

2023 年武汉市初中毕业生学业考试

数学试卷

亲爱的同学:

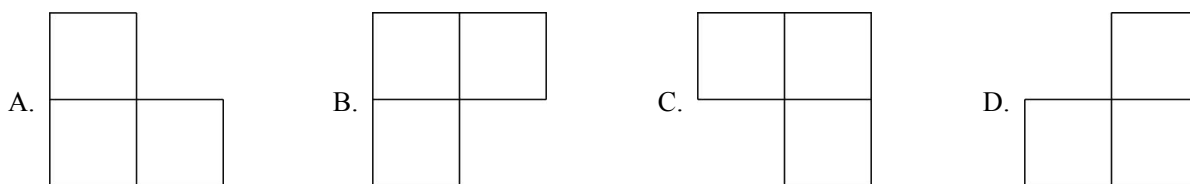
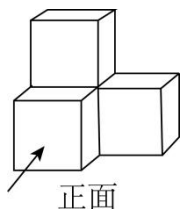
在你答题前, 请认真阅读下面的注意事项.

1. 本试卷由第 I 卷 (选择题) 和第 II 卷 (非选择题) 两部分组成. 全卷共 6 页, 三大题, 满分 120 分. 考试用时 120 分钟.
 2. 答题前, 请将你的姓名、准考证号填写在“答题卡”相应位置, 并在“答题卡”背面左上角填写姓名和座位号, 将条形码横贴在答题卡第 1 页右上“贴条形码区”.
 3. 答第 I 卷 (选择题) 时, 选出每小题答案后, 用 2B 铅笔将“答题卡”上对应题目的答案标号涂黑. 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案. 答在“试卷”上无效.
 4. 答第 II 卷 (非选择题) 时, 答案用 0.5 毫米黑色笔迹签字笔书写在“答题卡”上, 答在“试卷”上无效.
 5. 认真阅读答题卡上的注意事项.
- 预祝你取得优异成绩!

第 I 卷 (选择题共 30 分)

一、选择题 (共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分) 下列各题中有且只有一个正确答案, 请在答题卡上将正确答案的标号涂黑.

1. 实数 3 的相反数是 ()
A. 3 B. $\frac{1}{3}$ C. $-\frac{1}{3}$ D. -3
2. 现实世界中, 对称现象无处不在, 中国的方块字中有些也具有对称性. 下列汉字是轴对称图形的是 ()
A. 国 B. 家 C. 昌 D. 盛
3. 掷两枚质地均匀的骰子, 下列事件是随机事件的是 ()
A. 点数的和为 1 B. 点数的和为 6
C. 点数的和大于 12 D. 点数的和小于 13
4. 计算 $(2a^2)^3$ 的结果是 ()
A. $2a^5$ B. $6a^5$ C. $8a^5$ D. $8a^6$
5. 如图是由 4 个相同的小正方体组成的几何体, 它的左视图是 ()



6. 关于反比例函数 $y = \frac{3}{x}$ ，下列结论正确的是（ ）

- A. 图像位于第二、四象限
- B. 图像与坐标轴有公共点
- C. 图像所在的每一个象限内， y 随 x 的增大而减小
- D. 图像经过点 $(a, a+2)$ ，则 $a = 1$

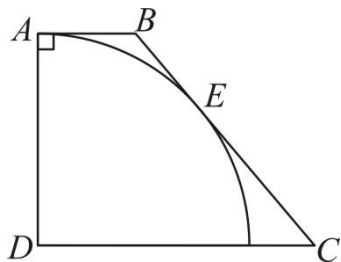
7. 某校即将举行田径运动会，“体育达人”小明从“跳高”“跳远”“100 米”“400 米”四个项目中，随机选择两项，则他选择“100 米”与“400 米”两个项目的概率是（ ）

- A. $\frac{1}{2}$
- B. $\frac{1}{4}$
- C. $\frac{1}{6}$
- D. $\frac{1}{12}$

8. 已知 $x^2 - x - 1 = 0$ ，计算 $\left(\frac{2}{x+1} - \frac{1}{x}\right) \div \frac{x^2 - x}{x^2 + 2x + 1}$ 的值是（ ）

