

2021 年湖南省永州市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 10 个小题，每小题 4 分，共 40 分，每个小题只有一个正确选项请将正确的选项填涂到答题卡上）

1. $-|-2021|$ 的相反数为（ ）

A. -2021

B. 2021

C. $-\frac{1}{2021}$

D. $\frac{1}{2021}$

2. 如图，在平面内将五角星绕其中心旋转 180° 后所得到的图案是（ ）



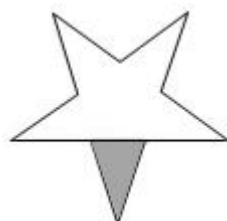
A.



B.



C.



D.



3. 据永州市 2020 年国民经济和社会发展统计公报，永州市全年全体居民人均可支配收入约为 24000 元，比上年增长 6.5%，将“人均可支配收入”用科学记数法表示为（ ）

A. 24×10^3

B. 2.4×10^4

C. 2.4×10^5

D. 0.24×10^5

4. 已知一组数据：27，12，12，5，7，12，5. 该组数据的众数是（ ）

A. 27

B. 12

C. 7

D. 5

5. 下列计算正确的是（ ）

A. $(\pi - 3)^0 = 1$

B. $\tan 30^\circ = \frac{1}{2}$

C. $\sqrt{4} = \pm 2$

D. $a^2 \cdot a^3 = a^6$

6. 在一元一次不等式组 $\begin{cases} 2x+1 > 0 \\ x-5 \leq 0 \end{cases}$ 的解集中，整数解的个数是（ ）

A. 4

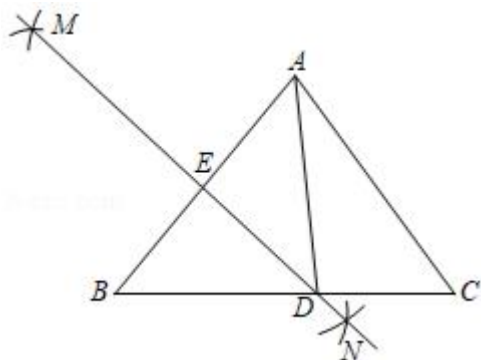
B. 5

C. 6

D. 7

7. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ，分别以点 A ， B 为圆心，大于 $\frac{1}{2}AB$ 的长为半径画弧，两

弧相交于点 M 和点 N ，作直线 MN 分别交 BC 、 AB 于点 D 和点 E ，若 $\angle B = 50^\circ$ ，则 $\angle CAD$ 的度数是（ ）



- A. 30° B. 40° C. 50° D. 60°

8. 中国传统数学重要著作《九章算术》中记载：今有共买物，人出八，盈三；人出七，不足四，问人数、物价各几何？据此设计一类似问题：今有人组团购一物，如果每人出 9 元，则多了 4 元；如果每人出 6 元，则少了 5 元，问组团人数和物价各是多少？若设 x 人参与组团，物价为 y 元，则以下列出的方程组正确的是（ ）

A.
$$\begin{cases} 9x - y = 4 \\ y - 6x = 5 \end{cases}$$
 B.
$$\begin{cases} 9x - y = 4 \\ 6x - y = 5 \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} y - 9x = 4 \\ y - 6x = 5 \end{cases}$$
 D.
$$\begin{cases} y - 9x = 4 \\ 6x - y = 5 \end{cases}$$

9. 小明计划到永州市体验民俗文化，想从“零陵渔鼓、瑶族长鼓舞、东安武术、舜帝祭典”四种民俗文化中任意选择两项，则小明选择体验“瑶族长鼓舞、舜帝祭典”的概率为（ ）

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{1}{6}$

10. 定义：若 $10^x = N$ ，则 $x = \lg N$ ， x 称为以 10 为底的 N 的对数，简记为 $\lg N$ ，其满足运算法则： $\lg M + \lg N = \lg (M \cdot N)$ ($M > 0$, $N > 0$). 例如：因为 $10^2 = 100$ ，所以 $2 = \lg 100$ ，亦即 $\lg 100 = 2$ ； $\lg 4 + \lg 3 = \lg 12$. 根据上述定义和运算法则，计算 $(\lg 2)^2 + \lg 2 \cdot \lg 5 + \lg 5$ 的结果为（ ）

- A. 5 B. 2 C. 1 D. 0

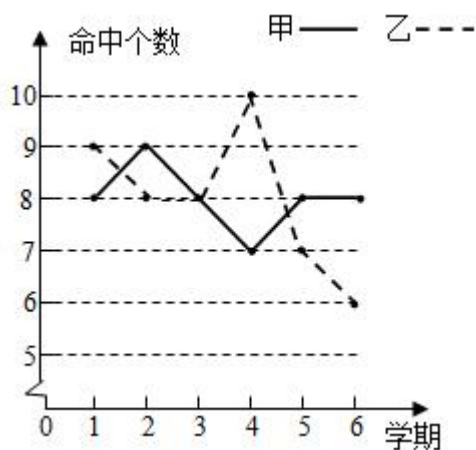
二、填空题（本大题共 8 个小题，每小题 4 分，共 32 分，请将答案填在答题卡的答案栏内）

11. 在 0 ， $\frac{22}{7}$ ， -0.101001 ， π ， $\sqrt[3]{8}$ 中无理数的个数是 _____ 个.

