

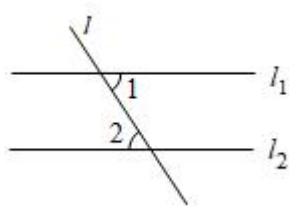
随州市 2022 年初中毕业升学考试数学试题

一、选择题

1. 2022 的倒数是 ()

- A. 2022 B. -2022 C. $\frac{1}{2022}$ D. $-\frac{1}{2022}$

2. 如图, 直线 $l_1 \parallel l_2$, 直线 l 与 l_1, l_2 相交, 若图中 $\angle 1 = 60^\circ$ 则 $\angle 2$ 为 ()



- A. 30° B. 40° C. 50° D. 60°

3. 小明同学连续 5 次测验的成绩分别为: 97, 97, 99, 101, 106 (单位: 分), 则这组数据的众数和平均数分别为 ()

- A. 97 和 99 B. 97 和 100 C. 99 和 100 D. 97 和 101

4. 如图是一个放在水平桌面上的半球体, 该几何体的三视图中完全相同的是 ()



- A. 主视图和左视图 B. 主视图和俯视图
C. 左视图和俯视图 D. 三个视图均相同

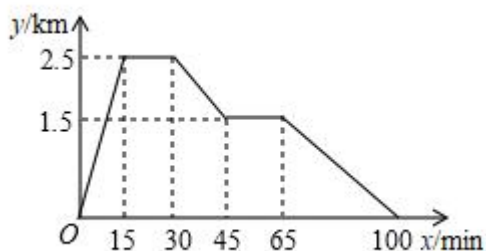
5. 我国元朝朱世杰所著的《算学启蒙》中记载: “良马日行二百四十里, 驽马日行一百五十里. 驽马先行十二日, 问良马几何追及之.” 意思是: “跑得快的马每天走 240 里, 跑得慢的马每天走 150 里, 慢马先走 12 天, 快马几天可以追上慢马?” 若设快马 x 天可以追上慢马, 则可列方程为 ()

- A. $150(12+x) = 240x$ B. $240(12+x) = 150x$
C. $150(x-12) = 240x$ D. $240(x-12) = 150x$

6. 2022 年 6 月 5 日 10 时 44 分 07 秒, 神舟 14 号飞船成功发射, 将陈冬、刘洋、蔡旭哲三位宇航员送入了中国空间站. 已知中国空间站绕地球运行的速度约为 $7.7 \times 10^3 \text{ m/s}$, 则中国空间站绕地球运行 $2 \times 10^2 \text{ s}$ 走过的路程 (m) 用科学记数法可表示为 ()

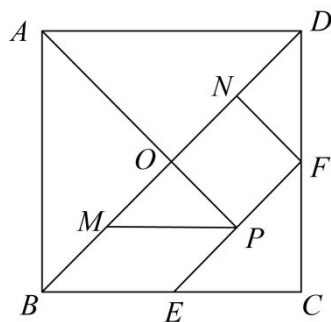
- A. 15.4×10^5 B. 1.54×10^6 C. 15.4×10^6 D. 1.54×10^7

7. 已知张强家、体育场、文具店在同一直线上. 下面的图象反映的过程是: 张强从家跑步去体育场, 在那里锻炼了一阵后又走到文具店去买笔, 然后散步走回家. 图中 x 表示时间, y 表示张强离家的距离. 则下列结论不正确的是 ()



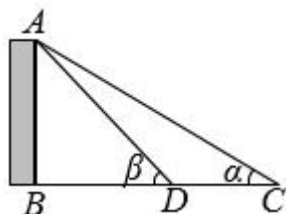
- A. 张强从家到体育场用了 15min B. 体育场离文具店 1.5km
C. 张强在文具店停留了 20min D. 张强从文具店回家用了 35min

