

# 随州市 2023 年初中毕业升学考试

## 数学试题

(考试时间 120 分钟 满分 120 分)

注意事项:

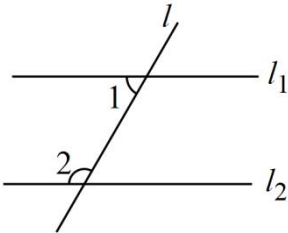
1. 答题前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在试卷和答题卡上, 并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置.
2. 选择题每小题选出答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑. 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号, 答在试卷上无效.
3. 非选择题作答: 用 0.5 毫米黑色墨水签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内, 答在试卷上无效.
4. 考生必须保持答题卡的整洁, 考试结束后, 请将本试卷和答题卡一并上交.

一、选择题 (本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分. 每小题给出的四个选项中, 只有一个是正确的)

1. 实数  $-2023$  的绝对值是 ( )

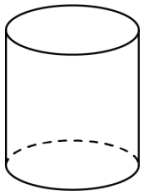
- A. 2023                      B.  $-2023$                       C.  $\frac{1}{2023}$                       D.  $-\frac{1}{2023}$

2. 如图, 直线  $l_1 \parallel l_2$ , 直线  $l$  与  $l_1$ 、 $l_2$  相交, 若图中  $\angle 1 = 60^\circ$ , 则  $\angle 2$  为 ( )



- A.  $30^\circ$                       B.  $60^\circ$                       C.  $120^\circ$                       D.  $150^\circ$

3. 如图是一个放在水平桌面上的圆柱体, 该几何体的三视图中完全相同的是 ( )



- A. 主视图和俯视图                      B. 左视图和俯视图                      C. 主视图和左视图                      D. 三个视图均相同

4. 某班在开展劳动教育课程调查中发现, 第一小组 6 名同学每周做家务的天数依次为 3, 7, 5, 6, 5, 4 (单位: 天), 则这组数据的众数和中位数分别为 ( )

A. 5 和 5

B. 5 和 4

C. 5 和 6

D. 6 和 5

5. 甲、乙两个工程队共同修一条道路，其中甲工程队需要修 9 千米，乙工程队需要修 12 千米。已知乙工程队每个月比甲工程队多修 1 千米，最终用的时间比甲工程队少半个月。若设甲工程队每个月修  $x$  千米，则可列出方程为 ( )

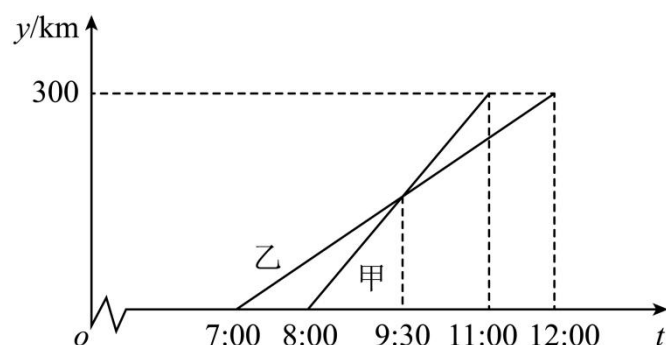
A.  $\frac{9}{x} - \frac{12}{x+1} = \frac{1}{2}$

B.  $\frac{12}{x+1} - \frac{9}{x} = \frac{1}{2}$

C.  $\frac{9}{x+1} - \frac{12}{x} = \frac{1}{2}$

D.  $\frac{12}{x} - \frac{9}{x+1} = \frac{1}{2}$

6. 甲、乙两车沿同一路线从 A 城出发前往 B 城，在整个行程中，汽车离开 A 城的距离  $y$  与时刻  $t$  的对应关系如图所示，关于下列结论：① A, B 两城相距 300km；②甲车的平均速度是 60km/h，乙车的平均速度是 100km/h；③乙车先出发，先到达 B 城；④甲车在 9:30 追上乙车。正确的有 ( )



