

2021 年湖南省娄底市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题给出的四个选项中，只有一个选项是符合题目要求的，请把你认为符合题目要求的选项填涂在答题卡上相应题号下的方框里）

1. 2021 的倒数是（ ）

- A. 2021 B. -2021 C. $\frac{1}{2021}$ D. $-\frac{1}{2021}$

2. 下列式子正确的是（ ）

- A. $a^3 - a^2 = a$ B. $(a^2)^3 = a^6$ C. $a^3 \cdot a^2 = a^6$ D. $(a^2)^3 = a^5$

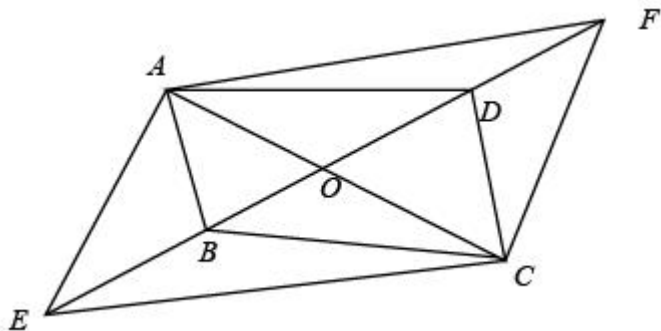
3. 2021 年 5 月 19 日，第三届阿里数学竞赛预选赛顺利结束，本届大赛在全球范围内吸引了约 5 万名数学爱好者参加。阿里数学竞赛旨在全球范围内引领开启关注数学、理解数学、欣赏数学、助力数学的科学风尚。5 万用科学记数法表示为（ ）

- A. 0.5×10^5 B. 5×10^4 C. 50×10^4 D. 5×10^5

4. 一组数据 17, 10, 5, 8, 5, 15 的中位数和众数是（ ）

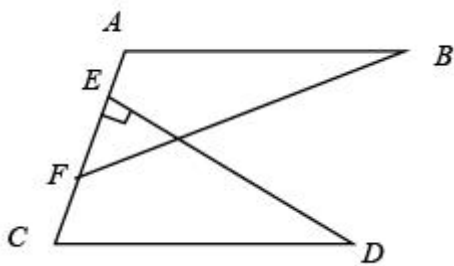
- A. 5, 5 B. 8, 5 C. 9, 5 D. 10, 5

5. 如图，点 E, F 在矩形 $ABCD$ 的对角线 BD 所在的直线上， $BE = DF$ ，则四边形 $AECF$ 是（ ）



- A. 平行四边形 B. 矩形 C. 菱形 D. 正方形

6. 如图， $AB \parallel CD$ ，点 E, F 在 AC 边上，已知 $\angle CED = 70^\circ$ ， $\angle BFC = 130^\circ$ ，则 $\angle B + \angle D$ 的度数为（ ）



- A. 40° B. 50° C. 60° D. 70°

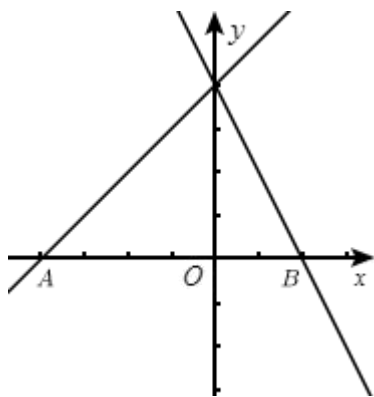
7. 从背面朝上的分别画有等腰三角形、平行四边形、矩形、圆的四张形状、大小相同的卡片中，随机抽取一张，则所抽得的图形既是中心对称图形又是轴对称图形的概率为 ()

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{3}{4}$ D. 1

8. $2, 5, m$ 是某三角形三边的长，则 $\sqrt{(m-3)^2} + \sqrt{(m-7)^2}$ 等于 ()

