

黄石市 2023 年初中毕业生学业水平考试

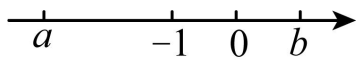
数学试题卷

注意事项:

1. 本试卷分试题卷和答题卡两部分. 考试时间为 120 分钟. 满分 120 分.
2. 考生在答题前请阅读答题卡中的“注意事项”, 然后按要求答题.
3. 所有答案均须做在答题卡相应区域, 做在其他区域无效.

一、选择题: 本题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分. 在每个小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 实数 a 与 b 在数轴上的位置如图所示, 则它们的大小关系是 ()



- A. $a > b$ B. $a = b$ C. $a < b$ D. 无法确定

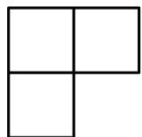
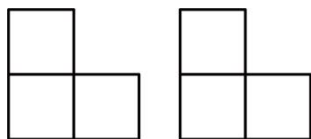
2. 下列图案中, () 是中心对称图形



3. 下列运算正确的是 ()

- A. $3x^2 + 2x^2 = 6x^4$ B. $(-2x^2)^3 = -6x^6$ C. $x^3 \cdot x^2 = x^6$ D. $-6x^2y^3 \div 2x^2y^2 = -3y$

4. 如图, 根据三视图, 它是由 () 个正方体组合而成的几何体



- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

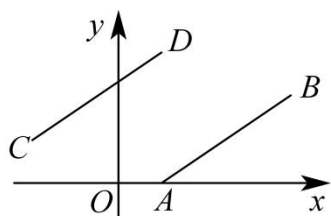
5. 函数 $y = \frac{\sqrt{x}}{x-1}$ 中, 自变量的取值范围是 ()

- A. $x \geq 0$ B. $x \neq 1$ C. $x > 1$ D. $x \geq 0$, 且 $x \neq 1$

6. 我市某中学开展“经典诵读”比赛活动，8个班在此次比赛中的得分分别是：9.1, 9.8, 9.1, 9.2, 9.9, 9.1, 9.9, 9.1，这组数据的众数和中位数分别是（ ）

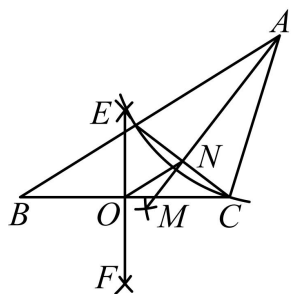
- A. 9.1, 9.1 B. 9.1, 9.15 C. 9.1, 9.2 D. 9.9, 9.2

7. 如图，已知点 $A(1,0)$, $B(4,m)$ ，若将线段 AB 平移至 CD ，其中点 $C(-2,1)$, $D(a,n)$ ，则 $m-n$ 的值为（ ）



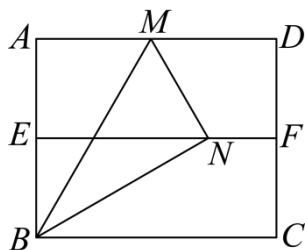
- A. -3 B. -1 C. 1 D. 3

8. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，按以下步骤作图：①分别以点 B , C 为圆心，大于 $\frac{1}{2}BC$ 的长为半径画弧，两弧相交于 E , F 两点， EF 和 BC 交于点 O ；②以点 A 为圆心， AC 长为半径画弧，交 AB 于点 D ；③分别以点 D , C 为圆心，大于 $\frac{1}{2}CD$ 的长为半径画弧，两弧相交于点 M ，连接 AM ， AM 和 CD 交于点 N ，连接 ON 。若 $AB=9$, $AC=5$ ，则 ON 的长为（ ）



- A. 2 B. $\frac{5}{2}$ C. 4 D. $\frac{9}{2}$

9. 如图，有一张矩形纸片 $ABCD$ 。先对折矩形 $ABCD$ ，使 AD 与 BC 重合，得到折痕 EF ，把纸片展平。再一次折叠纸片，使点 A 落在 EF 上，并使折痕经过点 B ，得到折痕 BM ，同时得到线段 BN , MN 。观察所得的线段，若 $AE=1$ ，则 $MN=$ （ ）



A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

B. 1

C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

D. 2

10. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图像经过三点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(-3, 0)$, 且对称轴为直线 $x = -1$. 有以下结论: ① $a + b + c = 0$; ② $2c + 3b = 0$; ③ 当 $-2 < x_1 < -1, 0 < x_2 < 1$ 时, 有 $y_1 < y_2$; ④ 对于任何实数 $k > 0$, 关于 x 的方程 $ax^2 + bx + c = k(x + 1)$ 必有两个不相等的实数根. 其中结论正确的有 ()

A. 1个

B. 2个

C. 3个

D. 4个

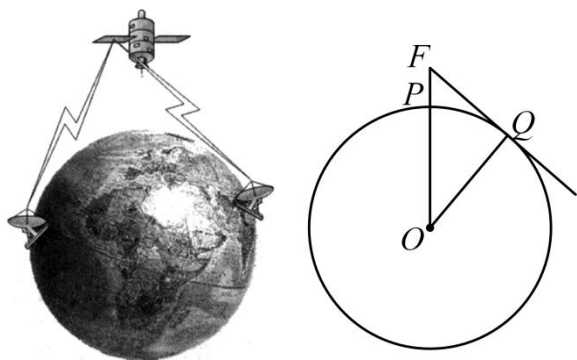
二、填空题: 本题共 8 小题, 第 11~14 小题每题 3 分, 第 15~18 小题每题 4 分, 共 28 分

11. 因式分解: $x(y-1) + 4(1-y) =$ _____.