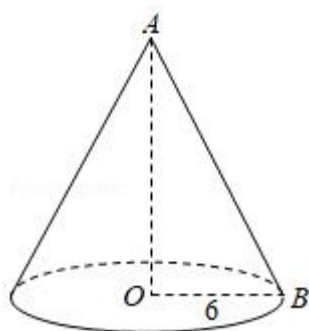
12. 已知二次根式 $\sqrt{x+3}$ 有意义，则 x 的取值范围是 _____.

13. 请写出一个图象在第二、四象限的反比例函数的表达式：_____.

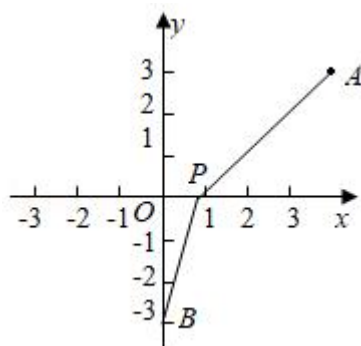
14. 某初级中学坚持开展阳光体育活动，七年级至九年级每学期均进行体育技能测试．其中 A 班甲、乙两位同学 6 个学期的投篮技能测试成绩（投篮命中个数）折线图如图所示．为参加学校举行的毕业篮球友谊赛，A 班需从甲、乙两位同学中选 1 人进入班球队，从两人成绩的稳定性考虑，请你决策 A 班应该选择的同学是 _____．



15. 某同学在数学实践活动中，制作了一个侧面积为 60π ，底面半径为 6 的圆锥模型（如图所示），则此圆锥的母线长为 _____．



16. 如图，A，B 两点的坐标分别为 $A(4, 3)$ ， $B(0, -3)$ ，在 x 轴上找一点 P，使线段 $PA+PB$ 的值最小，则点 P 的坐标是 _____．



17. 已知函数 $y = \begin{cases} x^2, & 0 \leq x < 1 \\ 2x-2, & x \geq 1 \end{cases}$ ，若 $y = 2$ ，则 $x =$ _____．

18. 若 x, y 均为实数, $43^x = 2021, 47^y = 2021$, 则:

(1) $43^{xy} \cdot 47^{xy} = (\quad)^{x+y}$;

(2) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题 (共 8 小题, 满分 78 分)

19. (8 分) 先化简, 再求值: $(x+1)^2 + (2+x)(2-x)$, 其中 $x = 1$.

20. (8 分) 若 x_1, x_2 是关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的两个根, 则 $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, x_1

$\cdot x_2 = \frac{c}{a}$. 现已知一元二次方程 $px^2 + 2x + q = 0$ 的两根分别为 m, n .

(1) 若 $m = 2, n = -4$, 求 p, q 的值;

(2) 若 $p = 3, q = -1$, 求 $m + mn + n$ 的值.

21. (8 分) 为庆祝中国共产党成立 100 周年, 某校组织全校学生进行了一场党史知识竞赛活动根据竞赛结果, 抽取了 200 名学生的成绩 (得分均为正整数, 满分为 100 分, 大于 80 分的为优秀) 进行统计, 绘制了如图所示尚不完整的统计图表.

200 名学生党史知识竞赛成绩的频数表

组别	频数	频率
A 组 (60.5 ~ 70.5)	a	0.3
B 组 (70.5 ~ 80.5)	30	0.15
C 组 (80.5 ~ 90.5)	50	b
D 组 (90.5 ~ 100.5)	60	0.3

请结合图表解决下列问题:

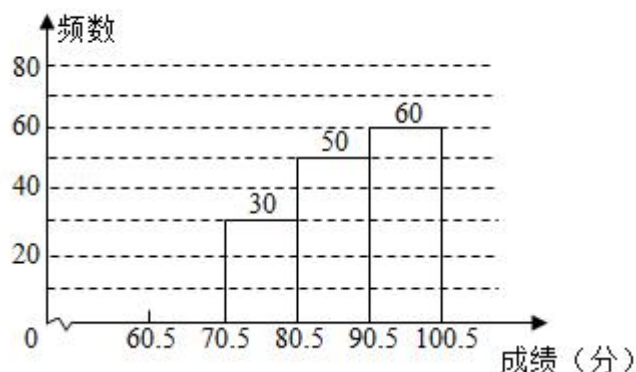
(1) 频数表中, $a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2) 请将频数分布直方图补充完整;

