢的课外体育运动项目, 随机抽取了 200 名学生, 其中有 85 名学生表示最喜欢的项目是跳绳, 估计该校最喜欢的课外体育运动项目为跳绳的有 1360 人

12. 如图, 矩形纸片 $ABCD$, $AB = 4, BC = 8$, 点 M, N 分别在矩形的边 AD, BC 上, 将矩形纸片沿直线 MN 折叠, 使点 C 落在矩形的边 AD 上, 记为点 P , 点 D 落在 G 处, 连接 PC , 交 MN 于点 Q , 连接 CM . 下列结论: ①四边形 $CMPN$ 是菱形; ②点 P 与点 A 重合时, $MN = 5$; ③ $\triangle PQM$ 的面积 S 的取值范围是 $4 \leq S \leq 5$. 其中所有正确结论的序号是 ()



A. ①②③

B. ①②

C. ①③

D. ②③

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分.)

13. 要使二次根式 $\sqrt{x-3}$ 有意义, 则 x 的取值范围是_____.

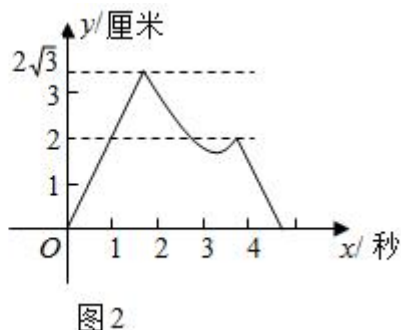
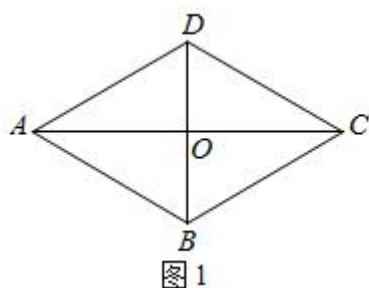
14. 计算: $\frac{a-1}{a} + \frac{1}{a} =$ _____

15. 因式分解: $3a^2 - 9ab =$ _____.

16. 底面半径为 3, 母线长为 4 的圆锥的侧面积为_____. (结果保留 π)

17. “绿水青山就是金山银山”. 某地为美化环境, 计划种植树木 6000 棵. 由于志愿者的加入, 实际每天植树棵数比原计划增加了 25%, 结果提前 3 天完成任务. 则实际每天植树_____棵.

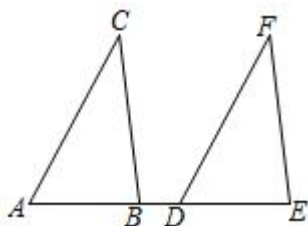
18. 如图 1, 菱形 $ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 相交于点 O , P 、 Q 两点同时从 O 点出发, 以 1 厘米/秒的速度在菱形的对角线及边上运动. 点 P 的运动路线为 $O-A-D-O$, 点 Q 的运动路线为 $O-C-B-O$. 设运动的时间为 x 秒, P 、 Q 间的距离为 y 厘米, y 与 x 的函数关系的图象大致如图 2 所示, 当点 P 在 $A-D$ 段上运动且 P 、 Q 两点间的距离最短时, P 、 Q 两点的运动路程之和为_____厘米.



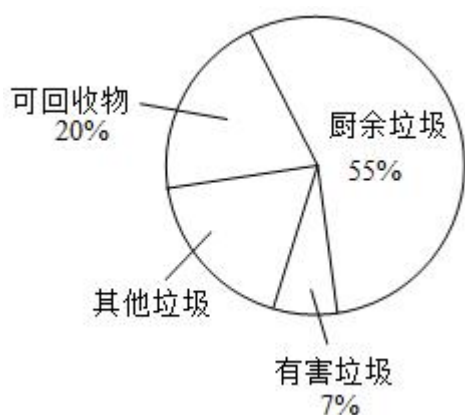
三、解答题 (本大题共 8 个小题, 19~20 题每题 6 分, 21~24 题每题 8 分, 25 题 10 分, 26 题 12 分, 满分 66 分. 解答应写出文字说明、证明过程或盐酸步骤.)

19. 计算: $(x+2y)^2 + (x-2y)(x+2y) + x(x-4y)$.

20. 如图, 点 A 、 B 、 D 、 E 在同一条直线上, $AB = DE$, $AC \parallel DF$, $BC \parallel EF$. 求证: $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.

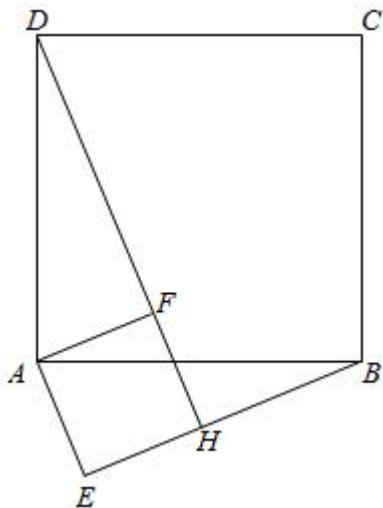


21. “垃圾分类工作就是新时尚”，为了改善生态环境，有效利用垃圾剩余价值，2020 年起，我市将生活垃圾分为四类：厨余垃圾、有害垃圾、可回收垃圾、其他垃圾。某学习研究小组在对我市垃圾分类实施情况的调查中，绘制了生活垃圾分类扇形统计图，如图所示。



