

2021 年湖南省益阳市中考数学试卷

一、选择题（本题共 10 个小题，每小题 4 分，共 40 分。每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. (4 分) (2021·益阳) -2021 的相反数等于 ()

- A. 2021 B. -2021 C. $\frac{1}{2021}$ D. $-\frac{1}{2021}$

2. (4 分) (2021·益阳) 已知 $a \neq 0$ ，下列运算正确的是 ()

- A. $3a - 2a = 1$ B. $3a \cdot 2a = 6a$ C. $a^3 \div a^2 = a$ D. $(2a)^3 = 6a^3$

3. (4 分) (2021·益阳) 将 $\sqrt{\frac{45}{2}}$ 化为最简二次根式，其结果是 ()

- A. $\frac{\sqrt{45}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{90}}{2}$ C. $\frac{9\sqrt{10}}{2}$ D. $\frac{3\sqrt{10}}{2}$

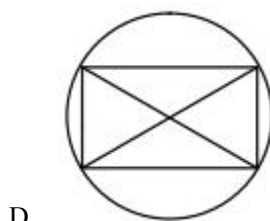
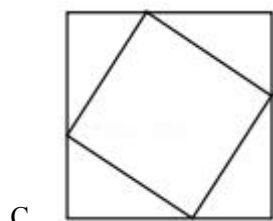
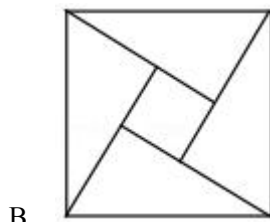
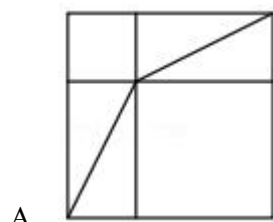
4. (4 分) (2021·益阳) 解方程组 $\begin{cases} 2x+y=3 \text{ ①} \\ 2x-3y=4 \text{ ②} \end{cases}$ 时，若将 ① - ② 可得 ()

- A. $-2y = -1$ B. $-2y = 1$ C. $4y = 1$ D. $4y = -1$

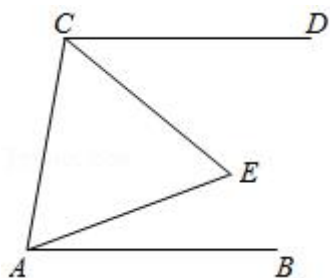
5. (4 分) (2021·益阳) 正比例函数 $y = 2x$ 与反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 的图象或性质的共有特征之一是 ()

- A. 函数值 y 随 x 的增大而增大
B. 图象在第一、三象限都有分布
C. 图象与坐标轴有交点
D. 图象经过点 $(2, 1)$

6. (4 分) (2021·益阳) 以下有关勾股定理证明的图形中，不是中心对称图形的是 ()



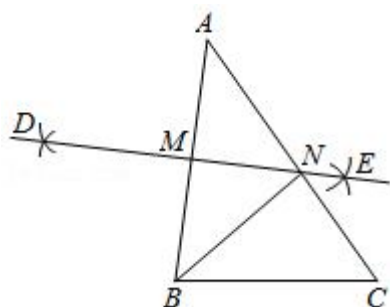
7. (4 分) (2021·益阳) 如图， $AB \parallel CD$ ， $\triangle ACE$ 为等边三角形，则 $\angle EAB$ 等于 ()



- A. 40° B. 30° C. 20° D. 15°

8. (4分) (2021·益阳) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AC > BC$, B 为圆心, 以大于 $\frac{1}{2}BC$, 两弧交于 D ,

E , 经过 D, E 作直线, 交 AC 于点 M, N , 连接 BN ()

