

2022 年湖北省鄂州市初中毕业生学业水平考试数学真题

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共计 30 分）

1. 实数 9 的相反数等于（ ）

- A. -9 B. $+9$ C. $\frac{1}{9}$ D. $-\frac{1}{9}$

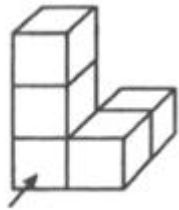
2. 下列计算正确的是（ ）

- A. $b+b^2=b^3$ B. $b^6 \div b^3=b^2$ C. $(2b)^3=6b^3$ D. $3b-2b=b$

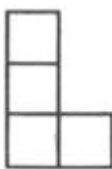
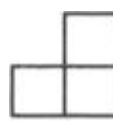
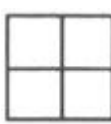
3. 孙权于公元 221 年 4 月自公安“都鄂”，在西山东麓营建吴王城，并取“以武而昌”之意，改鄂县为武昌，下面四个汉字中，可以看作是轴对称图形的是（ ）

- A. 以 B. 武 C. 而 D. 昌

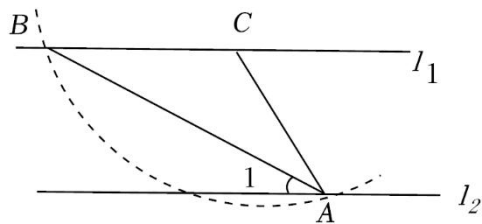
4. 如图所示的几何体是由 5 个完全相同的小正方体组成，它的主视图是（ ）



正面

- A.  B.  C.  D. 

5. 如图，直线 $l_1 \parallel l_2$ ，点 C 、 A 分别在 l_1 、 l_2 上，以点 C 为圆心， CA 长为半径画弧，交 l_1 于点 B ，连接 AB 。若 $\angle BCA = 150^\circ$ ，则 $\angle 1$ 的度数为（ ）



- A. 10° B. 15° C. 20° D. 30°

6. 生物学中，描述、解释和预测种群数量的变化，常常需要建立数学模型。在营养和生存空间没有限制的情况下，某种细胞可通过分裂来繁殖后代，我们就用数学模型 2^n 来表示。即： $2^1=2$ ， $2^2=4$ ， $2^3=8$ ， $2^4=16$ ， $2^5=32$ ，……，请你推算 2^{2022} 的个位数字是（ ）

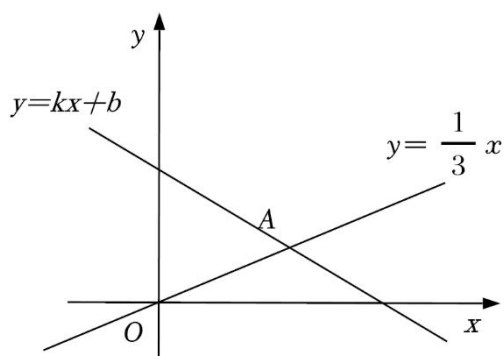
A. 8

B. 6

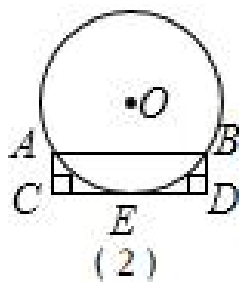
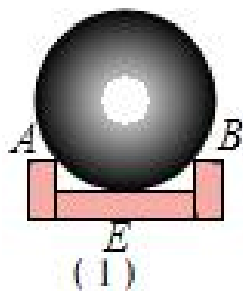
C. 4

D. 2

7. 数形结合是解决数学问题常用的思想方法. 如图, 一次函数 $y=kx+b$ (k 、 b 为常数, 且 $k<0$) 的图象与直线 $y=\frac{1}{3}x$ 都经过点 $A(3, 1)$, 当 $kx+b<\frac{1}{3}x$ 时, x 的取值范围是 ()