- A. 1
- B. -1
- C. 2
- D. -2

9. 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AB \parallel CD$, $AD \perp AB$ ，以 D 为圆心， AD 为半径的弧恰好与 BC 相切，切点为 E 。若 $\frac{AB}{CD} = \frac{1}{3}$ ，则 $\sin C$ 的值是（ ）



- A. $\frac{2}{3}$
- B. $\frac{\sqrt{5}}{3}$
- C. $\frac{3}{4}$
- D. $\frac{\sqrt{7}}{4}$

10. 皮克定理是格点几何学中的一个重要定理，它揭示了以格点为顶点的多边形的面积 $S = N + \frac{1}{2}L - 1$ ，其中 N, L 分别表示这个多边形内部与边界上的格点个数。在平面直角坐标系中，横、纵坐标都是整数的点为

格点. 已知 $A(0,30)$, $B(20,10)$, $O(0,0)$, 则 $\triangle ABO$ 内部的格点个数是 ()

A. 266

B. 270

C. 271

D. 285

第 II 卷 (非选择题共 90 分)

二、填空题 (共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分) 下列各题不需要写出解答过程, 请将结果直接填写在答题卡指定的位置.

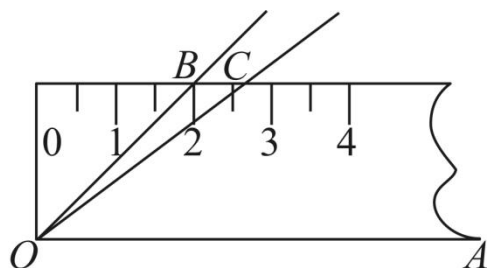
11. 写出一个小于 4 的正无理数是_____.

12. 新时代十年来, 我国建成世界上规模最大的社会保障体系. 其中基本医疗保险的参保人数由 5.4 亿增加到 13.6 亿, 参保率稳定在 95%. 将数据 13.6 亿用科学记数法表示为 1.36×10^n 的形式, 则 n 的值是_____

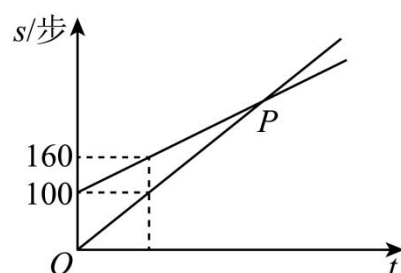
(备注: 1 亿 = 100000000).

13. 如图, 将 45° 的 $\angle AOB$ 按图摆放在一把刻度尺上, 顶点 O 与尺下沿的端点重合, OA 与尺下沿重合, OB 与尺上沿的交点 B 在尺上的读数为 2cm, 若按相同的方式将 37° 的 $\angle AOC$ 放置在该尺上, 则 OC 与尺上沿的交点 C 在尺上的读数约为_____cm

(结果精确到 0.1 cm, 参考数据: $\sin 37^\circ \approx 0.60$, $\cos 37^\circ \approx 0.80$, $\tan 37^\circ \approx 0.75$)



14. 我国古代数学经典著作《九章算术》记载: “今有善行者行一百步, 不善行者行六十步. 今不善行者先行一百步, 善行者追之, 问几何步及之?” 如图是善行者与不善行者行走路程 s (单位: 步) 关于善行者的行走时间 t 的函数图象, 则两图象交点 P 的纵坐标是_____.



15. 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 是常数, $c < 0$) 经过 $(1,1), (m,0), (n,0)$ 三点, 且 $n \geq 3$. 下列四个结论:

① $b < 0$;

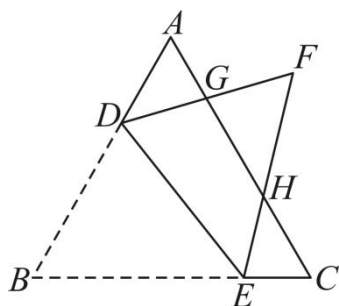
② $4ac - b^2 < 4a$;

③当 $n = 3$ 时, 若点 $(2, t)$ 在该抛物线上, 则 $t > 1$;

④若关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + c = x$ 有两个相等的实数根, 则 $0 < m \leq \frac{1}{3}$.