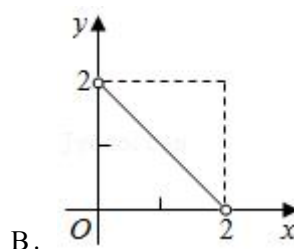
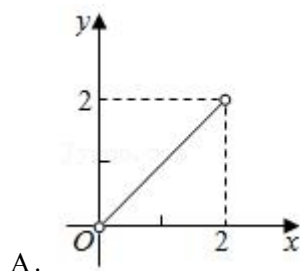
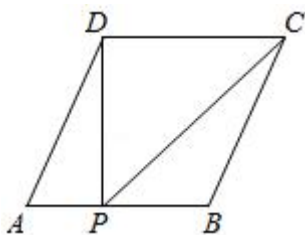


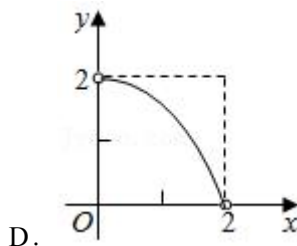
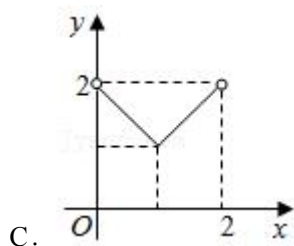
- A. $AN = NC$ B. $AN = BN$ C. $MN = \frac{1}{2}BC$ D. BN 平分 $\angle ABC$

9. (4分) (2021·益阳) 小刘利用空闲时间到外地某建筑公司打工, 公司承诺: 正常上班的工资为 200 元/天, 不能正常上班 (如下雨), 如果某月 (30 天) 正常上班的天数占 80% ()

- A. 140 元 B. 160 元 C. 176 元 D. 182 元

10. (4分) (2021·益阳) 如图, 已知 $\square ABCD$ 的面积为 4, 点 P 在 AB 边上从左向右运动 (不含端点), $\triangle BPC$ 的面积为 y , 则 y 关于 x 的函数图象大致是 ()





二、填空题（本题共 8 个小题，每小题 4 分，共 32 分.请将答案填在答题卡中对应题号的横线上）

11.（4 分）（2021·益阳）若实数 a 的立方等于 27，则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

12.（4 分）（2021·益阳）一元二次方程 $x^2 - 3x = 0$ 的解是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

13.（4 分）（2021·益阳）已知 x 满足不等式组 $\begin{cases} x > -1 \\ x - 2 \leq 0 \end{cases}$ ，写出一个符合条件的 x 的值 $\underline{\hspace{2cm}}$.

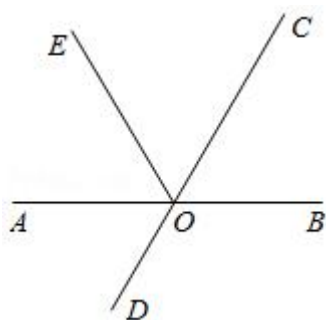
14.（4 分）（2021·益阳）小李在双休日到田间参加除草劳动，他随机从锄头、铁锹、镰刀中选用一种劳动工具，则他选到锄头的概率是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15.（4 分）（2021·益阳）已知 y 是 x 的二次函数，如表给出了 y 与 x 的几对对应值：

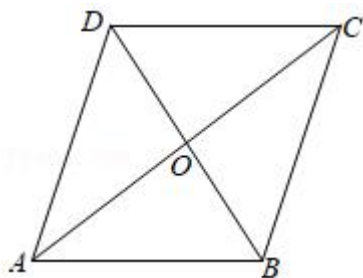
x	$\cdots$	-2	-1	0	1	2	3	4	$\cdots$
y	$\cdots$	11	a	3	2	3	6	11	$\cdots$

由此判断，表中 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

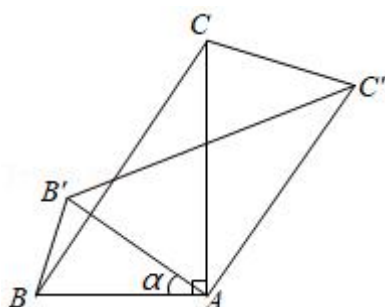
16.（4 分）（2021·益阳）如图， AB 与 CD 相交于点 O ， OE 是 $\angle AOC$ 的平分线，则 $\angle AOD = \underline{\hspace{2cm}}$ 度.



