

2021 年湖南省岳阳市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，满分 24 分，在每小题给出的四个选项中，选出符合要求的一项）

1. 在实数 $\sqrt{3}$, -1 , 0 , 2 中，为负数的是（ ）

- A. $\sqrt{3}$ B. -1 C. 0 D. 2

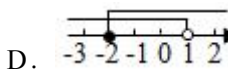
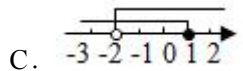
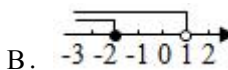
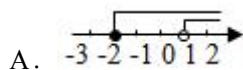
2. 下列品牌的标识中，是轴对称图形的是（ ）



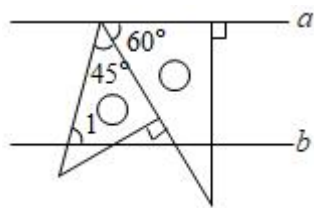
3. 下列运算结果正确的是（ ）

- A. $3a - a = 2$ B. $a^2 \cdot a^4 = a^8$
C. $(a+2)(a-2) = a^2 - 4$ D. $(-a)^2 = -a^2$

4. 已知不等式组 $\begin{cases} x-1 < 0 \\ 2x \geq -4 \end{cases}$ ，其解集在数轴上表示正确的是（ ）



5. 将一副直角三角板按如图方式摆放，若直线 $a \parallel b$ ，则 $\angle 1$ 的大小为（ ）



- A. 45° B. 60° C. 75° D. 105°

6. 下列命题是真命题的是（ ）

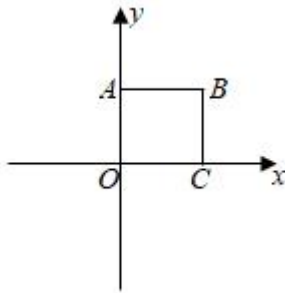
- A. 五边形的内角和是 720°
B. 三角形的任意两边之和大于第三边
C. 内错角相等
D. 三角形的重心是这个三角形的三条角平分线的交点

7. 在学校举行“庆祝百周年，赞歌献给党”的合唱比赛中，七位评委给某班的评分去掉一

个最高分、一个最低分后得到五个有效评分，分别为：9.0，9.2，9.0，8.8，9.0（单位：分），这五个有效评分的平均数和众数分别是（ ）

- A. 9.0，8.9 B. 8.9，8.9 C. 9.0，9.0 D. 8.9，9.0

8. 定义：我们将顶点的横坐标和纵坐标互为相反数的二次函数称为“互异二次函数”. 如图，在正方形 $OABC$ 中，点 $A(0, 2)$ ，点 $C(2, 0)$ ，则互异二次函数 $y = (x - m)^2 - m$ 与正方形 $OABC$ 有交点时 m 的最大值和最小值分别是（ ）



- A. 4，-1 B. $\frac{5-\sqrt{17}}{2}$ ，-1 C. 4，0 D. $\frac{5+\sqrt{17}}{2}$ ，-1

二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 4 分，满分 32 分）

- 9.（4 分）因式分解： $x^2 + 2x + 1 =$ _____.

- 10.（4 分）2021 年 5 月 15 日，“天问一号”探测器成功着陆火星，在火星上首次留下了中国印迹. 据公开资料显示，地球到火星的最近距离约为 55000000 公里，数据 55000000 用科学记数法表示为_____.

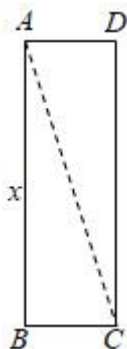
- 11.（4 分）一个不透明的袋子中装有 5 个小球，其中 3 个白球，2 个黑球，这些小球除颜色外无其它差别，从袋子中随机摸出一个小球，则摸出的小球是白球的概率为_____.

- 12.（4 分）已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 6x + k = 0$ 有两个相等的实数根，则实数 k 的值为_____.

- 13.（4 分）要使分式 $\frac{5}{x-1}$ 有意义，则 x 的取值范围为_____.

- 14.（4 分）已知 $x + \frac{1}{x} = \sqrt{2}$ ，则代数式 $x + \frac{1}{x} - \sqrt{2} =$ _____.

- 15.（4 分）《九章算术》是我国古代数学名著，书中有下列问题：“今有户高多于广六尺八寸，两隅相去适一丈. 问户高、广各几何？”其意思为：今有一门，高比宽多 6 尺 8 寸，门对角线距离恰好为 1 丈. 问门高、宽各是多少？（1 丈 = 10 尺，1 尺 = 10 寸）如图，设门高 AB 为 x 尺，根据题意，可列方程为_____.



