

2021 年湖南省株洲市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题有且只有一个正确答案，每小题 4 分，共 40 分）

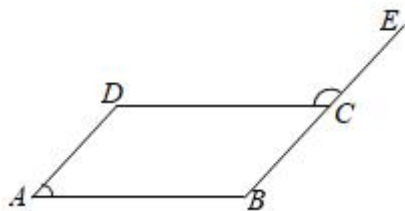
1. 若 a 的倒数为 2，则 $a =$ ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. 2 C. $-\frac{1}{2}$ D. -2

2. 方程 $\frac{x}{2} - 1 = 2$ 的解是 ()

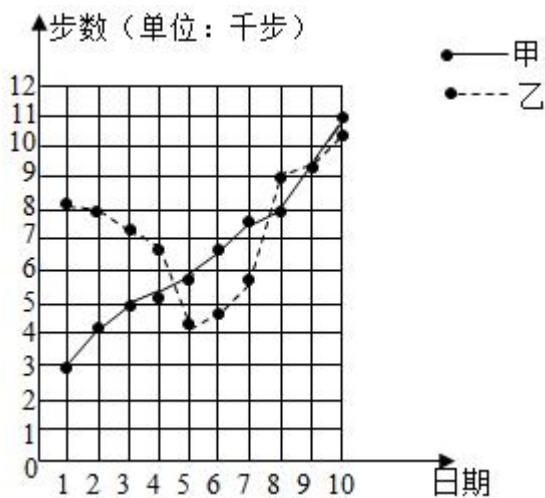
- A. $x = 2$ B. $x = 3$ C. $x = 5$ D. $x = 6$

3. 如图所示，四边形 $ABCD$ 是平行四边形，点 E 在线段 BC 的延长线上，若 $\angle DCE = 132^\circ$ ，则 $\angle A =$ ()



- A. 38° B. 48° C. 58° D. 66°

4. 某月 1 日 - 10 日，甲、乙两人的手机“微信运动”的步数统计图如图所示，则下列错误的结论是 ()



- A. 1 日 - 10 日，甲的步数逐天增加
 B. 1 日 - 6 日，乙的步数逐天减少
 C. 第 9 日，甲、乙两人的步数正好相等
 D. 第 11 日，甲的步数不一定比乙的步数多

5. 计算: $-4 \times \sqrt{\frac{1}{2}} =$ ()

- A. $-2\sqrt{2}$ B. -2 C. $-\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{2}$

6. 《九章算术》之“粟米篇”中记载了中国古代的“粟米之法”：“粟率五十，粳米三十…”

(粟指带壳的谷子，粳米指糙米)，其意为：“50 单位的粟，可换得 30 单位的粳米…”.

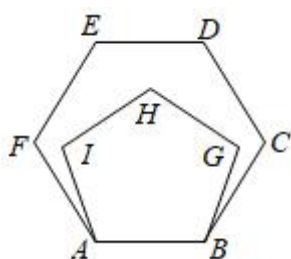
问题：有 3 斗的粟 (1 斗 = 10 升)，若按照此“粟米之法”，则可以换得的粳米为 ()

- A. 1.8 升 B. 16 升 C. 18 升 D. 50 升

7. 不等式组 $\begin{cases} x-2 \leq 0 \\ -x+1 > 0 \end{cases}$ 的解集为 ()

- A. $x < 1$ B. $x \leq 2$ C. $1 < x \leq 2$ D. 无解

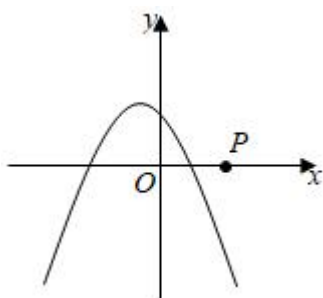
8. 如图所示，在正六边形 $ABCDEF$ 内，以 AB 为边作正五边形 $ABGHI$ ，则 $\angle FAI =$ ()



- A. 10° B. 12° C. 14° D. 15°

9. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象如图所示，点 P 在 x 轴的正半轴上，且 $OP = 1$ ，

设 $M = ac(a+b+c)$ ，则 M 的取值范围为 ()



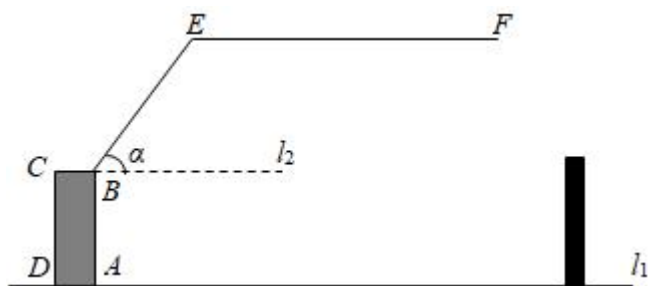
- A. $M < -1$ B. $-1 < M < 0$ C. $M < 0$ D. $M > 0$