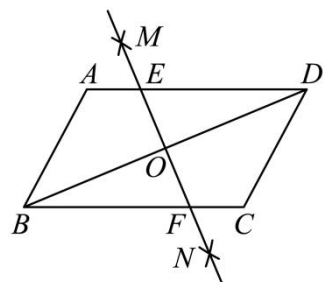
A. ①②

B. ①③

C. ②④

D. ①④

7. 如图，在  $ABCD$  中，分别以  $B, D$  为圆心，大于  $\frac{1}{2}BD$  的长为半径画弧，两弧相交于点  $M, N$ ，过  $M, N$  两点作直线交  $BD$  于点  $O$ ，交  $AD, BC$  于点  $E, F$ ，下列结论不正确的是 ( )



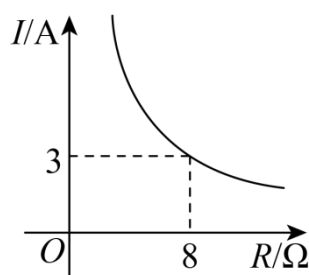
A.  $AE = CF$

B.  $DE = BF$

C.  $OE = OF$

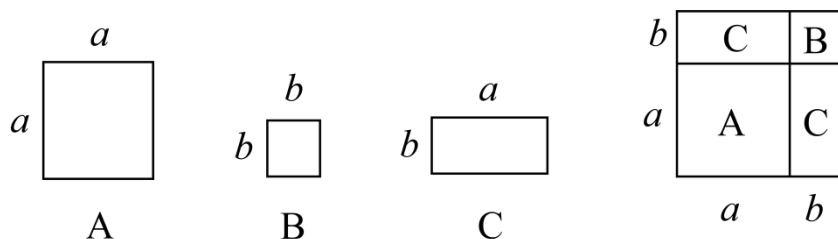
D.  $DE = DC$

8. 已知蓄电池的电压为定值，使用某蓄电池时，电流  $I$  (单位: A) 与电阻  $R$  (单位:  $\Omega$ ) 是反比例函数关系，它的图象如图所示，则当电阻为  $6\Omega$  时，电流为 ( )



- A. 3A                      B. 4A                      C. 6A                      D. 8A

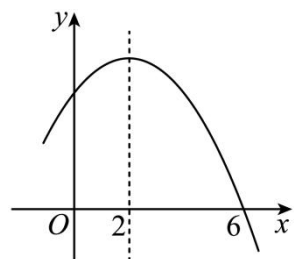
9. 设有边长分别为  $a$  和  $b$  ( $a > b$ ) 的  $A$  类和  $B$  类正方形纸片、长为  $a$  宽为  $b$  的  $C$  类矩形纸片若干张. 如图所示要拼一个边长为  $a+b$  的正方形, 需要 1 张  $A$  类纸片、1 张  $B$  类纸片和 2 张  $C$  类纸片. 若要拼一个长为  $3a+b$ 、宽为  $2a+2b$  的矩形, 则需要  $C$  类纸片的张数为( )



- A. 6                      B. 7                      C. 8                      D. 9

10. 如图, 已知开口向下的抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  与  $x$  轴交于点  $(6, 0)$ , 对称轴为直线  $x = 2$ . 则下列结论正确的有 ( )

- ①  $abc < 0$ ;  
 ②  $a - b + c > 0$ ;  
 ③ 方程  $cx^2 + bx + a = 0$  的两个根为  $x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = -\frac{1}{6}$ ;  
 ④ 抛物线上有两点  $P(x_1, y_1)$  和  $Q(x_2, y_2)$ , 若  $x_1 < 2 < x_2$  且  $x_1 + x_2 > 4$ , 则  $y_1 < y_2$ .