8. 七巧板是一种古老的中国传统智力玩具, 如图, 在正方形纸板 $ABCD$ 中, BD 为对角线, E, F 分别为 BC, CD 的中点, $AP \perp EF$ 分别交 BD, EF 于 O, P 两点, M, N 分别为 BO, DC 的中点, 连接 AP, NF , 沿图中实线剪开即可得到一副七巧板, 则在剪开之前, 关于该图形, 下列说法: ①图中的三角形都是等腰直角三角形; ②四边形 $MPEB$ 是菱形; ③四边形 $PFDM$ 的面积占正方形 $ABCD$ 面积的 $\frac{1}{4}$. 正确的有 ()



- A. 只有① B. ①② C. ①③ D. ②③

9. 如图, 已知点 B, D, C 在同一直线的水平, 在点 C 处测得建筑物 AB 的顶端 A 的仰角为 α , 在点 D 处测得建筑物 AB 的顶端 A 的仰角为 β , $CD = a$, 则建筑物 AB 的高度为 ()



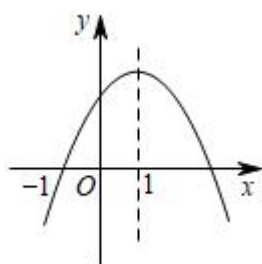
A. $\frac{a}{\tan \alpha - \tan \beta}$

B. $\frac{a}{\tan \beta - \tan \alpha}$

C. $\frac{a \tan \alpha \tan \beta}{\tan \alpha - \tan \beta}$

D. $\frac{a \tan \alpha \tan \beta}{\tan \beta - \tan \alpha}$

10. 如图，已知开口向下的抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与 x 轴交于点 $(-1, 0)$ 对称轴为直线 $x = 1$ 。则下列结论：① $abc > 0$ ；② $2a + b = 0$ ；③ 函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的最大值为 $-4a$ ；④ 若关于 x 的方程 $ax^2 + bx + c = a + 1$ 无实数根，则 $-\frac{1}{5} < a < 0$ 。正确的有 ()

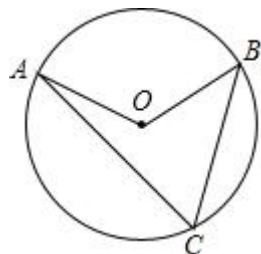


- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

二、填空题

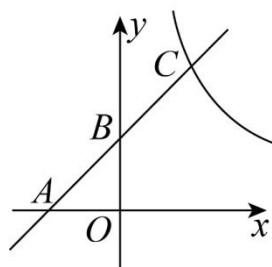
11. 计算： $3 \times (-1) + |-3| = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 如图，点 A, B, C 都在 $\odot O$ 上， $\angle ACB = 60^\circ$ ，则 $\angle AOB$ 的度数为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



13. 已知二元一次方程组 $\begin{cases} x + 2y = 4 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$ ，则 $x - y$ 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

14. 如图，在平面直角坐标系中，直线 $y = x + 1$ 与 x 轴， y 轴分别交于点 A, B，与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象在第一象限交于点 C，若 $AB = BC$ ，则 k 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



15. 已知 m 为正整数, 若 $\sqrt{189m}$ 是整数, 则根据 $\sqrt{189m} = \sqrt{3 \times 3 \times 3 \times 7m} = 3\sqrt{3 \times 7m}$ 可知 m 有最小值 $3 \times 7 = 21$. 设 n 为正整数, 若 $\sqrt{\frac{300}{n}}$ 是大于 1 的整数, 则 n 的最小值为_____, 最大值为_____.

16. 如图 1, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 8$, $AD = 6$, E, F 分别为 AB, AD 的中点, 连接 EF . 如图 2, 将 $\triangle AEF$ 绕点 A 逆时针旋转角 $\theta (0 < \theta < 90^\circ)$, 使 $EF \perp AD$, 连接 BE 并延长交 DF 于点 H , 则 $\angle BHD$ 的度数为_____, DH 的长为_____.