(3) 抽取的 200 名学生中竞赛成绩的中位数落在的组别是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 组;

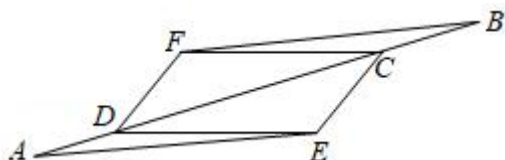
(4) 若该校共有 1000 名学生, 请估计本次党史知识竞赛成绩为“优秀”的学生人数.

200名学生党史知识竞赛成绩的频数直方图



22. (10分) 如图, 已知点 A, D, C, B 在同一条直线上, $AD = BC$, $AE = BF$, $AE \parallel BF$.

- (1) 求证: $\triangle AEC \cong \triangle BFD$.
- (2) 判断四边形 $DECF$ 的形状, 并证明.



23. (10分) 永州市某村经济合作社在乡村振兴工作队的指导下, 根据市场需求, 计划在 2022 年将 30 亩土地全部用于种植 A, B 两种经济作物. 预计 B 种经济作物亩产值比 A 种经济作物亩产值多 2 万元, 为实现 2022 年 A 种经济作物年总产值 20 万元, B 种经济作物年总产值 30 万元的目标, 问: 2022 年 A, B 两种经济作物应各种植多少亩?

24. (10分) 已知锐角 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 边角总满足关系式:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}.$$

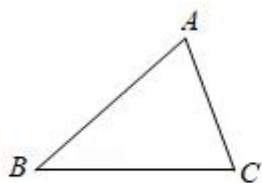


图1

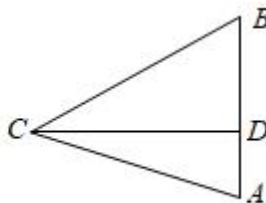


图2

- (1) 如图 1, 若 $a = 6$, $\angle B = 45^\circ$, $\angle C = 75^\circ$, 求 b 的值;
- (2) 某公园准备在园内一个锐角三角形水池 ABC 中建一座小型景观桥 CD (如图 2 所示), 若 $CD \perp AB$, $AC = 14$ 米, $AB = 10$ 米, $\sin \angle ACB = \frac{5\sqrt{3}}{14}$, 求景观桥 CD 的长度.

25. (12分) 如图 1, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 E 是 $\odot O$ 上一动点, 且不与 A, B 两点重合, $\angle EAB$ 的平分线交 $\odot O$ 于点 C , 过点 C 作 $CD \perp AE$, 交 AE 的延长线于点 D .

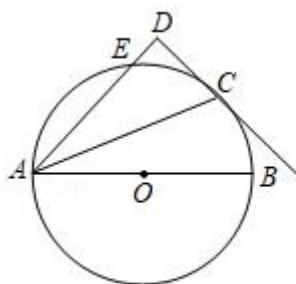


图 1

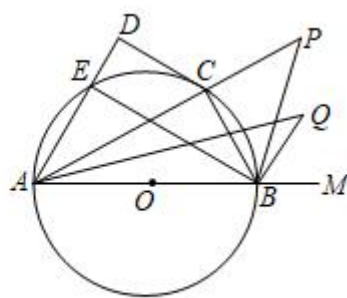


图 2

(1) 求证: CD 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 求证: $AC^2 = 2AD \cdot AO$;

(3) 如图 2, 原有条件不变, 连接 BE , BC , 延长 AB 至点 M , $\angle EBM$ 的平分线交 AC 的延长线于点 P , $\angle CAB$ 的平分线交 $\angle CBM$ 的平分线于点 Q . 求证: 无论点 E 如何运动, 总有 $\angle P = \angle Q$.

26. (12 分) 已知关于 x 的二次函数 $y_1 = x^2 + bx + c$ (实数 b, c 为常数).

(1) 若二次函数的图象经过点 $(0, 4)$, 对称轴为 $x = 1$, 求此二次函数的表达式;

(2) 若 $b^2 - c = 0$, 当 $b - 3 \leq x \leq b$ 时, 二次函数的最小值为 21, 求 b 的值;

(3) 记关于 x 的二次函数 $y_2 = 2x^2 + x + m$, 若在 (1) 的条件下, 当 $0 \leq x \leq 1$ 时, 总有 $y_2 \geq y_1$, 求实数 m 的最小值.

