

湖南省衡阳市 2020 年中考数学试题

一、选择题 (本大题共 12 个小题, 每小题 3 分, 满分 36 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.)

1. -3 相反数是 ()

- A. 3 B. -3 C. $\frac{1}{3}$ D. $-\frac{1}{3}$

2. 下列各式中, 计算正确的是 ()

- A. $a^3 + a^2 = a^5$ B. $a^3 - a^2 = a$ C. $(a^2)^3 = a^5$ D. $a^2 \cdot a^3 = a^5$

3. 2019 年 12 月 12 日, 国务院新闻办公室发布, 南水北调工程全面通水 5 周年来, 直接受益人口超过 1.2 亿人, 其中 1.2 亿用科学记数法表示为 ()

- A. 1.2×10^8 B. 1.2×10^7 C. 1.2×10^9 D. 1.2×10^{-8}

4. 下列各式中正确的是 ()

- A. $-|-2| = 2$ B. $\sqrt{4} = \pm 2$ C. $\sqrt[3]{9} = 3$ D. $3^0 = 1$

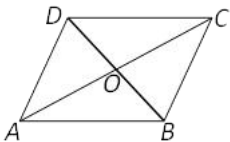
5. 下面的图形是用数学家名字命名的, 其中既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()

- A.  赵爽弦图 B.  笛卡尔心形线 C.  科克曲线 D.  斐波那契螺旋

6. 要使分式 $\frac{1}{x-1}$ 有意义, 则 x 的取值范围是 ()

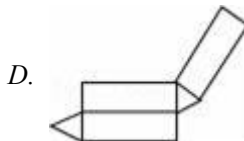
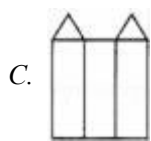
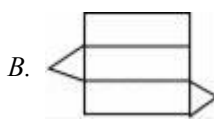
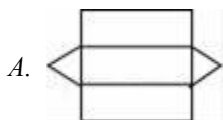
- A. $x > 1$ B. $x \neq 1$ C. $x = 1$ D. $x \neq 0$

7. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, AC 与 BD 相交于点 O , 下列条件不能判定四边形 $ABCD$ 为平行四边形的是 ()

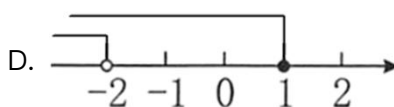
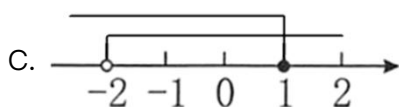
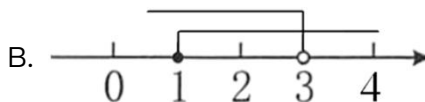
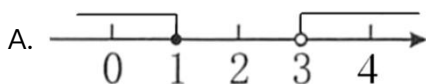


- A. $AB \parallel DC, AB = DC$ B. $AB = DC, AD = BC$
C. $AB \parallel DC, AD = BC$ D. $OA = OC, OB = OD$

8. 下列不是三棱柱展开图的是 ()



9. 不等式组 $\begin{cases} x-1 \leq 0, & \text{①} \\ \frac{x+2}{3} - \frac{x}{2} < 1 & \text{②} \end{cases}$ 的解集在数轴上表示正确的是 ()



10. 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 经过点 $(2, 1)$, 则下列说法错误的是 ()

A. $k = 2$

B. 函数图象分布在第一、三象限

C. 当 $x > 0$ 时, y 随 x 的增大而增大

D. 当 $x > 0$ 时, y 随 x 的增大而减小

11. 如图, 学校课外生物小组的试验园地的形状是长 35 米、宽 20 米的矩形. 为便于管理, 要在中间开辟一横两纵共三条等宽的小道, 使种植面积为 600 平方米, 则小道的宽为多少米? 若设小道的宽为 x 米, 则根据题意, 列方程为 ()



A. $35 \times 20 - 35x - 20x + 2x^2 = 600$

B. $35 \times 20 - 35x - 2 \times 20x = 600$

C. $(35 - 2x)(20 - x) = 600$

D. $(35 - x)(20 - 2x) = 600$

12. 如图 1, 在平面直角坐标系中, $\square ABCD$ 在第一象限, 且 $BC \parallel x$ 轴. 直线 $y = x$ 从原点 O 出发沿 x 轴正方向平移. 在平移过程中, 直线被 $\square ABCD$ 截得的线段长度 n 与直线在 x 轴上平移的距离 m 的函数图象如图 2 所示. 那么 $\square ABCD$ 的面积为 ()