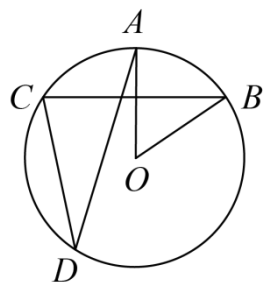


- A. 1 个                      B. 2 个                      C. 3 个                      D. 4 个

二、填空题 (本大题共有 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分. 只需要将结果直接填写在答题卡对应题号处的横线上)

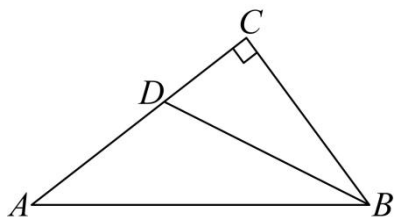
11. 计算:  $(-2)^2 + (-2) \times 2 =$  \_\_\_\_\_.

12. 如图, 在  $\odot O$  中,  $OA \perp BC$ ,  $\angle AOB = 60^\circ$ , 则  $\angle ADC$  的度数为\_\_\_\_\_.



13. 已知一元二次方程  $x^2 - 3x + 1 = 0$  有两个实数根  $x_1, x_2$ , 则  $x_1 + x_2 - x_1x_2$  的值等于\_\_\_\_\_.

14. 如图, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $AC = 8$ ,  $BC = 6$ ,  $D$  为  $AC$  上一点, 若  $BD$  是  $\angle ABC$  的角平分线, 则  $AD =$ \_\_\_\_\_.



15. 某天老师给同学们出了一道趣味数学题:

设有编号为 1-100 的 100 盏灯, 分别对应着编号为 1-100 的 100 个开关, 灯分为“亮”和“不亮”两种状态, 每按一次开关改变一次相对应编号的灯的状态, 所有灯的初始状态为“不亮”. 现有 100 个人, 第 1 个人把所有编号是 1 的整数倍的开关按一次, 第 2 个人把所有编号是 2 的整数倍的开关按一次, 第 3 个人把所有编号是 3 的整数倍的开关按一次, ……., 第 100 个人把所有编号是 100 的整数倍的开关按一次. 问最终状态为“亮”

的灯共有多少盏?

几位同学对该问题展开了讨论:

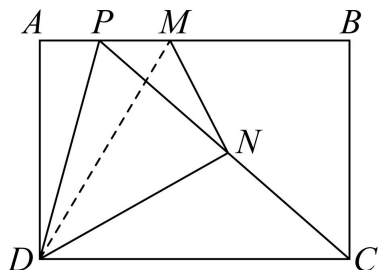
甲: 应分析每个开关被按的次数找出规律:

乙: 1 号开关只被第 1 个人按了 1 次, 2 号开关被第 1 个人和第 2 个人共按了 2 次, 3 号开关被第 1 个人和第 3 个人共按了 2 次, …….

丙: 只有按了奇数次的开关所对应的灯最终是“亮”的状态.

根据以上同学的思维过程, 可以得出最终状态为“亮”的灯共有\_\_\_\_\_盏.

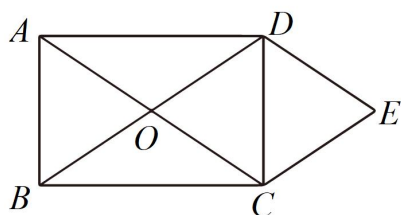
16. 如图, 在矩形  $ABCD$  中,  $AB = 5$ ,  $AD = 4$ ,  $M$  是边  $AB$  上一动点 (不含端点), 将  $\triangle ADM$  沿直线  $DM$  对折, 得到  $\triangle NDM$ . 当射线  $CN$  交线段  $AB$  于点  $P$  时, 连接  $DP$ , 则  $\triangle CDP$  的面积为\_\_\_\_\_;  $DP$  的最大值为\_\_\_\_\_.