其中正确的是_____ (填写序号).

16. 如图, DE 平分等边 $\triangle ABC$ 的面积, 折叠 $\triangle BDE$ 得到 $\triangle FDE$, AC 分别与 DF, EF 相交于 G, H 两点. 若 $DG = m, EH = n$, 用含 m, n 的式子表示 GH 的长是_____.



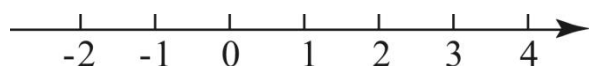
三、解答题 (共 8 小题, 共 72 分) 下列各题需要在答题卡指定的位置写出文字说明、证明过程、演算步骤或画出图形.

17. 解不等式组 $\begin{cases} 2x - 4 < 2 & \text{①} \\ 3x + 2 \geq x & \text{②} \end{cases}$ 请按下列步骤完成解答.

(1) 解不等式①, 得_____;

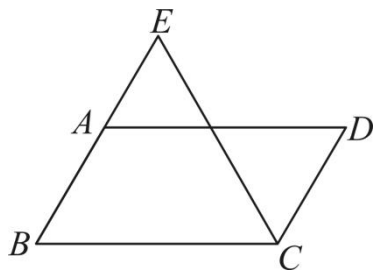
(2) 解不等式②, 得_____;

(3) 把不等式①和②的解集在数轴上表示出来;



(4) 原不等式组的解集是_____.

18. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC, \angle B = \angle D$, 点 E 在 BA 的延长线上, 连接 CE .



(1) 求证: $\angle E = \angle ECD$;

(2) 若 $\angle E = 60^\circ, CE$ 平分 $\angle BCD$, 直接写出 $\triangle BCE$ 的形状.

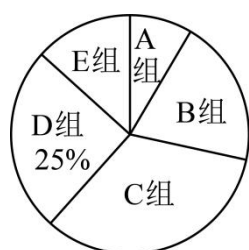
19. 某校为了解学生参加家务劳动的情况, 随机抽取了部分学生在某个休息日做家务的劳动时间 t (单位:

h) 作为样本, 将收集的数据整理后分为 A, B, C, D, E 五个组别, 其中 A 组的数据分别为: 0.5, 0.4, 0.4, 0.4, 0.3, 绘制成如下不完整的统计图表.

各组劳动时间的频数分布表

组别	时间 t/h	频数
A	$0 < t \leq 0.5$	5
B	$0.5 < t \leq 1$	a
C	$1 < t \leq 1.5$	20
D	$1.5 < t \leq 2$	15
E	$t > 2$	8

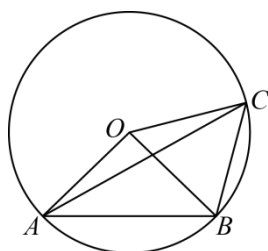
各组劳动时间的扇形统计图



请根据以上信息解答下列问题.

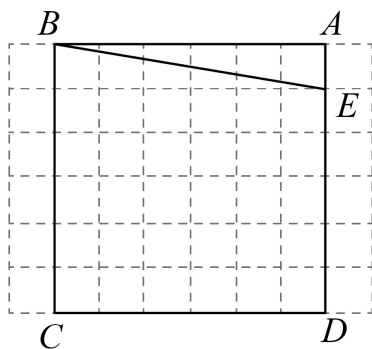
- (1) A 组数据的众数是_____;
- (2) 本次调查的样本容量是_____, B 组所在扇形的圆心角的大小是_____;
- (3) 若该校有1200名学生, 估计该校学生劳动时间超过1h的人数.

20. 如图, OA, OB, OC 都是 $\odot O$ 的半径, $\angle ACB = 2\angle BAC$.