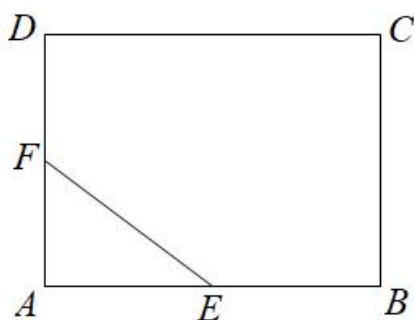


图1

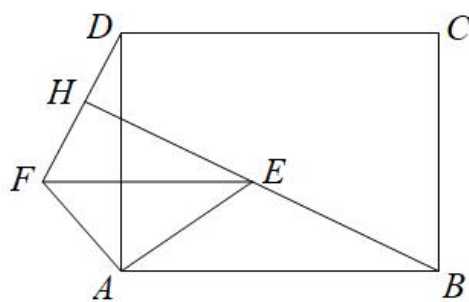


图2

三、解答题

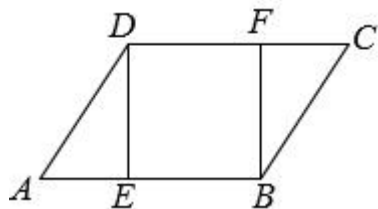
17. 解分式方程: $\frac{1}{x} = \frac{4}{x+3}$.

18. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 + (2k+1)x + k^2 + 1 = 0$ 有两个不等实数根 x_1, x_2 .

(1) 求 k 的取值范围;

(2) 若 $x_1 x_2 = 5$, 求 k 的值.

19. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 点 E, F 分别在边 AB, CD 上, 且四边形 $BEDF$ 为正方形.

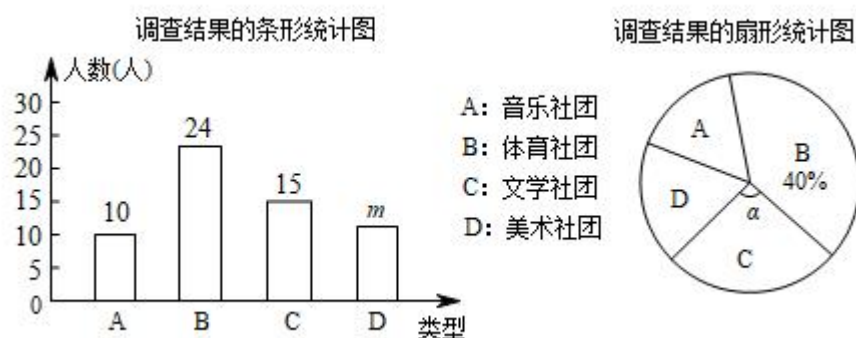


(1) 求证 $AE = CF$;

(2) 已知平行四边形 $ABCD$ 的面积为 20, $AB = 5$. 求 CF 的长.

20. 为落实国家“双减”政策, 立德中学在课后托管时间里开展了“音乐社团、体育社团、文学社团、美术社团”活动. 该校从全校 600 名学生中随机抽取了部分学生进行“你最喜欢哪一种社团活动 (每人必选且只选一种)”的问卷调查, 根据调查结果, 绘制了如图所示的

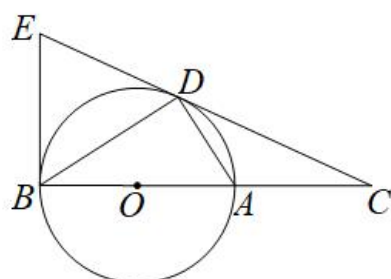
两幅不完整的统计图.



根据图中信息, 解答下列问题

- (1) 参加问卷调查的学生共有_____人;
- (2) 条形统计图中 m 的值为_____, 扇形统计图中 α 的度数为_____;
- (3) 根据调查结果, 可估计该校 600 名学生中最喜欢“音乐社团”的约有_____人;
- (4) 现从“文学社团”里表现优秀的甲、乙、丙、丁四名同学中随机选取两名参加演讲比赛, 请用列表或画树状图的方法求出恰好选中甲和乙两名同学的概率.