A. $x > 3$ B. $x < 3$ C. $x < 1$ D. $x > 1$

8. 工人师傅为检测该厂生产的一种铁球的大小是否符合要求, 设计了一个如图 (1) 所示的工件槽, 其两个底角均为 90° , 将形状规则的铁球放入槽内时, 若同时具有图 (1) 所示的 A 、 B 、 E 三个接触点, 该球的大小就符合要求. 图 (2) 是过球心及 A 、 B 、 E 三点的截面示意图, 已知 $\odot O$ 的直径就是铁球的直径, AB 是 $\odot O$ 的弦, CD 切 $\odot O$ 于点 E , $AC \perp CD$ 、 $BD \perp CD$, 若 $CD=16\text{cm}$, $AC=BD=4\text{cm}$, 则这种铁球的直径为 ()



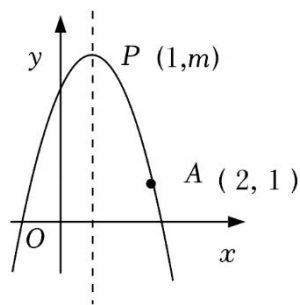
A. 10cm

B. 15cm

C. 20cm

D. 24cm

9. 如图, 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ (a 、 b 、 c 为常数, 且 $a \neq 0$) 的图像顶点为 $P(1, m)$, 经过点 $A(2, 1)$; 有以下结论: ① $a < 0$; ② $abc > 0$; ③ $4a+2b+c=1$; ④ $x > 1$ 时, y 随 x 的增大而减小; ⑤ 对于任意实数 t , 总有 $at^2+bt \leq a+b$, 其中正确的有 ()



A. 2 个

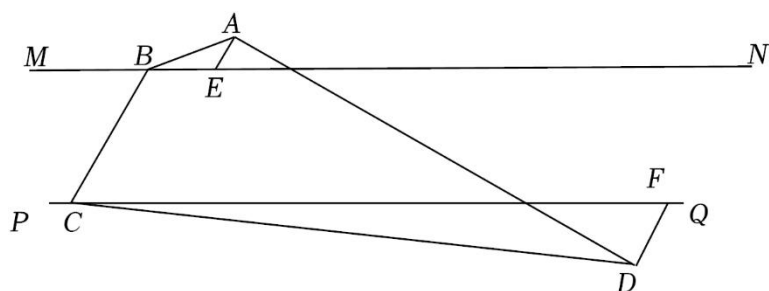
B. 3 个

C. 4 个

D. 5 个

10. 如图, 定直线 $MN \parallel PQ$, 点 B 、 C 分别为 MN 、 PQ 上的动点, 且 $BC=12$, BC 在两直线间运动过程中始

终有 $\angle BCQ=60^\circ$. 点 A 是 MN 上方一定点, 点 D 是 PQ 下方一定点, 且 $AE \parallel BC \parallel DF$, $AE=4$, $DF=8$, $AD=24\sqrt{3}$, 当线段 BC 在平移过程中, $AB+CD$ 的最小值为 ()



- A. $24\sqrt{13}$ B. $24\sqrt{15}$ C. $12\sqrt{13}$ D. $12\sqrt{15}$

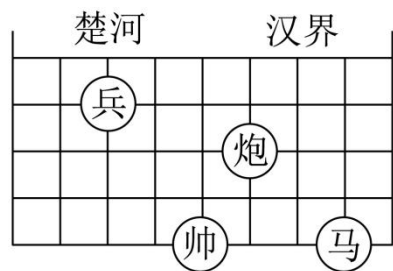
二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共计 18 分)

11. 化简: $\sqrt{4} = \underline{\hspace{2cm}}$.