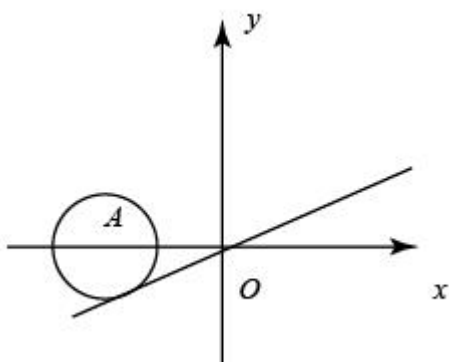
- A. $2m-10$ B. $10-2m$ C. 10 D. 4

9. 如图, 直线 $y = x + b$ 和 $y = kx + 4$ 与 x 轴分别相交于点 $A(-4, 0)$, 点 $B(2, 0)$, 则 $\begin{cases} x + b > 0 \\ kx + 4 > 0 \end{cases}$ 解集为 ()



- A. $-4 < x < 2$ B. $x < -4$ C. $x > 2$ D. $x < -4$ 或 $x > 2$

10. 如图, 直角坐标系中, 以 5 为半径的动圆的圆心 A 沿 x 轴移动, 当 $\odot A$ 与直线 $l: y = \frac{5}{12}x$ 只有一个公共点时, 点 A 的坐标为 ()



- A. $(-12,0)$ B. $(-13,0)$ C. $(\pm 12,0)$ D. $(\pm 13,0)$

11. 根据反比例函数的性质、联系化学学科中的溶质质量分数的求法以及生活体验等，判定下列有关函数

$y = \frac{x}{a+x}$ (a 为常数且 $a > 0, x > 0$) 的性质表述中，正确的是 ()

① y 随 x 的增大而增大；② y 随 x 的增大而减小；③ $0 < y < 1$ ；④ $0 \leq y \leq 1$

- A. ①③ B. ①④ C. ②③ D. ②④

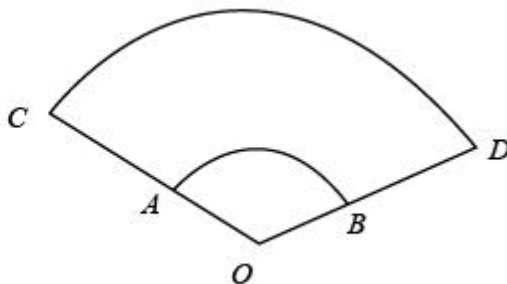
12. 用数形结合等思想方法确定二次函数 $y = x^2 + 2$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 的图象的交点的横坐标 x_0 所在的范围是 ()

- A. $0 < x_0 \leq \frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{4} < x_0 \leq \frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2} < x_0 \leq \frac{3}{4}$ D. $\frac{3}{4} < x_0 \leq 1$

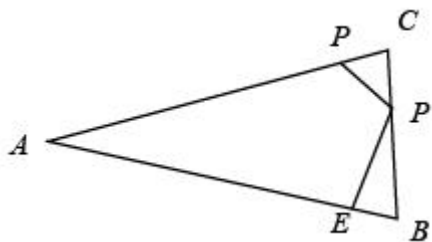
二、填空题 (本大题共 6 小题)

13. 函数 $y = \sqrt{x-1}$ 中，自变量 x 的取值范围是_____.

14. 如图所示的扇形中，已知 $OA = 20, AC = 30, \widehat{AB} = 40$ ，则 $\widehat{CD} =$ _____.