10. 某限高曲臂道路闸口如图所示， AB 垂直地面 l_1 于点 A ， BE 与水平线 l_2 的夹角为 α ($0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$)， $EF \parallel l_1 \parallel l_2$ ，若 $AB = 1.4$ 米， $BE = 2$ 米，车辆的高度为 h (单位：米)，

不考虑闸口与车辆的宽度：

- ①当 $\alpha = 90^\circ$ 时， h 小于 3.3 米的车辆均可以通过该闸口；
- ②当 $\alpha = 45^\circ$ 时， h 等于 2.9 米的车辆不可以通过该闸口；
- ③当 $\alpha = 60^\circ$ 时， h 等于 3.1 米的车辆不可以通过该闸口.

则上述说法正确的个数为 ()



- A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 4 分，共 32 分）

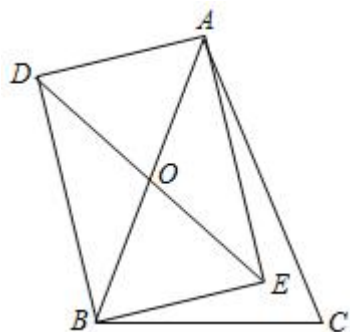
11. 计算： $(2a)^2 \cdot a^3 =$ _____.

12. 因式分解： $6x^2 - 4xy =$ _____.

13. 据报道，2021 年全国高考报名人数为 1078 万，将 1078 万用科学记数法表示为 1.078×10^n ，则 $n =$ _____.

14. 抛掷一枚质地均匀的硬币两次，则两次都是“正面朝上”的概率是 _____.

15. 如图所示，线段 BC 为等腰 $\triangle ABC$ 的底边，矩形 $ADBE$ 的对角线 AB 与 DE 交于点 O ，若 $OD = 2$ ，则 $AC =$ _____.



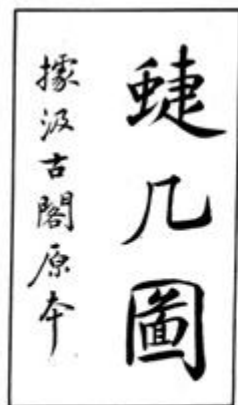
16. 中药是以我国传统医药理论为指导，经过采集、炮制、制剂而得到的药物．在一个时间段，某中药房的黄芪、焦山楂、当归三种中药的销售单价和销售额情况如表：

中药	黄芪	焦山楂	当归
销售单价（单位：元/千克）	80	60	90
销售额（单位：元）	120	120	360

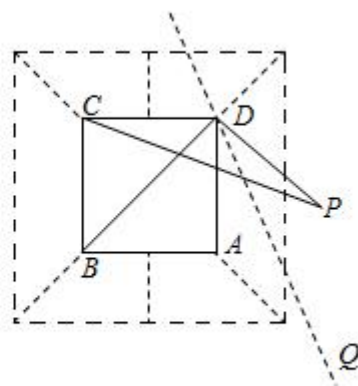
则在这个时间段，该中药房的这三种中药的平均销售量为 _____ 千克．

17. 点 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_1+1, y_2)$ 是反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 图象上的两点，满足：当 $x_1 > 0$ 时，均有 $y_1 < y_2$ ，则 k 的取值范围是 _____.

18. 《蝶几图》是明朝人戈汕所作的一部组合家具的设计图（“**捷**”为“蜚”，同“蝶”），它的基本组件为斜角形，包括长斜两只、右半斜两只、左半斜两只、围一只、小三斜四只、大三斜两只，共十三只（图①中的“樣”和“隻”为“样”和“只”）。图②为某蝶几设计图，其中 $\triangle ABD$ 和 $\triangle CBD$ 为“大三斜”组件（“一樣二隻”的大三斜组件为两个全等的等腰直角三角形），已知某人位于点 P 处，点 P 与点 A 关于直线 DQ 对称，连接 CP 、 DP 。若 $\angle ADQ = 24^\circ$ ，则 $\angle DCP =$ _____度。



图①



图②

三、解答题（本大题共 8 小题，共 78 分）

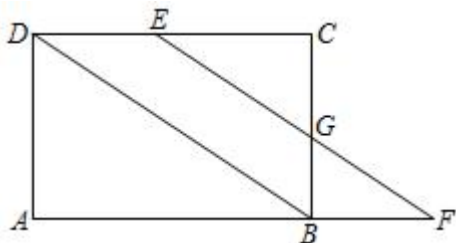
19. (6 分) 计算： $|-2| + \sqrt{3}\sin 60^\circ - 2^{-1}$.