16. (4分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, AB 的垂直平分线分别交 AB 、 AC 于点 D 、 E , $BE = 8$, $\odot O$ 为 $\triangle BCE$ 的外接圆, 过点 E 作 $\odot O$ 的切线 EF 交 AB 于点 F , 则下列结论正确的是 _____. (写出所有正确结论的序号)

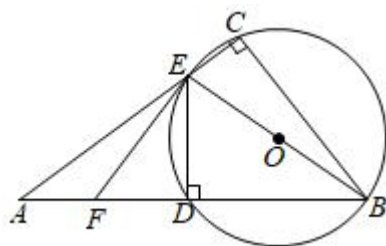
① $AE = BC$;

② $\angle AED = \angle CBD$;

③ 若 $\angle DBE = 40^\circ$, 则 $\widehat{DE}$ 的长为 $\frac{8\pi}{9}$;

④ $\frac{DF}{EF} = \frac{EF}{BF}$;

⑤ 若 $EF = 6$, 则 $CE = 2.24$.



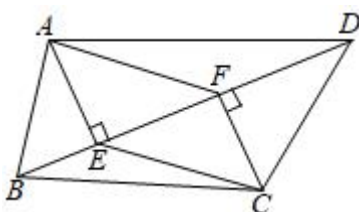
三、解答题 (本大题共 8 小题, 满分 64 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (6分) 计算: $(-1)^{2021} + |-2| + 4\sin 30^\circ - (\sqrt[3]{8} - \pi)^0$.

18. (6分) 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AE \perp BD$, $CF \perp BD$, 垂足分别为点 E , F .

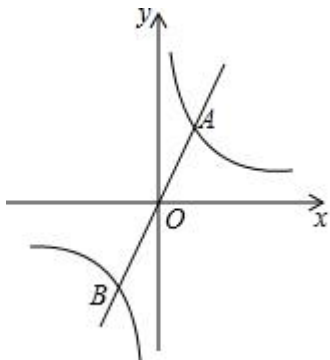
(1) 请你只添加一个条件 (不另加辅助线), 使得四边形 $AECF$ 为平行四边形, 你添加的条件是 _____;

(2) 添加了条件后, 证明四边形 $AECF$ 为平行四边形.



19. (8分) 如图, 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 与正比例函数 $y = 2x$ 的图象交于 $A(1, m)$, B 两点.

- (1) 求该反比例函数的表达式;
- (2) 若点 C 在 x 轴上, 且 $\triangle BOC$ 的面积为 3, 求点 C 的坐标.

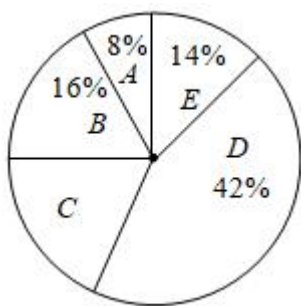


20. (8分) 国务院教育督导委员会办公室印发的《关于组织责任督学进行“五项管理”督导的通知》指出, 要加强中小学生作业、睡眠、手机、读物、体质管理. 某校数学社团成员采用随机抽样的方法, 抽取了八年级部分学生, 对他们一周内平均每天的睡眠时间 t (单位: h) 进行了调查, 将数据整理后得到下列不完整的统计图表:

组别	睡眠时间分 组	频数	频率
A	$t < 6$	4	0.08
B	$6 \leq t < 7$	8	0.16
C	$7 \leq t < 8$	10	a
D	$8 \leq t < 9$	21	0.42
E	$t \geq 9$	b	0.14

请根据图表信息回答下列问题:

- (1) 频数分布表中, $a =$ _____, $b =$ _____;
- (2) 扇形统计图中, C 组所在扇形的圆心角的度数是 _____ $^{\circ}$;
- (3) 请估算该校 600 名八年级学生中睡眠不足 7 小时的人数;
- (4) 研究表明, 初中生每天睡眠时长低于 7 小时, 会严重影响学习效率. 请你根据以上调查统计结果, 向学校提出一条合理化的建议.

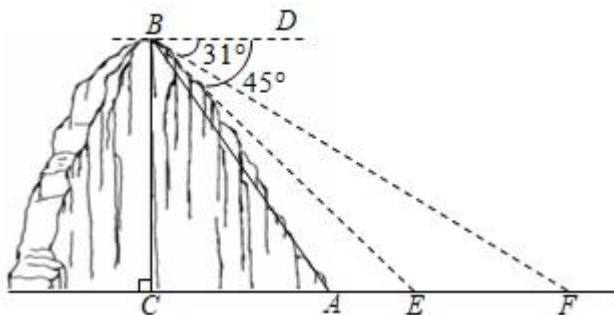


21. (8分) 星期天, 小明与妈妈到离家 16km 的洞庭湖博物馆参观. 小明从家骑自行车先走, 1h 后妈妈开车从家出发, 沿相同路线前往博物馆, 结果他们同时到达. 已知妈妈开车的平均速度是小明骑自行车平均速度的 4 倍, 求妈妈开车的平均速度.