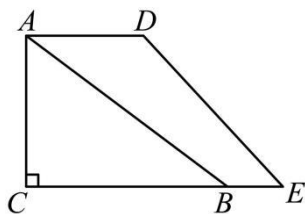
12. 计算: $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-2} + (1-\sqrt{2})^0 - 2\cos 60^\circ =$ _____.

13. 据《人民日报》(2023 年 5 月 9 日) 报道, 我国海洋经济复苏态势强劲, 在建和新开工的海上风电项目建设总规模约为 18000000 千瓦, 比上年同期翻一番其中 18000000 用科学记数法表示为_____.

14. “神舟”十四号载人飞行任务是中国空间站建造阶段的首次载人飞行任务, 也是空间站在轨建造以来情况最复杂、技术难度最高、航天员乘组工作量最大的一次载人飞行任务. 如图, 当“神舟”十四号运行到地球表面 P 点的正上方的 F 点处时, 从点 F 能直接看到的地球表面最远的点记为 Q 点, 已知 $PF \approx \frac{6400}{9}$ km, $\angle FOQ = 20^\circ, \cos 20^\circ \approx 0.9$, 则圆心角 $\angle POQ$ 所对的弧长约为_____ km (结果保留 π).

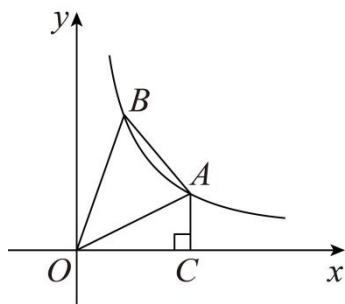


15. 如图, 某飞机于空中 A 处探测到某地面目标在点 B 处, 此时飞行高度 $AC = 1200$ 米, 从飞机上看到点 B 的俯角为 37° 飞机保持飞行高度不变, 且与地面目标分别在两条平行直线上同向运动. 当飞机飞行 943 米到达点 D 时, 地面目标此时运动到点 E 处, 从点 E 看到点 D 的仰角为 47.4° , 则地面目标运动的距离 BE 约为_____米. (参考数据: $\tan 37^\circ \approx \frac{3}{4}, \tan 47.4^\circ \approx \frac{10}{9}$)

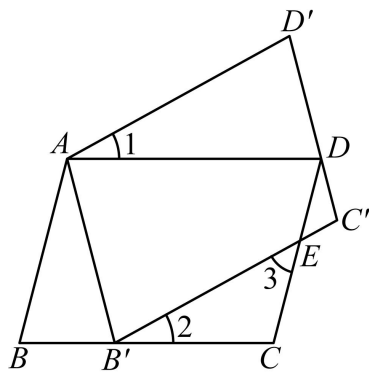


16. 若实数 a 使关于 x 的不等式组 $\begin{cases} -2 < x-1 < 3 \\ x-a > 0 \end{cases}$ 的解集为 $-1 < x < 4$, 则实数 a 的取值范围为_____.

17. 如图, 点 $A\left(a, \frac{5}{a}\right)$ 和 $B\left(b, \frac{5}{b}\right)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0)$ 的图象上, 其中 $a > b > 0$. 过点 A 作 $AC \perp x$ 轴于点 C , 则 $\triangle AOC$ 的面积为_____; 若 $\triangle AOB$ 的面积为 $\frac{15}{4}$, 则 $\frac{a}{b} =$ _____.



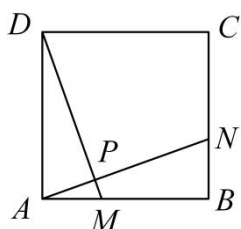
18. 如图, 将 $ABCD$ 绕点 A 逆时针旋转到 $A'B'C'D'$ 的位置, 使点 B' 落在 BC 上, $B'C'$ 与 CD 交于点 E . 若 $AB = 3, AD = 4, BB' = \frac{3}{2}$, 则 $\angle BAB' =$ _____ (从 “ $1, 2, 3$ ” 中选择一个符合要求的填空); $DE =$ _____.



三、解答题: 本题共 7 小题, 共 62 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

19. 先化简, 再求值: $\left(\frac{2}{m-3} + 1\right) \div \frac{2m-2}{m^2-6m+9}$, 然后从 1, 2, 3, 4 中选择一个合适的数代入求值.

20. 如图, 正方形 $ABCD$ 中, 点 M, N 分别在 AB, BC 上, 且 $BM = CN$, AN 与 DM 相交于点 P .