21. 如图, 已知 D 为 $\odot O$ 上一点, 点 C 在直径 BA 的延长线上, BE 与 $\odot O$ 相切, 交 CD 的延长线于点 E , 且 $BE = DE$.



(1) 判断 CD 与 $\odot O$ 的位置关系, 并说明理由;

(2) 若 $AC = 4$, $\sin C = \frac{1}{3}$,

①求 $\odot O$ 的半径;

②求 BD 的长.

22. 2022 年的冬奥会在北京举行, 其中冬奥会吉祥物“冰墩墩”深受人们喜爱, 多地出现了“一墩难求”的场面, 某纪念品商店在开始售卖当天提供 150 个“冰墩墩”后很快就被抢购一空. 该店决定让当天未购买到的顾客可通过预约在第二天优先购买, 并且从第二天起, 每天比前一天多供应 m 个 (m 为正整数) 经过连续 15 天的销售统计, 得到第 x 天 ($1 \leq x \leq 15$, 且 x 为正整数) 的供应量 y_1 (单位: 个) 和需求量 y_2 (单位: 个) 的部分数据如下表, 其中需求量 y_2 与 x 满足某二次函数关系. (假设当天预约的顾客第二天都会购买, 当天的需求

量不包括前一天的预约数)

第 x 天	1	2	...	6	...	11	...	15
供应量 y_1 (个)	150	$150 + m$	...	$150 + 5m$	...	$150 + 10m$	...	$150 + 14m$
需求量 y_2 (个)	220	229	...	245	...	220	...	164

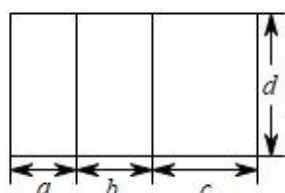
(1) 直接写出 y_1 与 x 和 y_2 与 x 的函数关系式; (不要求写出 x 的取值范围)

(2) 已知从第 10 天开始, 有需求的顾客都不需要预约就能购买到 (即前 9 天的总需求量超过总供应量, 前 10 天的总需求量不超过总供应量), 求 m 的值; (参考数据: 前 9 天的总需求量为 2136 个)

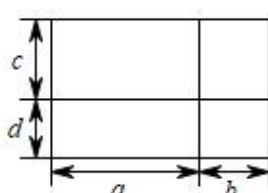
(3) 在第 (2) 问 m 取最小值的条件下, 若每个“冰墩墩”售价为 100 元, 求第 4 天与第 12 天的销售额.

23. 《几何原本》是古希腊数学家欧几里得的一部不朽著作, 是数学发展史的一个里程碑. 在该书的第 2 幕“几何与代数”部分, 记载了很多利用几何图形来论证的代数结论, 利用几何给人以强烈印象将抽象的逻辑规律体现在具体的图形之中.

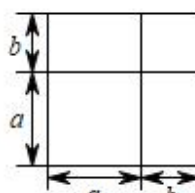
(1) 我们在学习许多代数公式时, 可以用几何图形来推理, 观察下列图形, 找出可以推出的代数公式, (下面各图形均满足推导各公式的条件, 只需填写对应公式的序号)



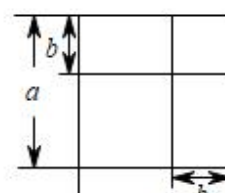
(图1)



(图2)



(图3)



(图4)

公式①: $(a+b+c)d = ad + bd + cd$

公式②: $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$

公式③: $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

公式④: $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

图 1 对应公式_____, 图 2 对应公式_____, 图 3 对应公式_____, 图 4 对应公式_____;

(2) 《几何原本》中记载了一种利用几何图形证明平方差公式 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ 的方法, 如图 5, 请写出证明过程; (已知图中各四边形均为矩形)

