

2023 年湖北省襄阳市中考数学试卷

一、选择题 (本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

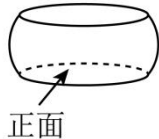
1. 下列四个有理数中, 最小的数是 ()

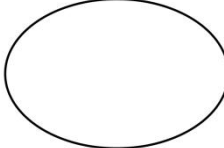
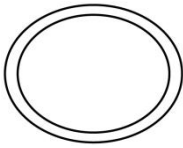
- A. -1 B. -2 C. 1 D. 0

2. 下列各式中, 计算结果等于 a^2 的是 ()

- A. $a^2 \cdot a^3$ B. $a^5 \div a^3$ C. $a^2 + a^3$ D. $a^5 - a^0$

3. 先贤孔子曾说过“鼓之舞之”, 这是“鼓舞”一词最早的起源, 如图是喜庆集会时击鼓瞬间的情景及鼓的立体图形, 该立体图形的主视图是 ()



- A.  B.  C.  D. 

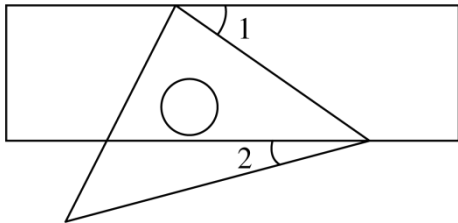
4. 襄阳气象台发布的天气预报显示, 明天襄阳某地下雨的可能性是 75%, 则“明天襄阳某地下雨”这一事件是 ()

- A. 必然事件 B. 不可能事件 C. 随机事件 D. 确定性事件

5. 五边形的外角和等于 ()

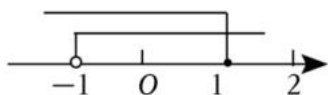
- A. 180° B. 360° C. 540° D. 720°

6. 将含有 45° 角的三角板和直尺按如图方式叠放在一起, 若 $\angle 1 = 30^\circ$, 则 $\angle 2$ 度数 ()



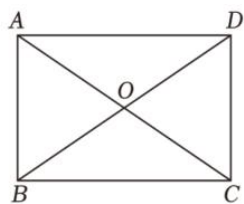
- A. 30° B. 20° C. 15° D. 10°

7. 如图, 数轴上表示的是组成不等式组的两个不等式组的解集, 则这个不等式组的解集是 ()



- A. $x \leq 1$ B. $x > 1$ C. $-1 < x$ D. $-1 < x \leq 1$

8. 如图，矩形 $ABCD$ 的对角线相交于点 O ，下列结论一定正确的是 ()

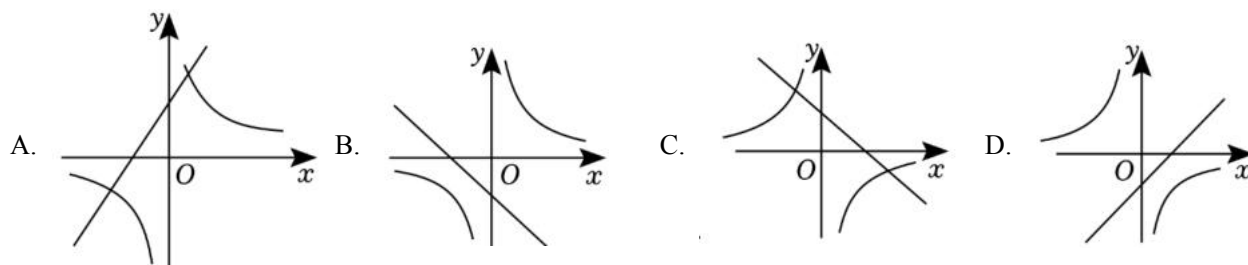


- A. AC 平分 $\angle BAD$ B. $AB = BC$ C. $AC = BD$ D. $AC \perp BD$

9. 我国南宋数学家杨辉在 1275 年提出的一个问题：“直田积八百六十四步，只云阔不及长一十二步。问阔及长各几步。”意思是：长方形的面积是 864 平方步，宽比长少 12 步，问宽和长各是几步。设宽为 x 步，根据题意列方程正确的是 ()

- A. $2x + 2(x + 12) = 864$ B. $x^2 + (x + 12)^2 = 864$
C. $x(x - 12) = 864$ D. $x(x + 12) = 864$