(1) 求证: $\triangle ABN \cong \triangle DAM$;

(2) 求 $\angle APM$ 的大小.

21. 健康医疗大数据蕴藏了丰富的居民健康状况、卫生服务利用等海量信息, 是人民健康保障的数据金矿和证据源泉. 目前, 体质健康测试已成为中学生的必测项目之一. 某校某班学生针对该班体质健康测试数据开展调查活动, 先收集本班学生八年级的《体质健康标准登记表》, 再算出每位学生的最后得分, 最后得分记为 x , 得到下表

成绩	频数	频率
不及格 ($0 \leq x \leq 59$)	6	
及格 ($60 \leq x \leq 74$)		20%
良好 ($75 \leq x \leq 89$)	18	40%
优秀 ($90 \leq x \leq 100$)	12	

(1) 请求出该班总人数;

(2) 该班有三名学生的最后得分分别是 68, 88, 91, 将他们的成绩随机填入表格□□□, 求恰好得到的表格是 88, 91, 68 的概率;

(3) 设该班学生的最后得分落在不及格, 及格, 良好, 优秀范围内的平均分分别为 a, b, c, d , 若 $2a + 3b + 6c + 4d = 1275$, 请求出该班全体学生最后得分的平均分, 并估计该校八年级学生体质健康状况.

22. 关于 x 的一元二次方程 $x^2 + mx - 1 = 0$, 当 $m = 1$ 时, 该方程的正根称为黄金分割数. 宽与长的比是黄金分割数的矩形叫做黄金矩形, 希腊的巴特农神庙采用的就是黄金矩形的设计; 我国著名数学家华罗庚的优选法中也应用到了黄金分割数.

(1) 求黄金分割数;

(2) 已知实数 a, b 满足: $a^2 + ma = 1, b^2 - 2mb = 4$, 且 $b \neq -2a$, 求 ab 的值;

(3) 已知两个不相等的实数 p, q 满足: $p^2 + np - 1 = q, q^2 + nq - 1 = p$, 求 $pq - n$ 的值.

23. 某工厂计划从现在开始，在每个生产周期内生产并销售完某型号设备，该设备的生产成本为10万元/

件. 设第 x 个生产周期设备的售价为 z 万元/件，售价 z 与 x 之间的函数解析式是 $z = \begin{cases} 15, & 0 < x \leq 12 \\ mx + n, & 12 < x \leq 20 \end{cases}$,

其中 x 是正整数. 当 $x = 16$ 时， $z = 14$ ；当 $x = 20$ 时， $z = 13$.

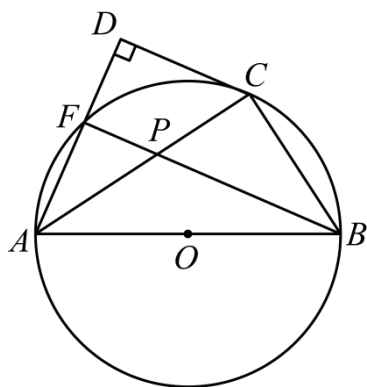
(1) 求 m ， n 的值；

(2) 设第 x 个生产周期生产并销售完设备的数量为 y 件，且 y 与 x 满足关系式 $y = 5x + 20$.

① 当 $12 < x \leq 20$ 时，工厂第几个生产周期获得的利润最大？最大的利润是多少万元？

② 当 $0 < x \leq 20$ 时，若有且只有3个生产周期的利润不小于 a 万元，求实数 a 的取值范围.

24. 如图， AB 为 $\odot O$ 的直径， DA 和 $\odot O$ 相交于点 F ， AC 平分 $\angle DAB$ ，点 C 在 $\odot O$ 上，且 $CD \perp DA$ ， AC 交 BF 于点 P .

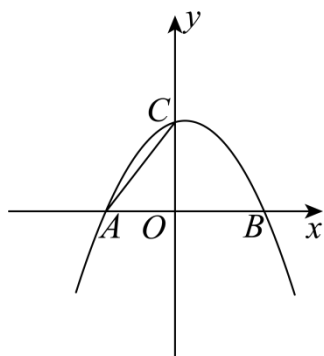


(1) 求证： CD 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 求证： $AC \cdot PC = BC^2$ ；

(3) 已知 $BC^2 = 3FP \cdot DC$ ，求 $\frac{AF}{AB}$ 的值.

25. 如图，在平面直角坐标系中，抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与 x 轴交于两点 $A(-3, 0)$ ， $B(4, 0)$ ，与 y 轴交于点 $C(0, 4)$.



- (1) 求此抛物线的解析式;
- (2) 已知抛物线上有一点 $P(x_0, y_0)$, 其中 $y_0 < 0$, 若 $\angle CAO + \angle ABP = 90^\circ$, 求 x_0 的值;
- (3) 若点 D, E 分别是线段 AC, AB 上的动点, 且 $AE = 2CD$, 求 $CE + 2BD$ 的最小值.