22. (8分) 某镇为创建特色小镇, 助力乡村振兴, 决定在辖区的一条河上修建一座步行观光桥. 如图, 该河旁有一座小山, 山高 $BC = 80\text{m}$, 坡面 AB 的坡度 $i = 1:0.7$ (注: 坡度 i 是指坡面的铅直高度与水平宽度的比), 点 C 、 A 与河岸 E 、 F 在同一水平线上, 从山顶 B 处测得河岸 E 和对岸 F 的俯角分别为 $\angle DBE = 45^\circ$, $\angle DBF = 31^\circ$.

- (1) 求山脚 A 到河岸 E 的距离;
 (2) 若在此处建桥, 试求河宽 EF 的长度. (结果精确到 0.1m)
 (参考数据: $\sin 31^\circ \approx 0.52$, $\cos 31^\circ \approx 0.86$, $\tan 31^\circ \approx 0.60$)



23. (10分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle A = 60^\circ$, 点 D 为 AB 的中点, 连接 CD , 将线段 CD 绕点 D 顺时针旋转 α ($60^\circ < \alpha < 120^\circ$) 得到线段 ED , 且 ED 交线段 BC 于点 G , $\angle CDE$ 的平分线 DM 交 BC 于点 H .

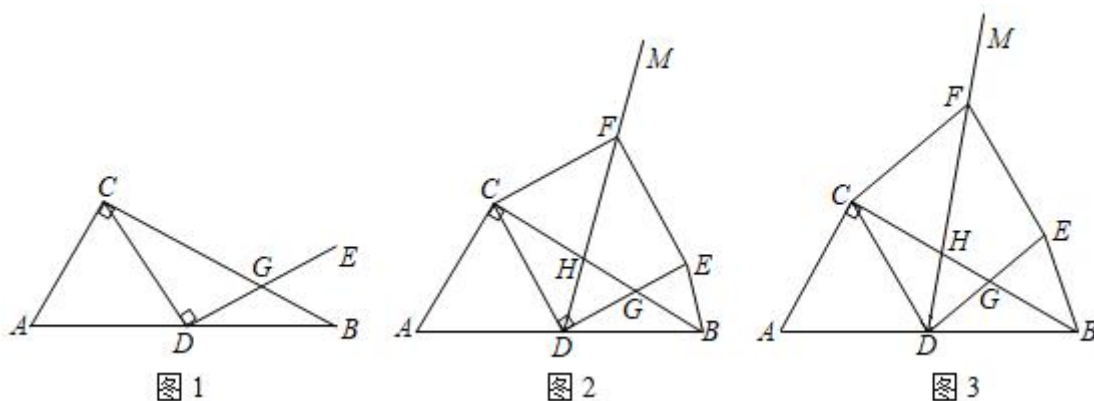
(1) 如图 1, 若 $\alpha = 90^\circ$, 则线段 ED 与 BD 的数量关系是 _____, $\frac{GD}{CD} =$ _____;

(2) 如图 2, 在 (1) 的条件下, 过点 C 作 $CF \parallel DE$ 交 DM 于点 F , 连接 EF , BE .

① 试判断四边形 $CDEF$ 的形状, 并说明理由;

② 求证: $\frac{BE}{FH} = \frac{\sqrt{3}}{3}$;

(3) 如图 3, 若 $AC = 2$, $\tan(\alpha - 60^\circ) = m$, 过点 C 作 $CF \parallel DE$ 交 DM 于点 F , 连接 EF , BE , 请直接写出 $\frac{BE}{FH}$ 的值 (用含 m 的式子表示).



24. (10 分) 如图, 抛物线 $y = ax^2 + bx + 2$ 经过 $A(-1, 0)$, $B(4, 0)$ 两点, 与 y 轴交于点 C , 连接 BC .

(1) 求该抛物线的函数表达式;

(2) 如图 2, 直线 $l: y = kx + 3$ 经过点 A , 点 P 为直线 l 上的一个动点, 且位于 x 轴的上方, 点 Q 为抛物线上的一个动点, 当 $PQ \parallel y$ 轴时, 作 $QM \perp PQ$, 交抛物线于点 M (点 M 在点 Q 的右侧), 以 PQ , QM 为邻边构造矩形 $PQMN$, 求该矩形周长的最小值;

(3) 如图 3, 设抛物线的顶点为 D , 在 (2) 的条件下, 当矩形 $PQMN$ 的周长取最小值时, 抛物线上是否存在点 F , 使得 $\angle CBF = \angle DQM$? 若存在, 请求出点 F 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