20. (8 分) 先化简，再求值： $\frac{2x}{x^2-4} \cdot (1 - \frac{2}{x}) - \frac{3}{x+2}$ ，其中 $x = \sqrt{2} - 2$.

21. (8 分) 如图所示，在矩形 $ABCD$ 中，点 E 在线段 CD 上，点 F 在线段 AB 的延长线上，连接 EF 交线段 BC 于点 G ，连接 BD ，若 $DE = BF = 2$.

(1) 求证：四边形 $BFED$ 是平行四边形；

(2) 若 $\tan \angle ABD = \frac{2}{3}$ ，求线段 BG 的长度.

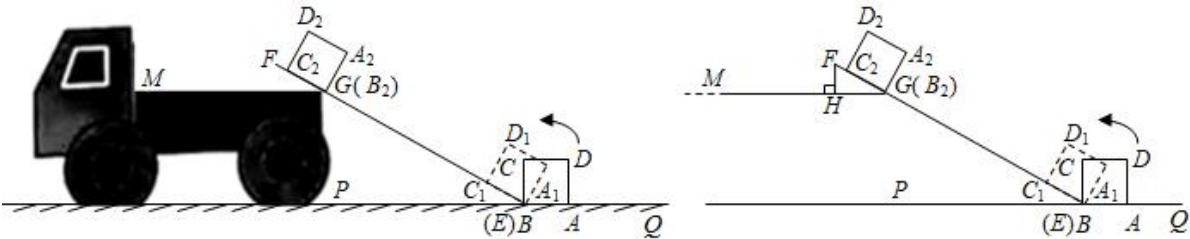


22. (10 分) 将一物体（视为边长为 $\frac{2}{\pi}$ 米的正方形 $ABCD$ ）从地面 PQ 上挪到货车车厢内. 如图

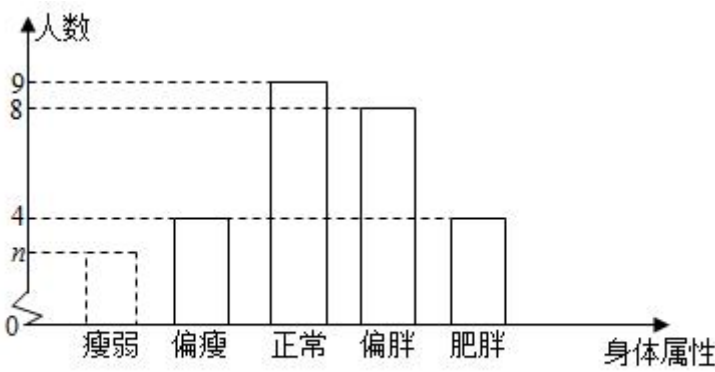
所示，刚开始点 B 与斜面 EF 上的点 E 重合，先将该物体绕点 B (E) 按逆时针方向旋转至正方形 $A_1BC_1D_1$ 的位置，再将其沿 EF 方向平移至正方形 $A_2B_2C_2D_2$ 的位置（此时点

B_2 与点 G 重合), 最后将物体移到车厢平台面 MG 上. 已知 $MG \parallel PQ$, $\angle FBP = 30^\circ$, 过点 F 作 $FH \perp MG$ 于点 H , $FH = \frac{1}{3}$ 米, $EF = 4$ 米.

- (1) 求线段 FG 的长度;
- (2) 求在此过程中点 A 运动至点 A_2 所经过的路程.



23. (10 分) 目前, 国际上常用身体质量指数 “ BMI ” 作为衡量人体健康状况的一个指标, 其计算公式: $BMI = \frac{G}{h^2}$ (G 表示体重, 单位: 千克; h 表示身高, 单位: 米). 已知某区域成人的 BMI 数值标准为: $BMI < 16$ 为瘦弱 (不健康); $16 \leq BMI < 18.5$ 为偏瘦; $18.5 \leq BMI < 24$ 为正常; $24 \leq BMI < 28$ 为偏胖; $BMI \geq 28$ 为肥胖 (不健康).