17.（4 分）（2021·益阳）如图，已知四边形 $ABCD$ 是平行四边形，从① $AB = AD$ ，③ $\angle ABC = \angle ADC$ 中选择一个作为条件，补充后使四边形 $ABCD$ 成为菱形 $\underline{\hspace{2cm}}$ （限填序号）.



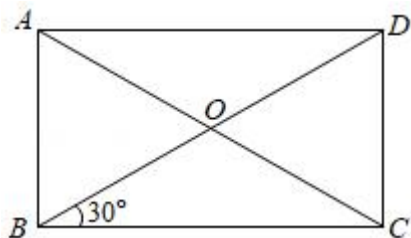
18. (4分) (2021·益阳) 如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ - \frac{3}{2}$, 将 $\triangle ABC$ 绕 A 点顺时针方向旋转角 α ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$) 得到 $\triangle AB'C'$, CC' , 则 $\triangle CAC'$ 与 $\triangle BAB'$ 的面积之比等于 _____.



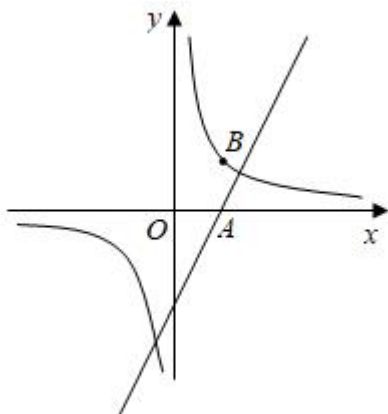
三、解答题 (本题共 8 个小题, 共 78 分解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

19. (8分) (2021·益阳) 先化简, 再求值: $(1 + \frac{3}{a}) \cdot \frac{2a}{a^2 - 9}$, 其中 $a = 2$.

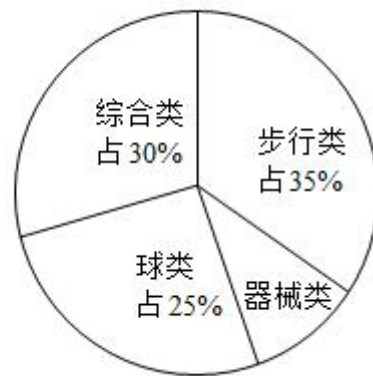
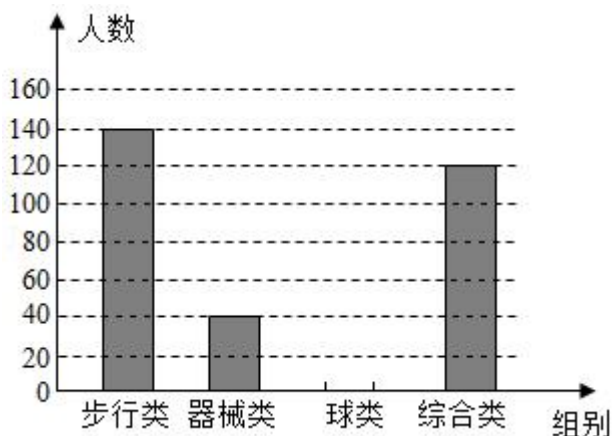
20. (8分) (2021·益阳) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, 已知 $AB = 6$, 求 AC 的长.



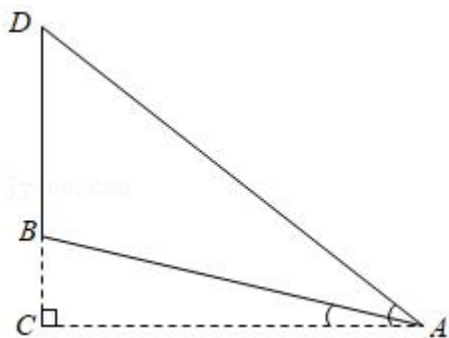
21. (8分) (2021·益阳) 如图, 已知点 A 是一次函数 $y = 2x - 4$ 的图象与 x 轴的交点, 将点 A 向上平移 2 个单位后所得点 B 在某反比例函数图象上.
- (1) 求点 A 的坐标;
 - (2) 确定该反比例函数的表达式.