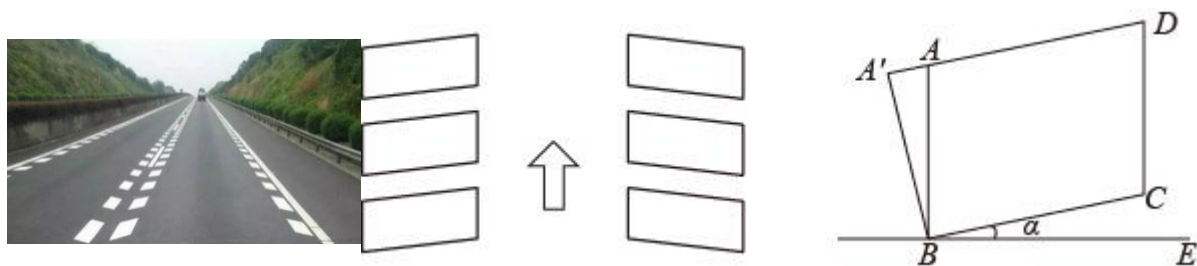


15. 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 2$, P 是 BC 上任意一点, $PE \perp AB$ 于点 E , $PF \perp AC$ 于点 F , 若 $S_{\triangle ABC} = 1$, 则 $PE + PF =$ _____.

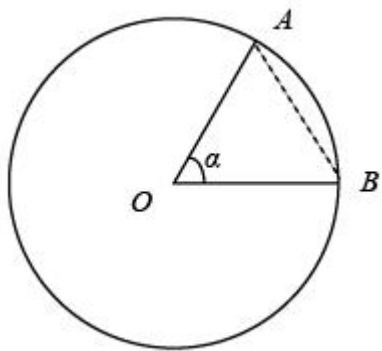


16. 已知 $t^2 - 3t + 1 = 0$, 则 $t + \frac{1}{t} =$ _____.

17. 高速公路上有一种标线叫纵向减速标线, 外号叫鱼骨线, 作用是为了提醒驾驶员在开车时减速慢行. 如图, 用平行四边形 $ABCD$ 表示一个“鱼骨”, AB 平行于车辆前行方向, $BE \perp AB$, $\angle CBE = \alpha$, 过 B 作 AD 的垂线, 垂足为 A' (A 点的视觉错觉点), 若 $\sin \alpha = 0.05$, $AB = 300\text{mm}$, 则 $AA' =$ _____ mm .



18. 弧度是表示角度大小的一种单位, 圆心角所对的弧长和半径相等时, 这个角就是 1 弧度角, 记作 1rad . 已知 $\alpha = 1\text{rad}$, $\beta = 60^\circ$, 则 α 与 β 的大小关系是 α _____ β .



三、解答题（本大题共 2 小题）

19. 计算: $(\sqrt{2021}-\pi)^0 + \frac{1}{\sqrt{2}+1} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} - 2\cos 45^\circ$.

20. 先化简, 再求值: $\frac{x-3}{x-1} \cdot \left(1 - \frac{2x-10}{x^2-9}\right)$, 其中 x 是 1, 2, 3 中的一个合适的数.

四、解答题（本大题共 2 小题）

21. “读书, 点亮未来”, 广泛的课外阅读是同学们搜集和汲取知识的一条重要途径. 学校图书馆计划购进一批学生喜欢的图书, 为了了解学生们对“A 文史类、B 科普类、C 生活类、D 其它”的喜欢程度, 随机抽取了部分学生进行问卷调查 (每个学生只选其中一类), 将所得数据进行分类统计绘制了如下不完整的统计图表, 请根据图中的信息, 解答下列问题:

