

2019 年湖南省株洲市中考数学试卷

一、选择题（每小题有且只有一个正确答案，本题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. (3 分) -3 的倒数是 ()

- A. $-\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{3}$ C. -3 D. 3

2. (3 分) $\sqrt{2} \times \sqrt{8} =$ ()

- A. $4\sqrt{2}$ B. 4 C. $\sqrt{10}$ D. $2\sqrt{2}$

3. (3 分) 下列各式中，与 $3x^2y^3$ 是同类项的是 ()

- A. $2x^5$ B. $3x^3y^2$ C. $-\frac{1}{2}x^2y^3$ D. $-\frac{1}{3}y^5$

4. (3 分) 对于任意的矩形，下列说法一定正确的是 ()

- A. 对角线垂直且相等
B. 四边都互相垂直
C. 四个角都相等
D. 是轴对称图形，但不是中心对称图形

5. (3 分) 关于 x 的分式方程 $\frac{2}{x} - \frac{5}{x-3} = 0$ 的解为 ()

- A. -3 B. -2 C. 2 D. 3

6. (3 分) 在平面直角坐标系中，点 $A(2, -3)$ 位于哪个象限？ ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

7. (3 分) 若一组数据 $x, 3, 1, 6, 3$ 的中位数和平均数相等，则 x 的值为 ()

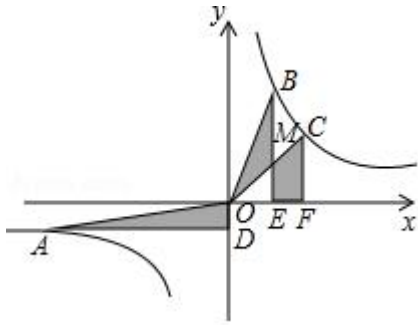
- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

8. (3 分) 下列各选项中因式分解正确的是 ()

- A. $x^2 - 1 = (x - 1)^2$ B. $a^3 - 2a^2 + a = a^2(a - 2)$
C. $-2y^2 + 4y = -2y(y + 2)$ D. $m^2n - 2mn + n = n(m - 1)^2$

9. (3 分) 如图所示，在平面直角坐标系 xOy 中，点 A, B, C 为反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$)

上不同的三点，连接 OA, OB, OC ，过点 A 作 $AD \perp y$ 轴于点 D ，过点 B, C 分别作 BE, CF 垂直 x 轴于点 E, F ， OC 与 BE 相交于点 M ，记 $\triangle AOD$ 、 $\triangle BOM$ 、四边形 $CMEF$ 的面积分别为 S_1, S_2, S_3 ，则 ()



- A. $S_1 = S_2 + S_3$ B. $S_2 = S_3$ C. $S_3 > S_2 > S_1$ D. $S_1 S_2 < S_3^2$

10. (3分) 从 $-1, 1, 2, 4$ 四个数中任取两个不同的数 (记作 a_k, b_k) 构成一个数组 $M_K = \{a_k, b_k\}$ (其中 $k = 1, 2, \dots, S$, 且将 $\{a_k, b_k\}$ 与 $\{b_k, a_k\}$ 视为同一个数组), 若满足: 对于任意的 $M_i = \{a_i, b_i\}$ 和 $M_j = \{a_j, b_j\}$ ($i \neq j, 1 \leq i \leq S, 1 \leq j \leq S$) 都有 $a_i + b_i \neq a_j + b_j$, 则 S 的最大值 ()

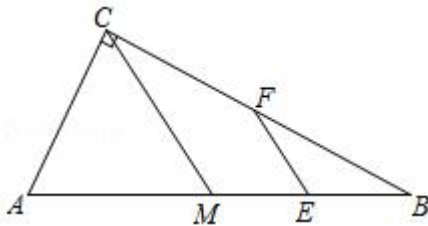
- A. 10 B. 6 C. 5 D. 4

二、填空题 (本题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

11. (3分) 若二次函数 $y = ax^2 + bx$ 的图象开口向下, 则 a _____ 0 (填 “=” 或 “>” 或 “<”).

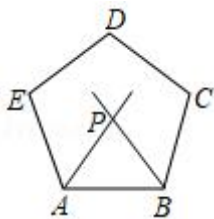
12. (3分) 若一个盒子中有 6 个白球, 4 个黑球, 2 个红球, 且各球的大小与质地都相同, 现随机从中摸出一个球, 得到白球的概率是 _____.