22. (10分)(2021·益阳) 为了促进全民健身活动的开展, 某镇准备兴建一座休闲公园. 为了解群众的运动需求, 对周边爱好运动的居民的运动偏好进行了随机调查 (每人限填一项) (综合类含舞蹈、太极拳等其他项目).



- (1) 本次被调查的居民人数是多少?
- (2) 补全条形统计图;
- (3) 若该休闲公园辐射周边居民约 1 万人, 爱好运动者占 80%, 请由此估计周边爱好运动的居民中偏好器械锻炼的人数.
23. (10分)(2021·益阳) “2021 湖南红色文化旅游节——重走青年毛泽东游学社会调查之路”启动仪式于 4 月 29 日在安化县梅城镇举行, 该镇南面山坡上有一座宝塔, 一群爱好数学的学生在研学之余对该宝塔的高度进行了测量. 如图所示, 塔顶 D 的仰角 $\angle DAC = 38^\circ$, 斜坡 $AB = 50$ 米 (精确到 1 米).
- (参考数据: $\sin 13^\circ \approx 0.22$, $\cos 13^\circ \approx 0.97$, $\tan 13^\circ \approx 0.23$, $\sin 38^\circ \approx 0.62$, $\cos 38^\circ \approx 0.79$, $\tan 38^\circ \approx 0.78$)



24. (10分) (2021·益阳) 为了改善湘西北地区的交通, 我省正在修建长(沙) - 益(阳)(德)高铁, 其中长益段将于 2021 年底建成. 开通后的长益高铁比现在运行的长益城际铁路全长缩短了 40 千米; 现乘坐某次长益城际列车全程需要 60 分钟, 平均速度是开通后的高铁的 $\frac{13}{30}$.

(1) 求长益段高铁与长益城际铁路全长各为多少千米?

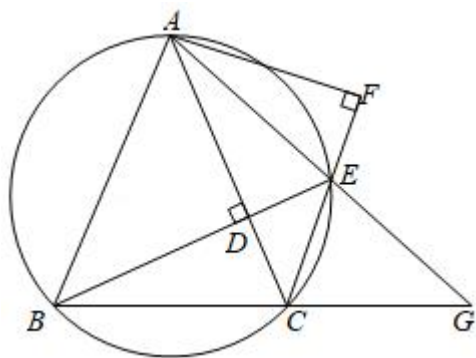
(2) 甲、乙两个工程队同时对长益段高铁全线某个配套项目进行施工, 每天对其施工的长度比为 7: 9, 计划 40 天完成, 工程指挥部要求甲工程队提高工效, 以确保整个工程提早 3 天以上(含 3 天), 那么甲工程队后期每天至少施工多少千米?

25. (12分) (2021·益阳) 如图, 在等腰锐角三角形 ABC 中, $AB = AC$, 延长 BD 交 $\triangle ABC$ 的外接圆于点 E , 过点 A 作 $AF \perp CE$ 于 F , BC 的延长线交于点 G .

(1) 判断 EA 是否平分 $\angle DEF$, 并说明理由;

(2) 求证: ① $BD = CF$;

② $BD^2 = DE^2 + AE \cdot EG$.



26. (12分) (2021·益阳) 已知函数 $y = \begin{cases} -x & (x \leq 0) \\ x^2 & (x > 0) \end{cases}$ 的图象如图所示, 点 $A(x_1, y_1)$ 在第一象限内的函数图象上.

(1) 若点 $B(x_2, y_2)$ 也在上述函数图象上, 满足 $x_2 < x_1$.

①当 $y_2 = y_1 = 4$ 时，求 x_1, x_2 的值；

②若 $|x_2| = |x_1|$ ，设 $w = y_1 - y_2$ ，求 w 的最小值；

(2) 过 A 点作 y 轴的垂线 AP ，垂足为 P ，点 P 关于 x 轴的对称点为 P' ，垂足为 Q ， Q 关于直线 AP' 的对称点为 Q' ，求出这个定点的坐标；若不是