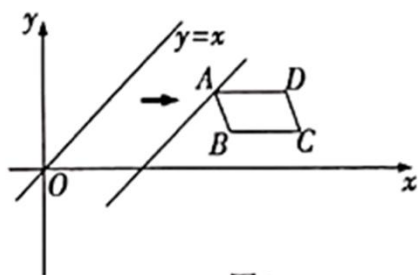


图1

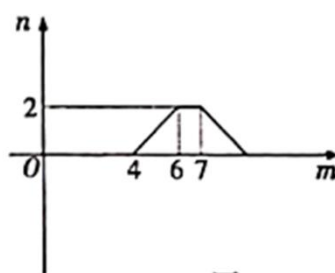


图2

- A. 3 B. $3\sqrt{2}$ C. 6 D. $6\sqrt{2}$

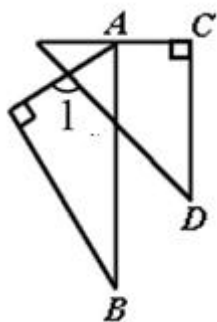
二、填空题（本大题共 6 个小题，每小题 3 分，满分 18 分.）

13.因式分解: $a^2 + a =$ _____.

14.计算: $\frac{x^2 + x}{x} - x =$ _____.

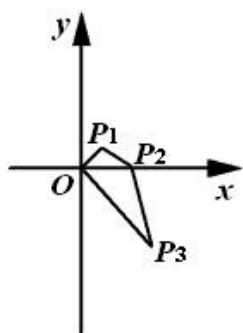
15.已知一个 n 边形的每一个外角都为 30° ，则 n 等于_____.

16.一副三角板如图摆放，且 $AB \parallel CD$ ，则 $\angle 1$ 的度数为_____.



17.某班有 52 名学生，其中男生人数是女生人数的 2 倍少 17 人，则女生有_____名.

18.如图，在平面直角坐标系中，点 P_1 的坐标 $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ ，将线段 OP_1 绕点 O 按顺时针方向旋转 45° ，再将其长度伸长为 OP_1 的 2 倍，得到线段 OP_2 ；又将线段 OP_2 绕点 O 按顺时针方向旋转 45° ，长度伸长为 OP_2 的 2 倍，得到线段 OP_3 ；如此下去，得到线段 OP_4 、 OP_5 ，……， OP_n (n 为正整数)，则点 P_{2020} 的坐标是_____.



三、解答题（本大题共 8 个小题，19~20 题每题 6 分，21-24 题每题 8 分，25 题 10 分，26 题 12 分，满分 66 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．）

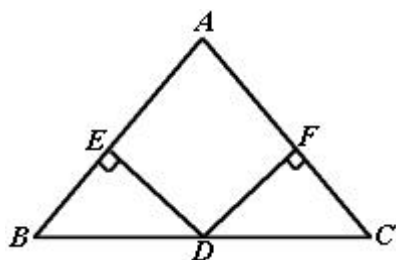
19.化简： $b(a+b)+(a+b)(a-b)$ ．

20.一个不透明的盒子里装有除颜色外其余均相同的 2 个黑球和 n 个白球，搅匀后从盒子里随机摸出一个球，摸到白球的概率为 $\frac{1}{3}$ ．

(1) 求 n 的值；

(2) 所有球放入盒中，搅匀后随机从中摸出 1 个球，放回搅匀，再随机摸出第 2 个球，求两次摸球摸到一个白球和一个黑球的概率，请用画树状图或列表的方法进行说明．

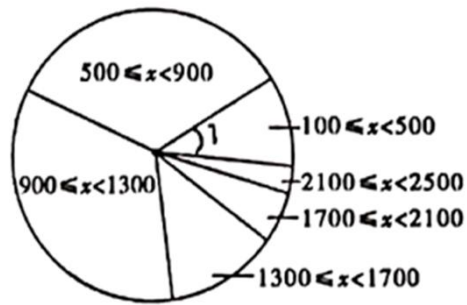
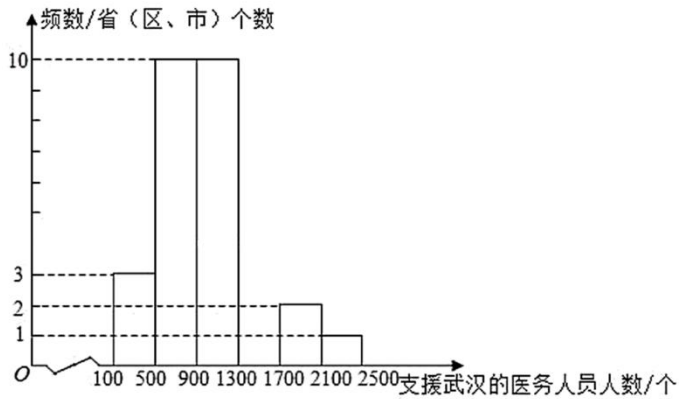
21.如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = \angle C$ ，过 BC 的中点 D 作 $DE \perp AB$ ， $DF \perp AC$ ，垂足分别为点 E 、 F ．