13. (3分) 如图所示, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, CM 是斜边 AB 上的中线, E, F 分别为 MB, BC 的中点, 若 $EF = 1$, 则 $AB =$ _____.



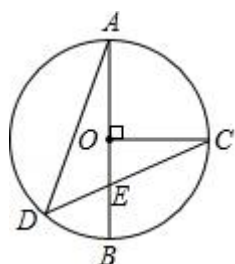
14. (3分) 若 a 为有理数, 且 $2 - a$ 的值大于 1, 则 a 的取值范围为 _____.

15. (3分) 如图所示, 过正五边形 $ABCDE$ 的顶点 B 作一条射线与其内角 $\angle EAB$ 的角平分线相交于点 P , 且 $\angle ABP = 60^\circ$, 则 $\angle APB =$ _____ 度.



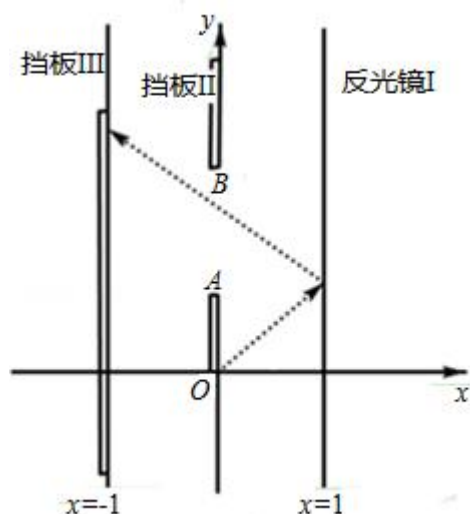
16. (3分) 如图所示, AB 为 $\odot O$ 的直径, 点 C 在 $\odot O$ 上, 且 $OC \perp AB$, 过点 C 的弦 CD 与

线段 OB 相交于点 E ，满足 $\angle AEC = 65^\circ$ ，连接 AD ，则 $\angle BAD =$ _____ 度.



17. (3分)《九章算术》是我国古代内容极为丰富的数学名著，书中有如下问题：“今有善行者行一百步，不善行者行六十步. 今不善行者先行一百步，善行者追之，问几何步及之？”“其意思为：速度快的人走 100 步，速度慢的人只走 60 步，现速度慢的人先走 100 步，速度快的人去追赶，则速度快的人要走_____步才能追到速度慢的人.

18. (3分)如图所示，在平面直角坐标系 xOy 中，在直线 $x = 1$ 处放置反光镜 I，在 y 轴处放置一个有缺口的挡板 II，缺口为线段 AB ，其中点 $A(0, 1)$ ，点 B 在点 A 上方，且 $AB = 1$ ，在直线 $x = -1$ 处放置一个挡板 III，从点 O 发出的光线经反光镜 I 反射后，通过缺口 AB 照射在挡板 III 上，则落在挡板 III 上的光线的长度为_____.



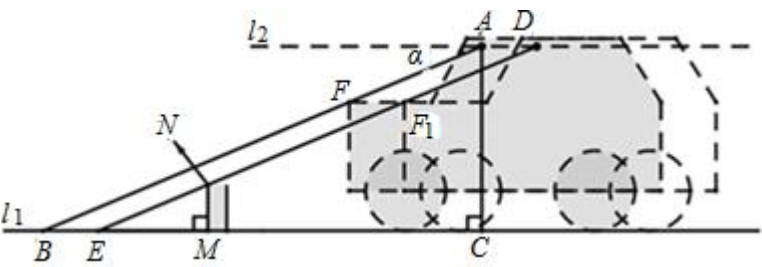
三、解答题（本大题共 8 小题，共 66 分）

19. (6分) 计算： $|- \sqrt{3}| + \pi^0 - 2\cos 30^\circ$.

20. (6分) 先化简，再求值： $\frac{a^2 - a}{(a-1)^2} - \frac{a+1}{a}$ ，其中 $a = \frac{1}{2}$.

21. (8分) 小强的爸爸准备驾车外出. 启动汽车时，车载报警系统显示正前方有障碍物，此时在眼睛点 A 处测得汽车前端 F 的俯角为 α ，且 $\tan \alpha = \frac{1}{3}$ ，若直线 AF 与地面 l_1 相交于

点 B ，点 A 到地面 l_1 的垂线段 AC 的长度为 1.6 米，假设眼睛 A 处的水平线 l_2 与地面 l_1 平行.