10. 在同一平面直角坐标系中，一次函数 $y = kx + k$ 与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象可能是 ()



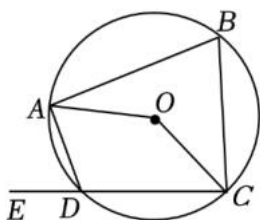
二、填空题 (本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分。请把答案填在题中的横线上)

11. 5 月 5 日，记者从襄阳市文化和旅游局获悉，五一长假期间，我市 41 家 A 级景区全部开放，共接待游客约 2270000 人次。数据 2270000 用科学记数法表示为_____。

12. 古隆中、米公祠、水镜庄、习家池是襄阳市 4 处有代表性的充满浓厚人文气息的旅游景点，若小平同学随机选择一处去游览，她选择古隆中的概率是_____。

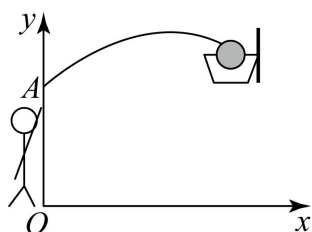
13. 点 $A(1, y_1)$ ， $B(2, y_2)$ 都在反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 的图象上，则 y_1 _____ y_2 。(填“>”或“<”)

14. 如图，四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$ ，点 E 在 CD 的延长线上。若 $\angle ADE = 70^\circ$ ，则 $\angle AOC =$ _____度。

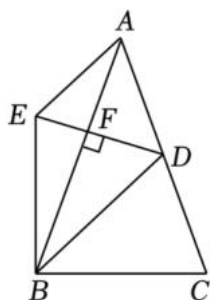


15. 如图，一位篮球运动员投篮时，球从 A 点出手后沿抛物线行进，篮球出手后距离地面的高度 $y(\text{m})$ 与篮球距离出手点的水平距离 $x(\text{m})$ 之间的函数关系式是 $y = -\frac{1}{5}(x - \frac{3}{2})^2 + \frac{7}{2}$. 下列说法正确的是_____ (填序号).

①篮球行进过程中距离地面的最大高度为 3.5m；②篮球出手点距离地面的高度为 2.25m.



16. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ，点 D 是 AC 的中点，将 BCD 沿 BD 折叠得到 $\triangle BED$ ，连接 AE . 若 $DE \perp AB$ 于点 F， $BC = 10$ ，则 AF 的长为_____.



三、解答题 (本大题共 9 小题，共 72 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

17. 化简: $\left(1 - \frac{a}{a+1}\right) \div \frac{a^2 - a}{a^2 - 1}$.

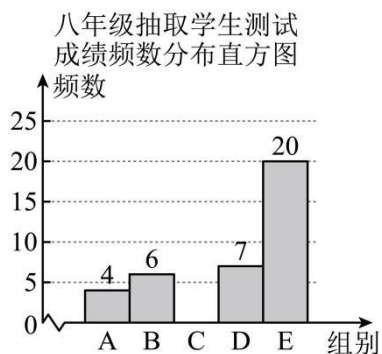
18. 三月是文明礼貌月，我市某校以“知文明礼仪，做文明少年”为主题开展了一系列活动，并在活动后期对七、八年级学生进行了文明礼仪知识测试，测试结果显示所有学生成绩都不低于 75 分 (满分 100 分).

【收集数据】随机从七、八年级各抽取 50 名学生的测试成绩，进行整理和分析 (成绩得分都是整数).

【整理数据】将抽取的两个年级的成绩进行整理 (用 x 表示成绩，分成五组: $A. 75 \leq x < 80$, $B. 80 \leq x < 85$, $C. 85 \leq x < 90$, $D. 90 \leq x < 95$, $E. 95 \leq x \leq 100$).

①八年级学生成绩在 D 组的具体数据是: 91, 92, 94, 94, 94, 94, 94.