(女性身体属性与人数统计图)

某研究人员从该区域的一体检中心随机抽取 55 名成人的体重、身高数据组成一个样本, 计算每名成人的 BMI 数值后统计:

(男性身体属性与人数统计表)

身体属性	人数
瘦弱	2
偏瘦	2
正常	1
偏胖	9

肥胖	m
----	-----

(1) 求这个样本中身体属性为“正常”的人数；

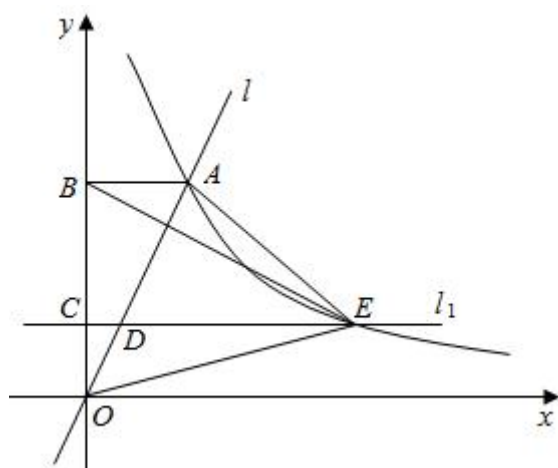
(2) 某女性的体重为 51.2 千克，身高为 1.6 米，求该女性的 BMI 数值；

(3) 当 $m \geq 3$ 且 $n \geq 2$ (m, n 为正整数) 时，求这个样本中身体属性为“不健康”的男性人数与身体属性为“不健康”的女性人数的比值.

24. (10 分) 如图所示，在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y = 2x$ 的图象 l 与函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0, x > 0$) 的图象 (记为 Γ) 交于点 A ，过点 A 作 $AB \perp y$ 轴于点 B ，且 $AB = 1$ ，点 C 在线段 OB 上 (不含端点)，且 $OC = t$ ，过点 C 作直线 $l_1 \parallel x$ 轴，交 l 于点 D ，交图象 Γ 于点 E .

(1) 求 k 的值，并且用含 t 的式子表示点 D 的横坐标；

(2) 连接 OE 、 BE 、 AE ，记 $\triangle OBE$ 、 $\triangle ADE$ 的面积分别为 S_1 、 S_2 ，设 $U = S_1 - S_2$ ，求 U 的最大值.



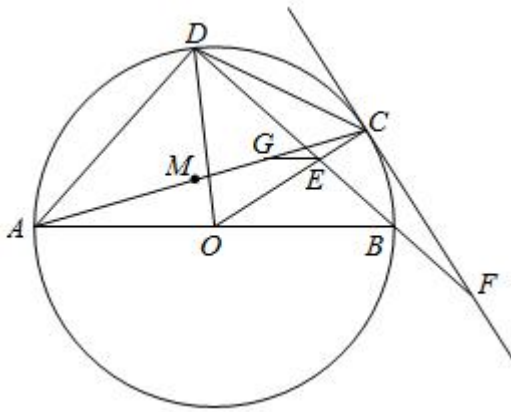
25. (13 分) 如图所示， AB 是 $\odot O$ 的直径，点 C 、 D 是 $\odot O$ 上不同的两点，直线 BD 交线段 OC 于点 E 、交过点 C 的直线 CF 于点 F ，若 $OC = 3CE$ ，且 $9(EF^2 - CF^2) = OC^2$.

(1) 求证：直线 CF 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 连接 OD 、 AD 、 AC 、 DC ，若 $\angle COD = 2\angle BOC$.

① 求证： $\triangle ACD \sim \triangle OBE$ ；

② 过点 E 作 $EG \parallel AB$ ，交线段 AC 于点 G ，点 M 为线段 AC 的中点，若 $AD = 4$ ，求线段 MG 的长度.



26. (13分) 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a > 0$).

(1) 若 $a = \frac{1}{2}$, $b = c = -2$, 求方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的根的判别式的值;

(2) 如图所示, 该二次函数的图象与 x 轴交于点 $A(x_1, 0)$ 、 $B(x_2, 0)$, 且 $x_1 < 0 < x_2$, 与 y 轴的负半轴交于点 C , 点 D 在线段 OC 上, 连接 AC 、 BD , 满足 $\angle ACO = \angle ABD$, $-\frac{b}{a} + c = x_1$.

①求证: $\triangle AOC \cong \triangle DOB$;

②连接 BC , 过点 D 作 $DE \perp BC$ 于点 E , 点 $F(0, x_1 - x_2)$ 在 y 轴的负半轴上, 连接 AF , 且 $\angle ACO = \angle CAF + \angle CBD$, 求 $\frac{c}{x_1}$ 的值.