(1) 求证： $DE = DF$ ；

(2) 若 $\angle BDE = 40^\circ$ ，求 $\angle BAC$ 的度数．

22.病毒虽无情，人间有大爱．2020 年，在湖北省抗击新冠病毒的战“疫”中，全国（除湖北省外）共有 30 个省（区、市）及军队的医务人员在党中央全面部署下，白衣执甲，前赴后继支援湖北省．全国 30 个省（区、市）各派出支援武汉的医务人员频数分布直方图（不完整）和扇形统计图如下：（数据分成 6 组： $100 \leq x < 500$ ， $500 \leq x < 900$ ， $900 \leq x < 1300$ ， $1300 \leq x < 1700$ ， $1700 \leq x < 2100$ ， $2100 \leq x < 2500$ ．）



根据以上信息回答问题:

- (1) 补全频数分布直方图.
- (2) 求扇形统计图中派出人数大于等于 100 小于 500 所占圆心角度数.

据新华网报道在支援湖北省的医务人员大军中, 有“90 后”也有“00 后”, 他们是青春的力量, 时代的脊梁. 小华在收集支援湖北省抗疫宣传资料时得到这样一组有关“90 后”医务人员的数据:

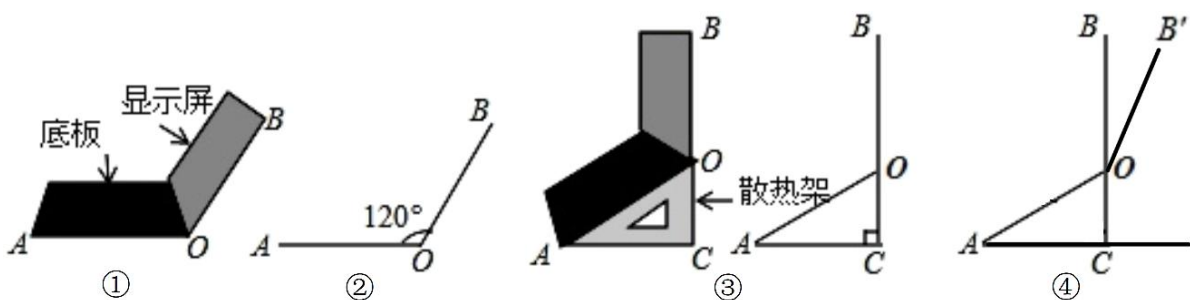
C 市派出的 1614 名医护人员中有 404 人是“90 后”;

H 市派出的 338 名医护人员中有 103 人是“90 后”;

B 市某医院派出的 148 名医护人员中有 83 人是“90 后”.

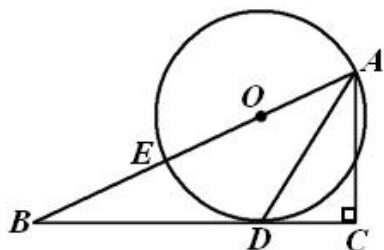
- (3) 请你根据小华得到的这些数据估计在支援湖北省的全体医务人员 (按 4.2 万人计) 中, “90 后”大约有多少万人? (写出计算过程, 结果精确到 0.1 万人)

23. 小华同学将笔记本电脑水平放置在桌子上, 当显示屏的边缘线 OB 与底板的边缘线 OA 所在水平线的夹角为 120° 时, 感觉最舒适 (如图①). 侧面示意图为图②; 使用时为了散热, 他在底板下面垫入散热架, 如图③, 点 B 、 O 、 C 在同一直线上, $OA = OB = 24\text{cm}$, $BC \perp AC$, $\angle OAC = 30^\circ$.