三、解答题 (本大题共 8 小题, 共 72 分. 解答应写出必要的演算步骤、文字说明或证明过程)

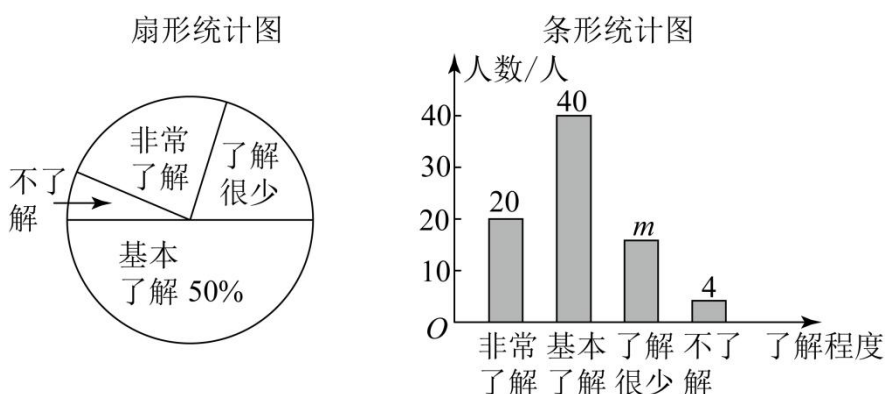
17. 先化简, 再求值:  $\frac{4}{x^2 - 4} \div \frac{2}{x - 2}$ , 其中  $x = 1$ .

18. 如图, 矩形  $ABCD$  的对角线  $AC$ ,  $BD$  相交于点  $O$ ,  $DE \parallel AC$ ,  $CE \parallel BD$ .



- (1) 求证: 四边形  $OCED$  是菱形;
- (2) 若  $BC = 3$ ,  $DC = 2$ , 求四边形  $OCED$  的面积.

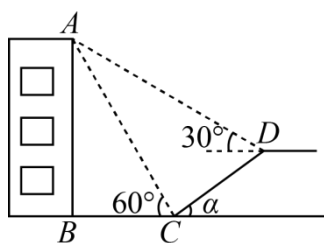
19. 中学生心理健康受到社会的广泛关注, 某校开展心理健康教育专题讲座, 就学生对心理健康知识的了解程度, 采用随机抽样调查的方式, 根据收集到的信息进行统计, 绘制了下面两幅尚不完整的统计图.



根据图中信息回答下列问题:

- (1) 接受问卷调查的学生共有\_\_\_\_\_人, 条形统计图中  $m$  的值为\_\_\_\_\_, 扇形统计图中“非常了解”部分所对应扇形的圆心角的度数为\_\_\_\_\_;
- (2) 若该校共有学生 800 人, 根据上述调查结果, 可以估计出该校学生中对心理健康知识“不了解”的总人数为\_\_\_\_\_人;
- (3) 若某班要从对心理健康知识达到“非常了解”程度的 2 名男生和 2 名女生中随机抽取 2 人参加心理健康知识竞赛, 请用列表或画树状图的方法, 求恰好抽到 2 名女生的概率.

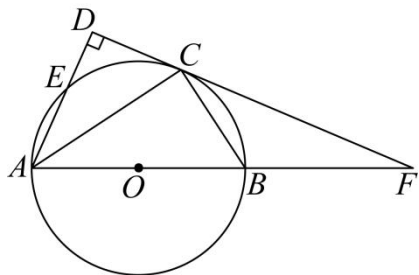
20. 某校学生开展综合实践活动, 测量某建筑物的高度  $AB$ , 在建筑物附近有一斜坡, 坡长  $CD = 10$  米, 坡角  $\alpha = 30^\circ$ , 小华在  $C$  处测得建筑物顶端  $A$  的仰角为  $60^\circ$ , 在  $D$  处测得建筑物顶端  $A$  的仰角为  $30^\circ$ . (已知点  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  在同一平面内,  $B$ ,  $C$  在同一水平线上)



- (1) 求点  $D$  到地面  $BC$  的距离;

(2) 求该建筑物的高度  $AB$  .