- (1) 图中其他垃圾所在的扇形的圆心角度数是_____度;
- (2) 据统计，生活垃圾中可回收物每吨可创造经济总价值约为 0.2 万元。若我市某天生活垃圾清运总量为 500 吨，请估计该天可回收物所创造的经济总价值是多少万元？
- (3) 为了调查学生对垃圾分类知识的了解情况，某校开展了相关知识竞赛，要求每班派 2 名学生参赛。甲班经选拔后，决定从 2 名男生和 2 名女生中随机抽取 2 名学生参加比赛，求所抽取的学生中恰好一男一女的概率。

22. 如图, 点 E 为正方形 $ABCD$ 外一点, $\angle AEB = 90^\circ$, 将 $Rt\triangle ABE$ 绕 A 点逆时针方向旋转 90° 得到 $\triangle ADF$, DF 的延长线交 BE 于 H 点。

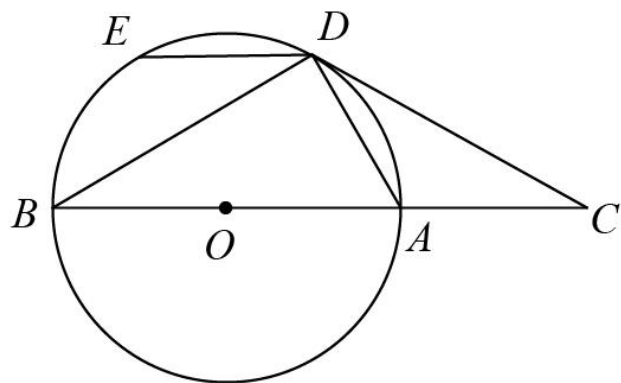


- (1) 试判定四边形 $AFHE$ 的形状，并说明理由；
- (2) 已知 $BH = 7, BC = 13$ ，求 DH 的长.

23. 如图是一种单肩包，其背带由双层部分、单层部分和调节扣构成. 小文购买时，售货员演示通过调节扣加长或缩短单层部分的长度，可以使背带的长度（单层部分与双层部分长度的和，其中调节扣所占长度忽略不计）加长或缩短，设双层部分的长度为 $x\text{cm}$ ，单层部分的长度为 $y\text{cm}$. 经测量，得到下表中数据.

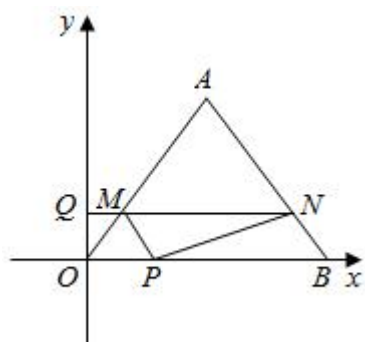
双层部分长度 $x(\text{cm})$	2	8	14	20
单层部分长度 $y(\text{cm})$	148	136	124	112

- (1) 根据表中数据规律，求出 y 与 x 的函数关系式；
 - (2) 按小文的身高和习惯，背带的长度调为 130cm 时为最佳背带长. 请计算此时双层部分的长度；
 - (3) 设背带长度为 $L\text{cm}$ ，求 L 的取值范围.
24. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， D 为 $\odot O$ 上一点， E 为 $\widehat{BD}$ 的中点，点 C 在 BA 的延长线上，且 $\angle CDA = \angle B$.



- (1) 求证： CD 是 $\odot O$ 的切线；
- (2) 若 $DE = 2, \angle BDE = 30^\circ$ ，求 CD 的长.

25. 如图, $\triangle OAB$ 的顶点坐标分别为 $O(0,0)$, $A(3,4)$, $B(6,0)$, 动点 P 、 Q 同时从点 O 出发, 分别沿 x 轴正方向和 y 轴正方向运动, 速度分别为每秒 3 个单位和每秒 2 个单位, 点 P 到达点 B 时点 P 、 Q 同时停止运动. 过点 Q 作 $MN \parallel OB$ 分别交 AO 、 AB 于点 M 、 N , 连接 PM 、 PN . 设运动时间为 t (秒).



- (1) 求点 M 的坐标 (用含 t 的式子表示);
- (2) 求四边形 $MNBP$ 面积的最大值或最小值;
- (3) 是否存在这样的直线 l , 总能平分四边形 $MNBP$ 的面积? 如果存在, 请求出直线 l 的解析式; 如果不存在, 请说明理由;
- (4) 连接 AP , 当 $\angle OAP = \angle BPN$ 时, 求点 N 到 OA 的距离.

26. 在平面直角坐标系中, 如果一个点的横坐标与纵坐标相等, 则称该点为“雁点”. 例如

$(1,1)$, $(2021,2021)$ ……都是“雁点”.

- (1) 求函数 $y = \frac{4}{x}$ 图象上的“雁点”坐标;
- (2) 若抛物线 $y = ax^2 + 5x + c$ 上有且只有一个“雁点” E , 该抛物线与 x 轴交于 M 、 N 两点 (点 M 在点 N 的左侧). 当 $a > 1$ 时.
 - ①求 c 的取值范围;
 - ②求 $\angle EMN$ 的度数;
- (3) 如图, 抛物线 $y = -x^2 + 2x + 3$ 与 x 轴交于 A 、 B 两点 (点 A 在点 B 的左侧), P 是抛物线 $y = -x^2 + 2x + 3$ 上一点, 连接 BP , 以点 P 为直角顶点, 构造等腰 $Rt\triangle BPC$, 是否存在点 P , 使点 C 恰好为“雁点”? 若存在, 求出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