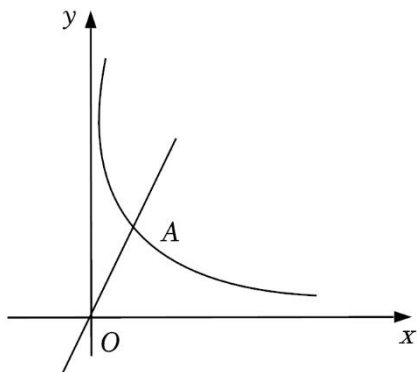
12. 为了落实“双减”, 增强学生体质, 阳光学校篮球兴趣小组开展投篮比赛活动. 6 名选手投中篮圈的个数分别为 2, 3, 3, 4, 3, 5, 则这组数据的众数是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

13. 若实数 a 、 b 分别满足 $a^2 - 4a + 3 = 0$, $b^2 - 4b + 3 = 0$, 且 $a \neq b$, 则 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

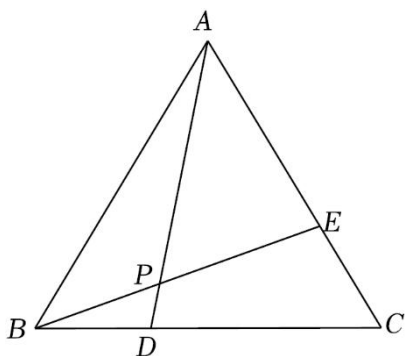
14. 中国象棋文化历史悠久. 某校开展了以“纵横之间有智意 攻防转换有乐趣”为主题的中国象棋文化节, 如图所示是某次对弈的残局图, 如果建立平面直角坐标系, 使“帥”位于点 $(-1, -2)$, “馬”位于点 $(2, -2)$, 那么“兵”在同一坐标系下的坐标是 $\underline{\hspace{2cm}}$.



15. 如图, 已知直线 $y = 2x$ 与双曲线 $y = \frac{k}{x}$ (k 为大于零的常数, 且 $x > 0$) 交于点 A , 若 $OA = \sqrt{5}$, 则 k 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



16. 如图, 在边长为 6 的等边 $\triangle ABC$ 中, D 、 E 分别为边 BC 、 AC 上的点, AD 与 BE 相交于点 P , 若 $BD=CE=2$, 则 $\triangle ABP$ 的周长为 _____.

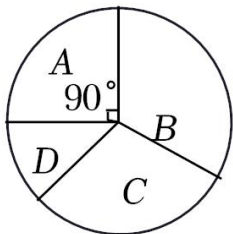


三、解答题 (本大题共 8 小题, 共计 72 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

17. 先化简, 再求值: $\frac{a^2}{a+1} - \frac{1}{a+1}$, 其中 $a=3$.

18. . 为庆祝中国共产主义青年团成立 100 周年, 某校举行了“青年大学习, 强国有我”知识竞赛活动. 李老 师赛后随机抽取了部分学生的成绩 (单位: 分, 均为整数), 按成绩划分为 A 、 B 、 C 、 D 四个等级, 并制作 了如下统计图表 (部分信息未给出):

等级	成绩 x /分	人数
A	$90 \leq x \leq 100$	15
B	$80 \leq x < 90$	a
C	$70 \leq x < 80$	18
D	$x < 70$	7

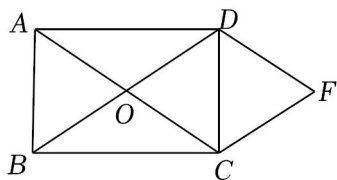


(1) 表中 $a =$ _____, C 等级对应的圆心角度数为 _____;

(2) 若全校共有 600 名学生参加了此次竞赛, 成绩 A 等级的为优秀, 则估计该校成绩为 A 等级的学生共有多少人?

(3) 若 A 等级 15 名学生中有 3 人满分, 设这 3 名学生分别为 T_1, T_2, T_3 , 从其中随机抽取 2 人参加市级决赛, 请用列表或树状图的方法求出恰好抽到 T_1, T_2 的概率.

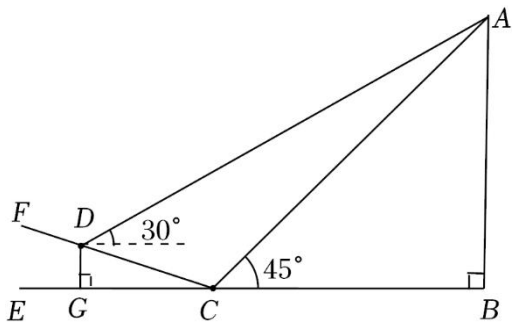
19. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, 对角线 AC, BD 相交于点 O , 且 $\angle CDF = \angle BDC, \angle DCF = \angle ACD$.