- (1) 求 OC 的长;
- (2) 如图④, 垫入散热架后, 要使显示屏的边缘线 OB' 与水平线的夹角仍保持 120° , 求点 B' 到 AC 的距离. (结果保留根号)

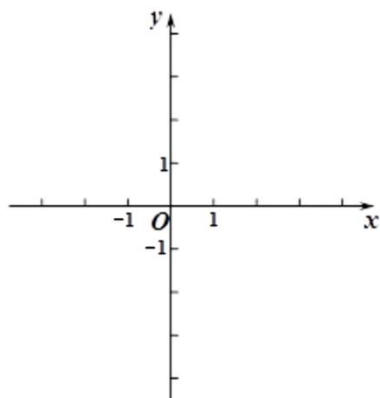
24. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, AD 平分 $\angle BAC$ 交 BC 于点 D , 过点 A 和点 D 的圆, 圆心 O 在线段 AB 上, $\odot O$ 交 AB 于点 E , 交 AC 于点 F .



(1) 判断 BC 与 $\odot O$ 的位置关系，并说明理由；

(2) 若 $AD = 8$, $AE = 10$, 求 BD 的长.

25. 在平面直角坐标系 xOy 中，关于 x 的二次函数 $y = x^2 + px + q$ 的图象过点 $(-1, 0)$, $(2, 0)$.



(1) 求这个二次函数的表达式；

(2) 求当 $-2 \leq x \leq 1$ 时， y 的最大值与最小值的差；

(3) 一次函数 $y = (2 - m)x + 2 - m$ 的图象与二次函数 $y = x^2 + px + q$ 的图象交点的横坐标分别是 a 和 b ，且 $a < 3 < b$ ，求 m 的取值范围.

26. 如图 1，平面直角坐标系 xOy 中，等腰 $\triangle ABC$ 的底边 BC 在 x 轴上， $BC = 8$ ，顶点 A 在 y 的正半轴上， $OA = 2$ ，一动点 E 从 $(3, 0)$ 出发，以每秒 1 个单位的速度沿 CB 向左运动，到达 OB 的中点停止. 另一动点 F 从点 C 出发，以相同的速度沿 CB 向左运动，到达点 O 停止. 已知点 E 、 F 同时出发，以 EF 为边作正方形 $EFGH$ ，使正方形 $EFGH$ 和 $\triangle ABC$ 在 BC 的同侧. 设运动的时间为 t 秒 ($t \geq 0$).

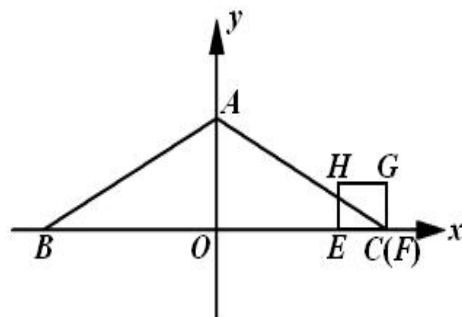


图1

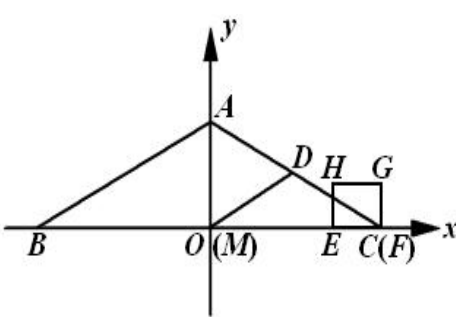


图2

(1) 当点 H 落在 AC 边上时，求 t 的值；

(2) 设正方形 $EFGH$ 与 $\triangle ABC$ 重叠面积为 S ，请问是否存在 t 值，使得 $S = \frac{91}{36}$ ？若存在，求出 t 值；若不存在，请说明理由；

(3) 如图 2，取 AC 的中点 D ，连结 OD ，当点 E 、 F 开始运动时，点 M 从点 O 出发，以每秒 $2\sqrt{5}$ 个单位的速度沿 $OD-DC-CD-DO$ 运动，到达点 O 停止运动．请问在点 E 的整个运动过程中，点 M 可能在正方形 $EFGH$ 内（含边界）吗？如果可能，求出点 M 在正方形 $EFGH$ 内（含边界）的时长；若不可能，请说明理由．

试卷相关说明

本试卷的题干、答案和解析均由组卷网 (<http://zujuan.xkw.com>) 专业教师团队编校出品。

登录组卷网可对本试卷进行**单题组卷**、**细目表分析**、**布置作业**、**举一反三**等操作。

试卷地址: [在组卷网浏览本卷](#)

组卷网是学科网旗下的在线题库平台, 覆盖小初高全学段全学科、超过 900 万精品解析试题。

关注组卷网服务号, 可使用移动教学助手功能 (布置作业、线上考试、加入错题本、错题训练)。



学科网长期征集全国最新统考试卷、名校试卷、原创题, 赢取丰厚稿酬, 欢迎合作。

钱老师 QQ: 537008204 曹老师 QQ: 713000635