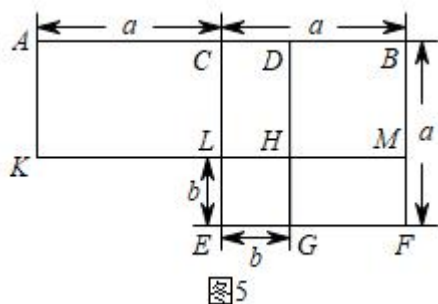


图5

(3) 如图 6, 在等腰直角三角形 ABC 中, $\angle BAC = 90^\circ$, D 为 BC 的中点, E 为边 AC 上任意一点 (不与端点重合), 过点 E 作 $EG \perp BC$ 于点 G , 作 $EH \perp AD$ 于点 H , 过点 B 作 $BF \parallel AC$ 交 EG 的延长线于点 F . 记 $\triangle BFG$ 与 $\triangle CEG$ 的面积之和为 S_1 , $\triangle ABD$ 与 $\triangle AEH$ 的面积之和为 S_2 .

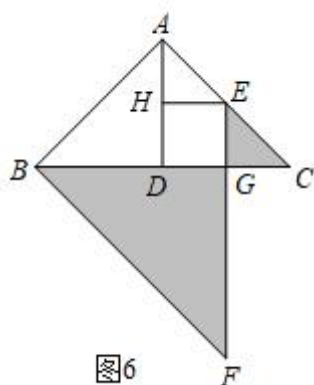


图6

①若 E 为边 AC 的中点, 则 $\frac{S_1}{S_2}$ 的值为_____;

②若 E 不为边 AC 的中点时, 试问①中的结论是否仍成立? 若成立, 写出证明过程; 若不成立, 请说明理由.

24. 如图 1, 平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a < 0$) 与 x 轴分则点 A 和点 $B(1,0)$, 与 y 轴交于点 C , 对称轴为直线 $x = -1$, 且 $OA = OC$, P 为抛物线上一动点.

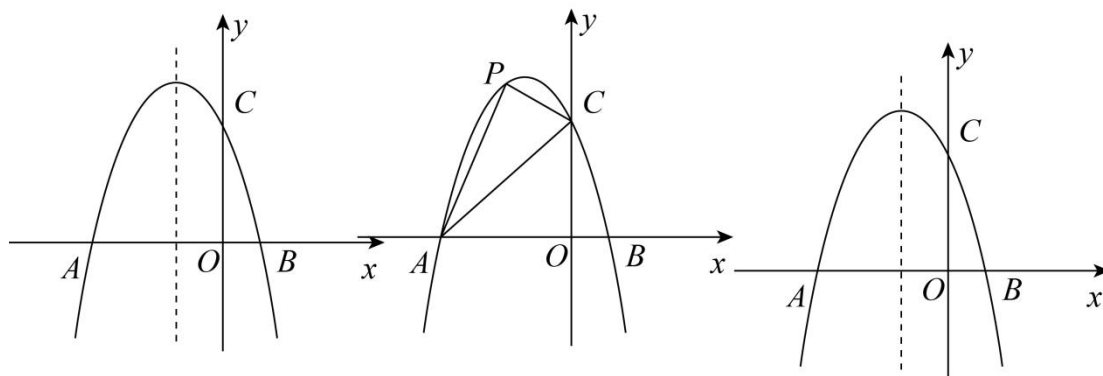


图 1

图 2

- (1) 直接写出抛物线的解析式；
- (2) 如图 2，连接 AC ，当点 P 在直线 AC 上方时，求四边形 $PABC$ 面积的最大值，并求出此时 P 点的坐标；
- (3) 设 M 为抛物线对称轴上一动点，当 P, M 运动时，在坐标轴上是否存在点 N ，使四边形 $PMCN$ 为矩形？若存在，直接写出点 P 及其对应点 N 的坐标；若不存在，请说明理由。