②将八年级的样本数据整理并绘制成不完整的频数分布直方图 (如图):



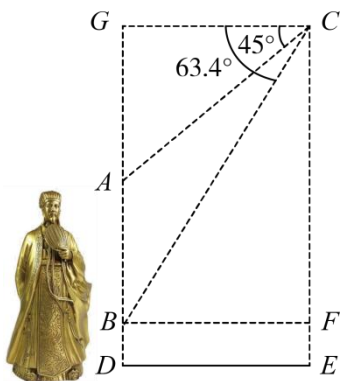
【分析数据】两个年级样本数据的平均数、中位数、众数、方差如下表:

年级	平均数	中位数	众数	方差
七年级	92	92	100	57.4
八年级	92.6	m	100	49.2

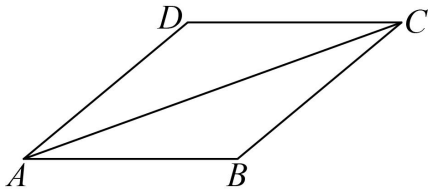
根据以上信息, 解答下列问题:

- (1) 本次抽取八年级学生的样本容量是_____;
- (2) 频数分布直方图中, C 组的频数是_____;
- (3) 本次抽取八年级学生成绩的中位数 $m =$ _____;
- (4) 分析两个年级样本数据的对比表, 你认为_____年级的学生测试成绩较整齐 (填“七”或“八”);
- (5) 若八年级有 400 名学生参加了此次测试, 估计此次参加测试的学生中, 该年级成绩不低于 95 分的学生有_____人.

19. 在襄阳市诸葛亮广场上矗立着一尊诸葛亮铜像. 某校数学兴趣小组利用热气球开展综合实践活动, 测量诸葛亮铜像的高度. 如图, 在点 C 处, 探测器显示, 热气球到铜像底座底部所在水平面的距离 CE 为 32m, 从热气球 C 看铜像顶部 A 的俯角为 45° , 看铜像底部 B 的俯角为 63.4° . 已知底座 BD 的高度为 4m, 求铜像 AB 的高度. (结果保留整数. 参考数据: $\sin 63.4^\circ \approx 0.89$, $\cos 63.4^\circ \approx 0.45$, $\tan 63.4^\circ \approx 2.00$, $\sqrt{2} \approx 1.41$)



20. 如图, AC 是菱形 $ABCD$ 的对角线.

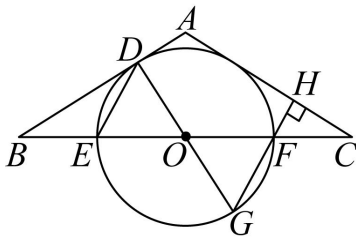


- (1) 作边 AB 的垂直平分线，分别与 AB ， AC 交于点 E ， F （尺规作图，不写作法，保留作图痕迹）；
- (2) 在 (1) 的条件下，连接 FB ，若 $\angle D = 140^\circ$ ，求 $\angle CBF$ 的度数.

21. 关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 2x + 3 - k = 0$ 有两个不相等的实数根.

- (1) 求 k 的取值范围；
- (2) 若方程的两个根为 α ， β ，且 $k^2 = \alpha\beta + 3k$ ，求 k 的值.

22. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， O 是 BC 的中点， $\odot O$ 与 AB 相切于点 D ，与 BC 交于点 E ， F ， DG 是 $\odot O$ 的直径，弦 GF 的延长线交 AC 于点 H ，且 $GH \perp AC$.



- (1) 求证： AC 是 $\odot O$ 的切线；
- (2) 若 $DE = 2$ ， $GH = 3$ ，求 $\widehat{DE}$ 的长 l .

23. 在襄阳市创建“经济品牌特色品牌”政策的影响下，每到傍晚，市内某网红烧烤店就食客如云，这家烧烤店的海鲜串和肉串非常畅销，店主从食品加工厂批发以上两种产品进行加工销售，其中海鲜串的成本为 m 元/支，肉串的成本为 n 元/支；两次购进并加工海鲜串和肉串的数量与成本如下表所示（成本包括进价和其他费用）：

次数	数量（支）		总成本（元）
	海鲜串	肉串	
第一次	3000	4000	17000
第二次	4000	3000	18000

针对团以消费，店主决定每次消费海鲜串不超过 200 支时，每支售价 5 元；超过 200 支时、不超过 200 支的部分按原价，超过 200 支的部分打八折。每支肉串的售价为 3.5 元.