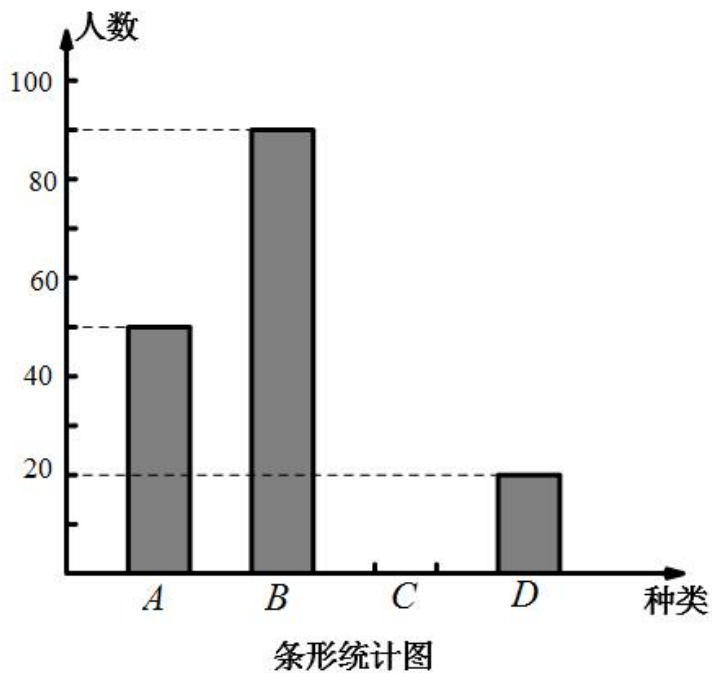
统计表:

	频数	频率
A 历史类	50	m
B 科普类	900	0.45
C 生活类	n	0.20
D 其它	20	0.10
合计		

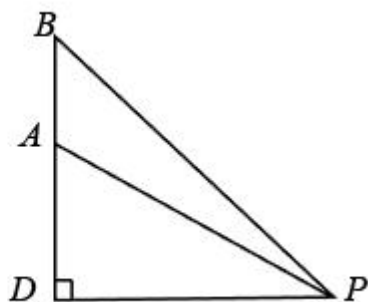
(1) 本次调查的学生共_____人;

(2) $m =$ _____, $n =$ _____;

(3) 补全条形统计图.



22. 我国航天事业捷报频传，天舟二号于 2021 年 5 月 29 日成功发射，震撼人心。当天舟二号从地面到达点 A 处时，在 P 处测得 A 点的仰角 $\angle DPA$ 为 30° 且 A 与 P 两点的距离为 6 千米，它沿铅垂线上升 75 秒后到达 B 处，此时在 P 处测得 B 点的仰角 $\angle DPB$ 为 45° ，求天舟二号从 A 处到 B 处的平均速度。（结果精确到 1m/s ，取 $\sqrt{3} = 1.732, \sqrt{2} = 1.414$ ）



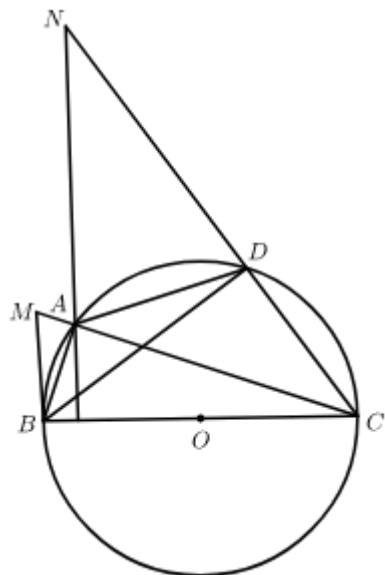
五、解答题（本大题共 2 小题）

23. 为了庆祝中国共产党建党一百周年，某校举行“礼赞百年，奋斗有我”演讲比赛，准备购买甲、乙两种纪念品奖励在活动中表现优秀的学生。已知购买 1 个甲种纪念品和 2 个乙种纪念品共需 20 元，购买 2 个甲种纪念品和 5 个乙种纪念品共需 45 元。

(1) 求购买一个甲种纪念品和一个乙种纪念品各需多少元；

(2) 若要购买这两种纪念品共 100 个，投入资金不少于 766 元又不多于 800 元，问有多少种购买方案？并求出所花资金的最小值.