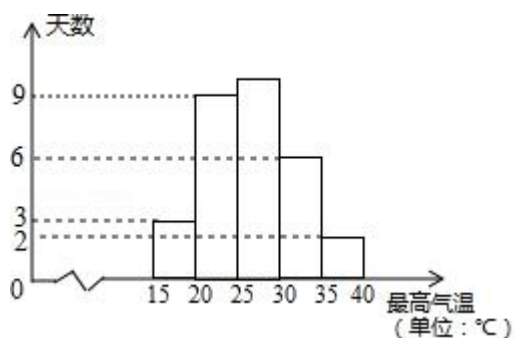
- (1) 求 BC 的长度；
- (2) 假如障碍物上的点 M 正好位于线段 BC 的中点位置（障碍物的横截面为长方形，且线段 MN 为此长方形前端的边）， $MN \perp l_1$ ，若小强的爸爸将汽车沿直线 l_1 后退 0.6 米，通过汽车的前端 F_1 点恰好看见障碍物的顶部 N 点（点 D 为点 A 的对应点，点 F_1 为点 F 的对应点），求障碍物的高度.

22.（8 分）某甜品店计划订购一种鲜奶，根据以往的销售经验，当天的需求量与当天的最高气温 T 有关，现将去年六月份（按 30 天计算）的有关情况统计如下：

（最高气温与需求量统计表）

最高气温 T （单位： $^{\circ}\text{C}$ ）	需求量（单位：杯）
$T < 25$	200
$25 \leq T < 30$	250
$T \geq 30$	400

- (1) 求去年六月份最高气温不低于 30°C 的天数；
- (2) 若以最高气温位于各区间的频率估计最高气温位于该区间的概率，求去年六月份这种鲜奶一天的需求量不超过 200 杯的概率；
- (3) 若今年六月份每天的进货量均为 350 杯，每杯的进价为 4 元，售价为 8 元，未售出的这种鲜奶厂家以 1 元的价格收回销毁，假设今年与去年的情况大致一样，若今年六月份某天的最高气温 T 满足 $25 \leq T < 30$ （单位： $^{\circ}\text{C}$ ），试估计这一天销售这种鲜奶所获得的利润为多少元？

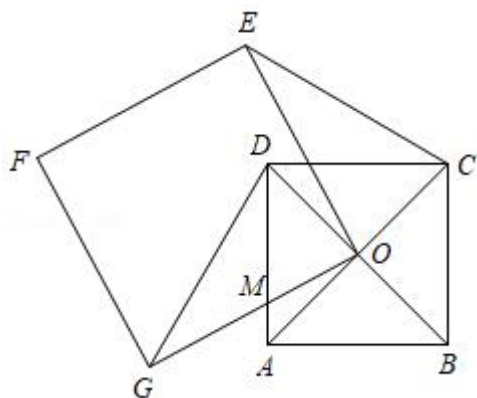


23. (8分) 如图所示, 已知正方形 $OEFG$ 的顶点 O 为正方形 $ABCD$ 对角线 AC 、 BD 的交点, 连接 CE 、 DG .

(1) 求证: $\triangle DOG \cong \triangle COE$;

(2) 若 $DG \perp BD$, 正方形 $ABCD$ 的边长为 2, 线段 AD 与线段 OG 相交于点 M , $AM = \frac{1}{2}$,

求正方形 $OEFG$ 的边长.



24. (8分) 如图所示, 在平面直角坐标系 Oxy 中, 等腰 $\triangle OAB$ 的边 OB 与反比例函数 $y = \frac{m}{x}$

($m > 0$) 的图象相交于点 C , 其中 $OB = AB$, 点 A 在 x 轴的正半轴上, 点 B 的坐标为 (2, 4), 过点 C 作 $CH \perp x$ 轴于点 H .

(1) 已知一次函数的图象过点 O , B , 求该一次函数的表达式;

(2) 若点 P 是线段 AB 上的一点, 满足 $OC = \sqrt{3}AP$, 过点 P 作 $PQ \perp x$ 轴于点 Q , 连结 OP , 记 $\triangle OPQ$ 的面积为 $S_{\triangle OPQ}$, 设 $AQ = t$, $T = OH^2 - S_{\triangle OPQ}$

①用 t 表示 T (不需要写出 t 的取值范围);

②当 T 取最小值时, 求 m 的值.

BC 的延长线相交于点 P , 若 $\frac{PC}{PA} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5a^2+1}}$, 求二次函数的表达式.