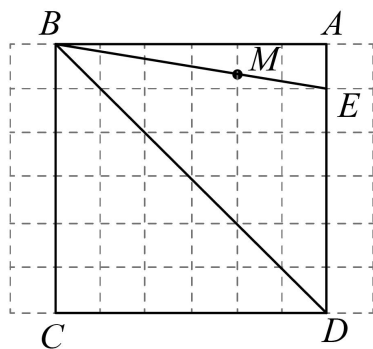


- (1) 求证: $\angle AOB = 2\angle BOC$;
- (2) 若 $AB = 4, BC = \sqrt{5}$, 求 $\odot O$ 的半径.

21. 如图是由小正方形组成的 8×6 网格, 每个小正方形的顶点叫做格点, 正方形 $ABCD$ 四个顶点都是格点, E 是 AD 上的格点, 仅用无刻度的直尺在给定网格中完成画图, 画图过程用虚线表示.



(1)



(2)

(1) 在图 (1) 中, 先将线段 BE 绕点 B 顺时针旋转 90° , 画对应线段 BF , 再在 CD 上画点 G , 并连接 BG , 使 $\angle GBE = 45^\circ$;

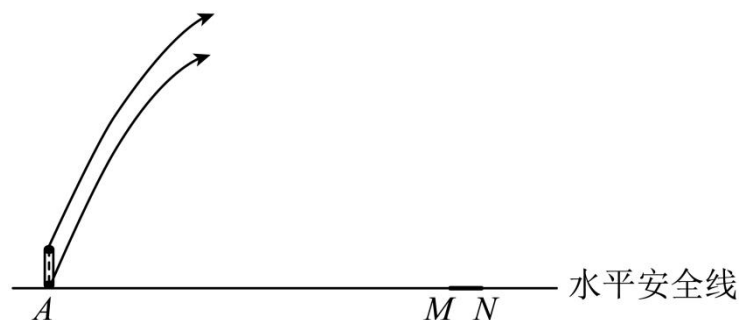
(2) 在图 (2) 中, M 是 BE 与网格线的交点, 先画点 M 关于 BD 的对称点 N , 再在 BD 上画点 H , 并连接 MH , 使 $\angle BHM = \angle MBD$.

22. 某课外科技活动小组研制了一种航模飞机. 通过实验, 收集了飞机相对于出发点的飞行水平距离 x (单位: m) 以、飞行高度 y (单位: m) 随飞行时间 t (单位: s) 变化的数据如下表.

飞行时间 t/s	0	2	4	6	8	...
飞行水平距离 x/m	0	10	20	30	40	...
飞行高度 y/m	0	22	40	54	64	...

探究发现: x 与 t , y 与 t 之间的数量关系可以用我们已学过的函数来描述. 直接写出 x 关于 t 的函数解析式和 y 关于 t 的函数解析式 (不要求写出自变量的取值范围).

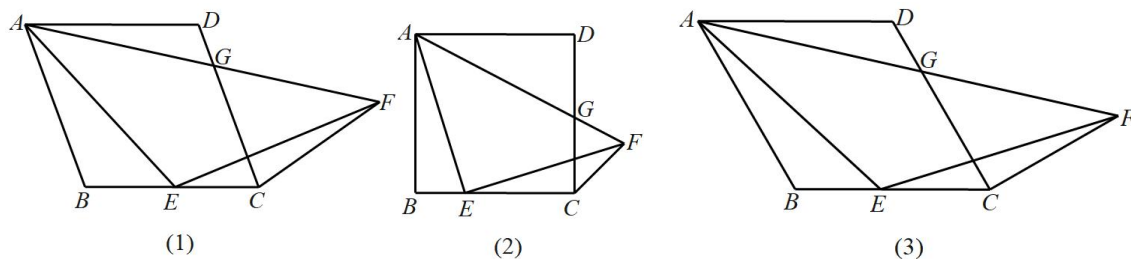
问题解决: 如图, 活动小组在水平安全线上 A 处设置一个高度可以变化的发射平台试飞该航模飞机. 根据上面的探究发现解决下列问题.



(1) 若发射平台相对于安全线的高度为 0m , 求飞机落到安全线时飞行的水平距离;

(2) 在安全线上设置回收区域 MN , $AM = 125\text{m}$, $MN = 5\text{m}$. 若飞机落到 MN 内 (不包括端点 M, N), 求发射平台相对于安全线的高度的变化范围.