(1) 求证: $DF = CF$;

(2) 若 $\angle CDF = 60^\circ, DF = 6$, 求矩形 $ABCD$ 的面积.

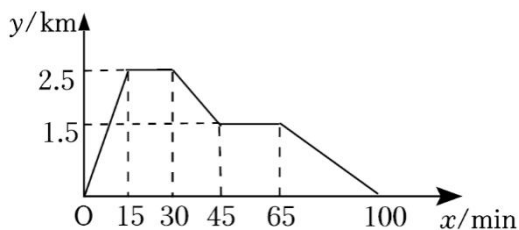
20. 亚洲第一、中国唯一的航空货运枢纽——鄂州花湖机场, 于 2022 年 3 月 19 日完成首次全货运试飞, 很多市民共同见证了这一历史时刻. 如图, 市民甲在 C 处看见飞机 A 的仰角为 45° , 同时另一市民乙在斜坡 CF 上的 D 处看见飞机 A 的仰角为 30° , 若斜坡 CF 的坡比 $= 1:3$, 铅垂高度 $DG = 30$ 米 (点 E, G, C, B 在同一水平线上). 求:



(1) 两位市民甲、乙之间的距离 CD ;

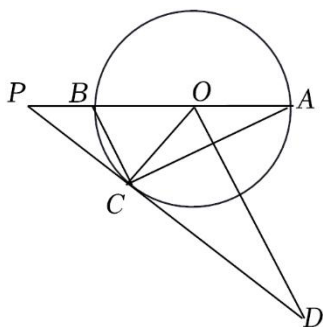
(2) 此时飞机的高度 AB , (结果保留根号)

21. 在“看图说故事”活动中, 某学习小组设计了一个问题情境: 小明从家跑步去体育场, 在那里锻炼了一阵后又走到文具店买圆规, 然后散步走回家. 小明离家的距离 y (km) 与他所用的时间 x (min) 的关系如图所示:



- (1) 小明家离体育场的距离为_____km, 小明跑步的平均速度为_____km/min;
- (2) 当 $15 \leq x \leq 45$ 时, 请直接写出 y 关于 x 的函数表达式;
- (3) 当小明离家 2km 时, 求他离开家所用的时间.

22. 如图, $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, P 是 $\odot O$ 的直径 AB 延长线上一点, $\angle PCB = \angle OAC$, 过点 O 作 BC 的平行线交 PC 的延长线于点 D .



- (1) 试判断 PC 与 $\odot O$ 的位置关系, 并说明理由;
- (2) 若 $PC = 4$, $\tan A = \frac{1}{2}$, 求 $\triangle OCD$ 的面积.

23. 某数学兴趣小组运用《几何画板》软件探究 $y = ax^2$ ($a > 0$) 型抛物线图象. 发现: 如图 1 所示, 该类型图象上任意一点 M 到定点 $F(0, \frac{1}{4a})$ 的距离 MF , 始终等于它到定直线 $l: y = -\frac{1}{4a}$ 上的距离 MN (该结论不需要证明), 他们称: 定点 F 为图象的焦点, 定直线 l 为图象的准线, $y = -\frac{1}{4a}$ 叫做抛物线的准线方程. 其中原点 O 为 FH 的中点, $FH = 2OF = \frac{1}{2a}$, 例如, 抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2$, 其焦点坐标为 $F(0, \frac{1}{2})$, 准线方程为 $l: y = -\frac{1}{2}$. 其中 $MF = MN$, $FH = 2OH = 1$.