21. 如图,  $AB$  是  $\odot O$  的直径, 点  $E, C$  在  $\odot O$  上, 点  $C$  是  $\widehat{BE}$  的中点,  $AE$  垂直于过  $C$  点的直线  $DC$ , 垂足为  $D$ ,  $AB$  的延长线交直线  $DC$  于点  $F$ .



(1) 求证:  $DC$  是  $\odot O$  的切线;

(2) 若  $AE = 2$ ,  $\sin \angle AFD = \frac{1}{3}$ , ①求  $\odot O$  的半径; ②求线段  $DE$  的长.

22. 为了振兴乡村经济, 增加村民收入, 某村委会干部带领村民在网上直播推销农产品, 在试销售的 30 天

中, 第  $x$  天 ( $1 \leq x \leq 30$  且  $x$  为整数) 的售价  $p$  (元/千克) 与  $x$  的函数关系式  $p = \begin{cases} mx + n & (1 \leq x < 20) \\ 30 & (20 \leq x \leq 30) \end{cases}$  (且

$x$  为整数), 销量  $q$  (千克) 与  $x$  的函数关系式为  $q = x + 10$ , 已知第 5 天售价为 50 元/千克, 第 10 天售价为 40 元/千克, 设第  $x$  天的销售额为  $W$  元

(1)  $m =$  \_\_\_\_\_,  $n =$  \_\_\_\_\_;

(2) 求第  $x$  天的销售额  $W$  元与  $x$  之间的函数关系式;

(3) 在试销售的 30 天中, 销售额超过 1000 元的共有多少天?

23. 1643 年, 法国数学家费马曾提出一个著名的几何问题: 给定不在同一条直线上的三个点  $A, B, C$ , 求平面上到这三个点的距离之和最小的点的位置, 意大利数学家和物理学家托里拆利给出了分析和证明, 该点也被称为“费马点”或“托里拆利点”, 该问题也被称为“将军巡营”问题.

(1) 下面是该问题的一种常见的解决方法, 请补充以下推理过程: (其中①处从“直角”和“等边”中选择填空, ②处从“两点之间线段最短”和“三角形两边之和大于第三边”中选择填空, ③处填写角度数, ④处填写该三角形的某个顶点)

当  $\triangle ABC$  的三个内角均小于  $120^\circ$  时,

如图 1, 将  $\triangle APC$  绕点  $C$  顺时针旋转  $60^\circ$  得到  $\triangle A'P'C$ , 连接  $PP'$ ,

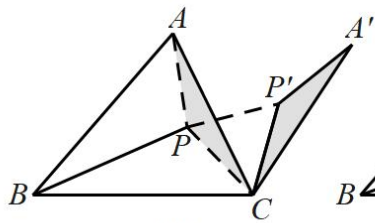


图1

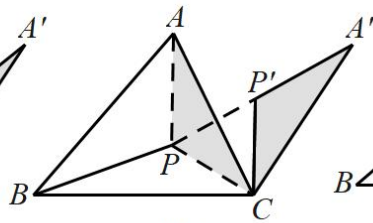


图2

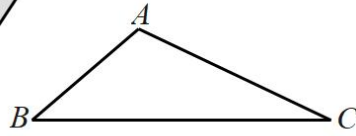


图3

由  $PC = P'C$ ,  $\angle PCP' = 60^\circ$ , 可知  $\triangle PCP'$  为 ① 三角形, 故  $PP' = PC$ , 又  $P'A = PA$ , 故  $PA + PB + PC = PA' + PB + PP' \geq A'B$ ,

由 ② 可知, 当  $B, P, P', A$  在同一条直线上时,  $PA + PB + PC$  取最小值, 如图 2, 最小值为  $A'B$ , 此时的  $P$  点为该三角形的“费马点”, 且有  $\angle APC = \angle BPC = \angle APB =$  ③;

已知当  $\triangle ABC$  有一个内角大于或等于  $120^\circ$  时, “费马点”为该三角形的某个顶点. 如图 3, 若  $\angle BAC \geq 120^\circ$ , 则该三角形的“费马点”为 ④ 点.