- (1) 求 m 、 n 的值；
- (2) 五一当天，一个旅游团去此店吃烧烤，一次性消费海鲜串和肉串共 1000 支，且海鲜串不超过 400 支. 在

本次消费中，设该旅游团消费海鲜串 x 支，店主获得海鲜串的总利润为 y 元，求 y 与 x 的函数关系式，并写出自变量 x 的取值范围；

(3) 在 (2) 的条件下，该旅游团消费的海鲜串超过了 200 支，店主决定给该旅游团更多优惠，对每支肉串降价 a ($0 < a < 1$) 元，但要确保本次消费获得肉串的总利润始终不低于海鲜串的总利润，求 a 的最大值.

24. 【问题背景】

人教版八年级下册数学教材第 63 页“实验与探究”问题 1 如下：如图，正方形 $ABCD$ 的对角线相交于点 O ，点 O 又是正方形 $A_1B_1C_1D_1O$ 的一个顶点，而且这两个正方形的边长相等，无论正方形 $A_1B_1C_1D_1O$ 绕点 O 怎样转动，两个正方形重叠部分的面积，总等于一个正方形面积的 $\frac{1}{4}$. 想一想，这是为什么？（此问题不需要作答）

九年级数学兴趣小组对上面的问题又进行了拓展探究，内容如下：正方形 $ABCD$ 的对角线相交于点 O ，点 P 落在线段 OC 上， $\frac{PA}{PC} = k$ (k 为常数).

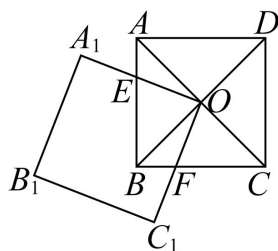


图1

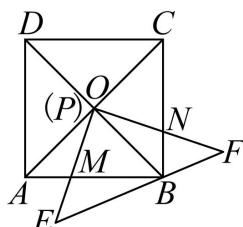


图2

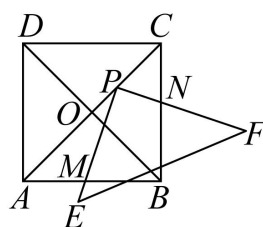


图3

【特例证明】

(1) 如图 1，将 $\text{Rt}\triangle PEF$ 的直角顶点 P 与点 O 重合，两直角边分别与边 AB ， BC 相交于点 M ， N .

① 填空： $k = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

② 求证： $PM = PN$. (提示：借鉴解决【问题背景】的思路和方法，可直接证明 $\triangle PAM \cong \triangle PBN$ ；也可过点 P 分别作 AB ， BC 的垂线构造全等三角形证明. 请选择其中一种方法解答问题②.)

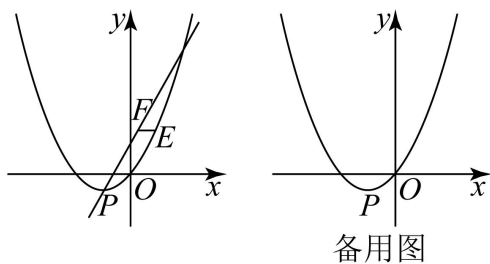
【类比探究】

(2) 如图 2，将图 1 中的 $\triangle PEF$ 沿 OC 方向平移，判断 PM 与 PN 的数量关系 (用含 k 的式子表示)，并说明理由.

【拓展运用】

(3) 如图 3，点 N 在边 BC 上， $\angle BPN = 45^\circ$ ，延长 NP 交边 CD 于点 E ，若 $EN = kPN$ ，求 k 的值.

25. 在平面直角坐标系中，直线 $l: y = kx + b$ 经过抛物线 $y = x^2 + 2mx + 2m^2 - m$ ($m \neq 0$) 的顶点.



(1) 如图，当抛物线经过原点时，其顶点记为 P 。

①求抛物线的解析式并直接写出点 P 的坐标；

② $t \leq x \leq t+1$ 时， y 的最小值为 2，求 t 的值；

③当 $k=2$ 时，动点 E 在直线 l 下方的抛物线上，过点 E 作 $EF \parallel x$ 轴交直线 l 于点 F ，令 $S = EF$ ，求 S 的最大值。

(2) 当抛物线不经过原点时，其顶点记为 Q 。当直线 l 同时经过点 Q 和 (1) 中抛物线的顶点 P 时，设直线 l 与抛物线的另一个交点为 B ，与 y 轴的交点为 A 。若 $|QB - QA| \geq 1$ ，直接写出 k 的取值范围。