23. 问题提出：如图（1）， E 是菱形 $ABCD$ 边 BC 上一点， $\triangle AEF$ 是等腰三角形， $AE = EF$ ， $\angle AEF = \angle ABC = \alpha$ ($\alpha \geq 90^\circ$)， AF 交 CD 于点 G ，探究 $\angle GCF$ 与 α 的数量关系.



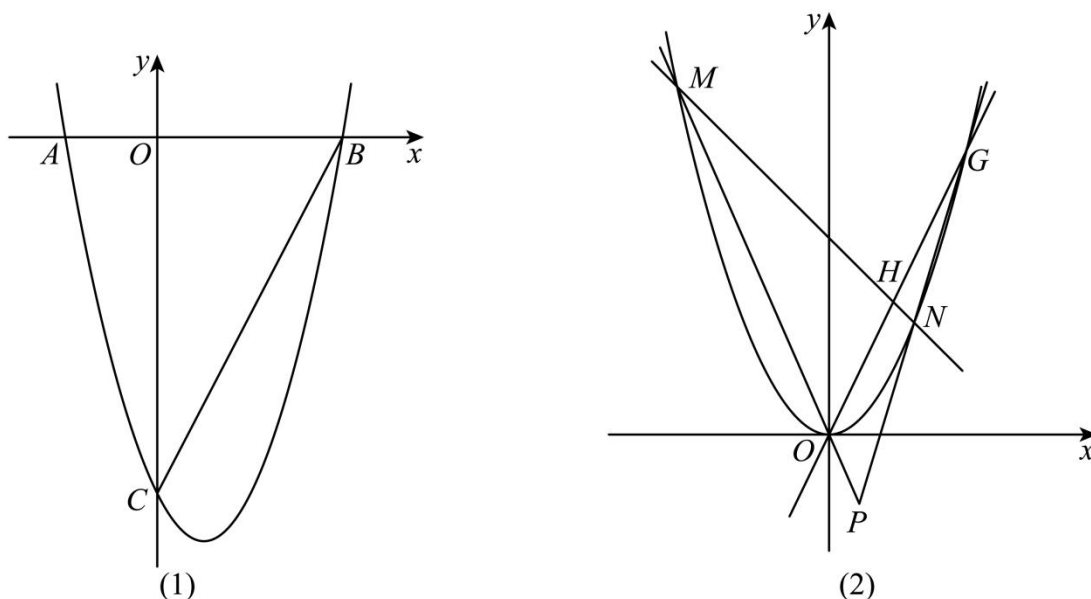
问题探究：

- (1) 先将问题特殊化，如图（2），当 $\alpha = 90^\circ$ 时，直接写出 $\angle GCF$ 的大小；
- (2) 再探究一般情形，如图（1），求 $\angle GCF$ 与 α 的数量关系.

问题拓展：

- (3) 将图（1）特殊化，如图（3），当 $\alpha = 120^\circ$ 时，若 $\frac{DG}{CG} = \frac{1}{2}$ ，求 $\frac{BE}{CE}$ 的值.

24. 抛物线 $C_1: y = x^2 - 2x - 8$ 交 x 轴于 A, B 两点（ A 在 B 的左边），交 y 轴于点 C .



- (1) 直接写出 A, B, C 三点的坐标；
- (2) 如图（1），作直线 $x = t$ ($0 < t < 4$)，分别交 x 轴，线段 BC ，抛物线 C_1 于 D, E, F 三点，连接 CF 。若 $\triangle BDE$ 与 $\triangle CEF$ 相似，求 t 的值；
- (3) 如图（2），将抛物线 C_1 平移得到抛物线 C_2 ，其顶点为原点。直线 $y = 2x$ 与抛物线 C_2 交于 O, G 两点，过 OG 的中点 H 作直线 MN （异于直线 OG ）交抛物线 C_2 于 M, N 两点，直线 MO 与直线 GN 交于点 P 。问点 P 是否在一条定直线上？若是，求该直线的解析式；若不是，请说明理由.