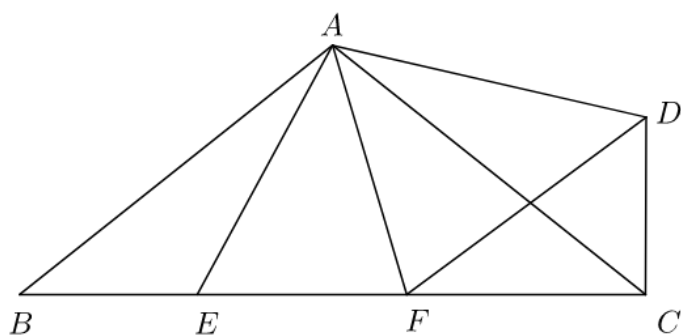
24. 如图，点 A 在以 BC 为直径的 $\odot O$ 上， $\angle ABC$ 的角平分线与 AC 相交于点 E ，与 $\odot O$ 相交于点 D ，延长 CA 至 M ，连结 BM ，使得 $MB = ME$ ，过点 A 作 BM 的平行线与 CD 的延长线交于点 N .



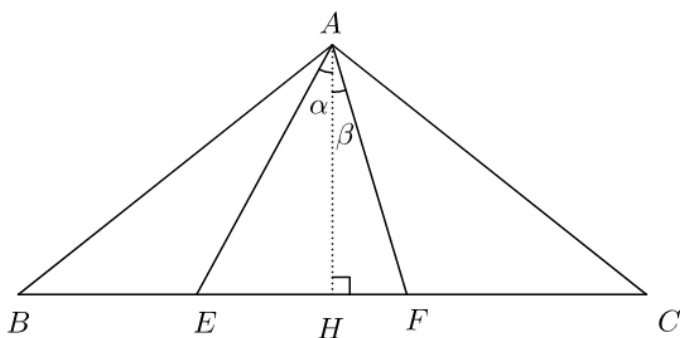
- (1) 求证: BM 与 $\odot O$ 相切;
- (2) 试给出 AC, AD, CN 之间的数量关系，并予以证明.

六、综合题 (本大题共 2 小题)

25. 如图①， E, F 是等腰 $Rt\triangle ABC$ 的斜边 BC 上的两动点， $\angle EAF = 45^\circ$ ， $CD \perp BC$ 且 $CD = BE$.



图①



图②

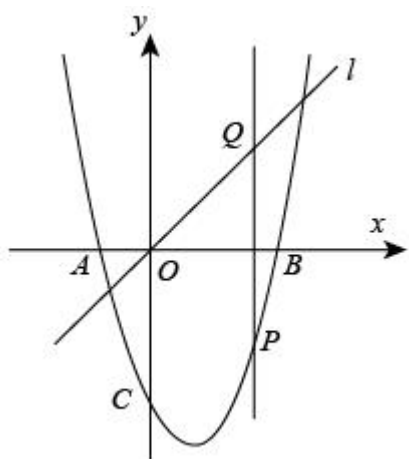
(1) 求证: $\triangle ABE \cong \triangle ACD$;

(2) 求证: $EF^2 = BE^2 + CF^2$;

(3) 如图②, 作 $AH \perp BC$, 垂足为 H , 设 $\angle EAH = \alpha$, $\angle FAH = \beta$, 不妨设 $AB = \sqrt{2}$, 请利用 (2)

的结论证明: 当 $\alpha + \beta = 45^\circ$ 时, $\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \cdot \tan \beta}$ 成立.

26. 如图, 在直角坐标系中, 二次函数 $y = x^2 + bx + c$ 的图象与 x 轴相交于点 $A(-1, 0)$ 和点 $B(3, 0)$, 与 y 轴交于点 C .



(1) 求 b 、 c 的值;

(2) 点 $P(m, n)$ 为抛物线上的动点, 过 P 作 x 轴的垂线交直线 $l: y = x$ 于点 Q .

①当 $0 < m < 3$ 时, 求当 P 点到直线 $l: y = x$ 的距离最大时 m 的值;

②是否存在 m , 使得以点 O 、 C 、 P 、 Q 为顶点的四边形是菱形, 若不存在, 请说明理由; 若存在, 请求出 m 的值.