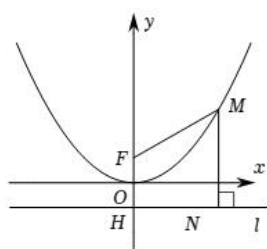


图 1

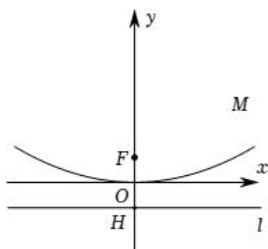


图 2

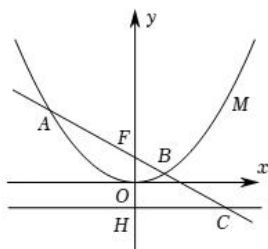


图 3

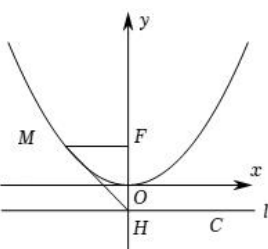


图 4

(1) 【基础训练】

请分别直接写出抛物线 $y = 2x^2$ 的焦点坐标和准线 l 的方程: _____, _____.

(2) 【技能训练】

如图 2 所示, 已知抛物线 $y = \frac{1}{8}x^2$ 上一点 P 到准线 l 的距离为 6, 求点 P 的坐标;

(3) 【能力提升】

如图 3 所示, 已知过抛物线 $y = ax^2$ ($a > 0$) 的焦点 F 的直线依次交抛物线及准线 l 于点 A 、 B 、 C . 若 $BC = 2BF$, $AF = 4$, 求 a 的值;

(4) 【拓展升华】

古希腊数学家欧多克索斯在深入研究比例理论时, 提出了分线段的“中末比”问题: 点 C 将一条线段 AB 分为两段 AC 和 CB , 使得其中较长一段 AC 是全线段 AB 与另一段 CB 的比例中项, 即满足: $\frac{AC}{AB} = \frac{BC}{AC} =$

$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$. 后人把 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 这个数称为“黄金分割”把点 C 称为线段 AB 的黄金分割点.

如图 4 所示, 抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2$ 的焦点 F (0, 1), 准线 l 与 y 轴交于点 H (0, -1), E 为线段 HF 的黄金分割点, 点 M 为 y 轴左侧的抛物线上一点. 当 $\frac{MH}{MF} = \sqrt{2}$ 时, 请直接写出 $\triangle HME$ 的面积值.

24. 如图 1, 在平面直角坐标系中, $Rt\triangle OAB$ 的直角边 OA 在 y 轴的正半轴上, 且 $OA=6$, 斜边 $OB=10$, 点 P 为线段 AB 上一动点.

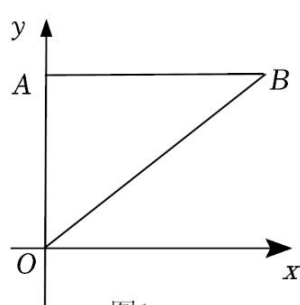


图1

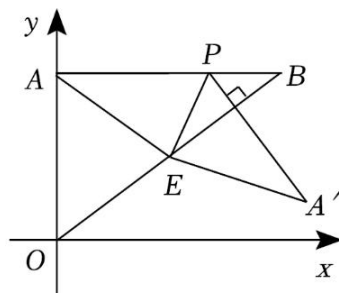


图2

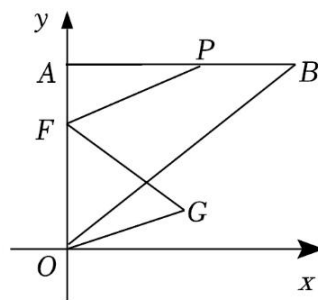


图3

(1) 请直接写出点 B 的坐标;

(2) 若动点 P 满足 $\angle POB=45^\circ$, 求此时点 P 的坐标;

(3) 如图 2, 若点 E 为线段 OB 的中点, 连接 PE , 以 PE 为折痕, 在平面内将 $\triangle APE$ 折叠, 点 A 的对应点为 A' , 当 $PA' \perp OB$ 时, 求此时点 P 的坐标;

(4) 如图 3, 若 F 为线段 AO 上一点, 且 $AF=2$, 连接 FP , 将线段 FP 绕点 F 顺时针方向旋转 60° 得线段 FG , 连接 OG , 当 OG 取最小值时, 请直接写出 OG 的最小值和此时线段 FP 扫过的面积.