(2) 如图 4, 在  $\triangle ABC$  中, 三个内角均小于  $120^\circ$ , 且  $AC = 3$ ,  $BC = 4$ ,  $\angle ACB = 30^\circ$ , 已知点  $P$  为  $\triangle ABC$  的“费马点”, 求  $PA + PB + PC$  的值;

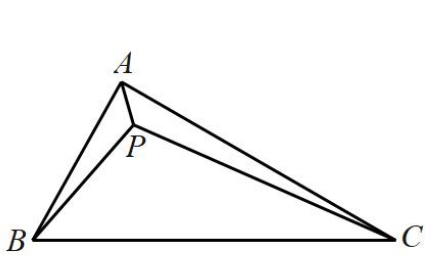


图4

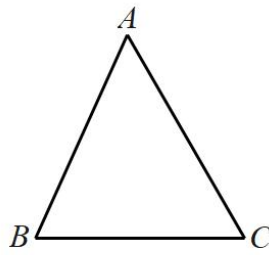
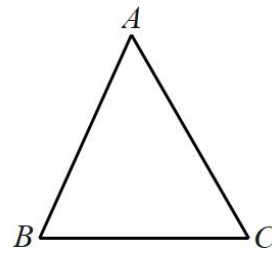
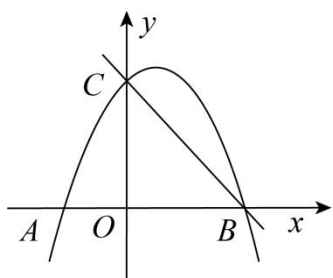


图5

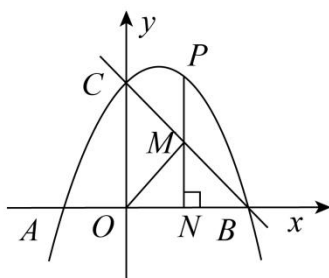


(3) 如图 5, 设村庄  $A, B, C$  的连线构成一个三角形, 且已知  $AC = 4\text{km}$ ,  $BC = 2\sqrt{3}\text{km}$ ,  $\angle ACB = 60^\circ$ . 现欲建一中转站  $P$  沿直线向  $A, B, C$  三个村庄铺设电缆, 已知由中转站  $P$  到村庄  $A, B, C$  的铺设成本分别为  $a$  元/km,  $a$  元/km,  $\sqrt{2}a$  元/km, 选取合适的  $P$  的位置, 可以使总的铺设成本最低为 \_\_\_\_\_ 元. (结果用含  $a$  的式子表示)

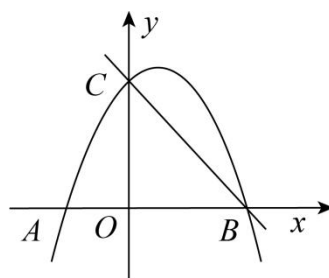
24. 如图 1, 平面直角坐标系  $xOy$  中, 抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  过点  $A(-1, 0)$ ,  $B(2, 0)$  和  $C(0, 2)$ , 连接  $BC$ , 点  $P(m, n)$  ( $m > 0$ ) 为抛物线上一动点, 过点  $P$  作  $PN \perp x$  轴交直线  $BC$  于点  $M$ , 交  $x$  轴于点  $N$ .



(图1)



(图2)



(备用图)

- (1) 直接写出抛物线和直线  $BC$  的解析式；
- (2) 如图 2，连接  $OM$ ，当  $\triangle OCM$  为等腰三角形时，求  $m$  的值；
- (3) 当  $P$  点在运动过程中，在  $y$  轴上是否存在点  $Q$ ，使得以  $O$ ， $P$ ， $Q$  为顶点的三角形与以  $B$ ， $C$ ， $N$  为顶点的三角形相似（其中点  $P$  与点  $C$  相对应），若存在，直接写出点  $P$  和点  $Q$  的坐标；若不存在，请说明理由。

