

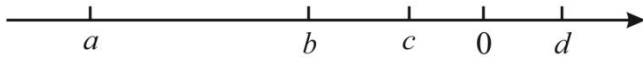
荆州市 2022 年初中学业水平考试数学试题

一、选择题 (本大题共有 10 个小题, 每小题 3 分, 共 30 分)

1. 化简 $a - 2a$ 的结果是 ()

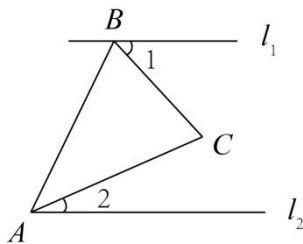
- A. $-a$ B. a C. $3a$ D. 0

2. 实数 a, b, c, d 在数轴上对应点的位置如图, 其中有一对互为相反数, 它们是 ()



- A. a 与 d B. b 与 d C. c 与 d D. a 与 c

3. 如图, 直线 $l_1 \parallel l_2$, $AB = AC$, $\angle BAC = 40^\circ$, 则 $\angle 1 + \angle 2$ 的度数是 ()



- A. 60° B. 70° C. 80° D. 90°

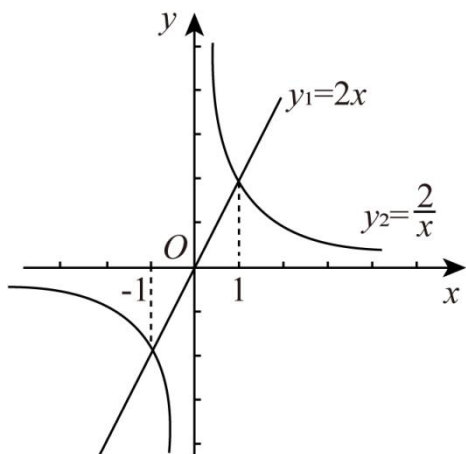
4. 从班上 13 名排球队员中, 挑选 7 名个头高的参加校排球比赛. 若这 13 名队员的身高各不相同, 其中队员小明想知道自己能否入选, 只需知道这 13 名队员身高数据的 ()

- A. 平均数 B. 中位数 C. 最大值 D. 方差

5. “爱劳动, 劳动美.” 甲、乙两同学同时从家里出发, 分别到距家 6km 和 10km 的实践基地参加劳动. 若甲、乙的速度比是 3:4, 结果甲比乙提前 20min 到达基地, 求甲、乙的速度. 设甲的速度为 $3x \text{ km/h}$, 则依题意可列方程为 ()

- A. $\frac{6}{3x} + \frac{1}{3} = \frac{10}{4x}$ B. $\frac{6}{3x} + 20 = \frac{10}{4x}$ C. $\frac{6}{3x} - \frac{10}{4x} = \frac{1}{3}$ D. $\frac{6}{3x} - \frac{10}{4x} = 20$

6. 如图是同一坐标系中函数 $y_1 = 2x$ 和 $y_2 = \frac{2}{x}$ 的图象. 观察图象可得不等式 $2x > \frac{2}{x}$ 的解集为 ()

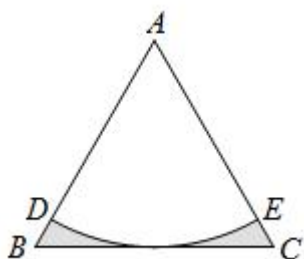


- A. $-1 < x < 1$ B. $x < -1$ 或 $x > 1$ C. $x < -1$ 或 $0 < x < 1$ D. $-1 < x < 0$ 或 $x > 1$

7. 关于 x 的方程 $x^2 - 3kx - 2 = 0$ 实数根的情况, 下列判断正确的是 ()

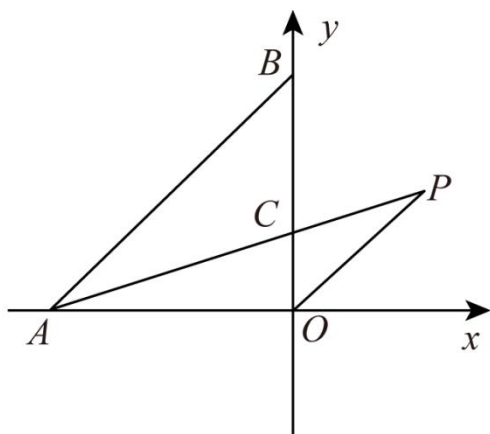
- A. 有两个相等实数根 B. 有两个不相等实数根 C. 没有实数根 D. 有一个实数根

8. 如图, 以边长为 2 的等边 $\triangle ABC$ 顶点 A 为圆心、一定的长为半径画弧, 恰好与 BC 边相切, 分别交 AB , AC 于 D , E , 则图中阴影部分的面积是 ()



- A. $\sqrt{3} - \frac{\pi}{4}$ B. $2\sqrt{3} - \pi$ C. $\frac{(6-\pi)\sqrt{3}}{3}$ D. $\sqrt{3} - \frac{\pi}{2}$

9. 如图, 在平面直角坐标系中, 点 A , B 分别在 x 轴负半轴和 y 轴正半轴上, 点 C 在 OB 上, $OC:BC = 1:2$, 连接 AC , 过点 O 作 $OP \parallel AB$ 交 AC 的延长线于 P . 若 $P(1,1)$, 则 $\tan \angle OAP$ 的值是 ()



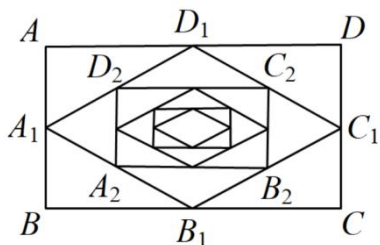
A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. $\frac{1}{3}$

D. 3

10. 如图，已知矩形 $ABCD$ 的边长分别为 a, b ，进行如下操作：第一次，顺次连接矩形 $ABCD$ 各边的中点，得到四边形 $A_1B_1C_1D_1$ ；第二次，顺次连接四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 各边的中点，得到四边形 $A_2B_2C_2D_2$ ；…如此反复操作下去，则第 n 次操作后，得到四边形 $A_nB_nC_nD_n$ 的面积是（ ）



A. $\frac{ab}{2^n}$

B. $\frac{ab}{2^{n-1}}$

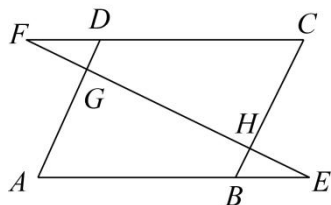
C. $\frac{ab}{2^{n+1}}$

D. $\frac{ab}{2^{2n}}$

二、填空题（本大题共 6 个小题，每小题 3 分，共 18 分）

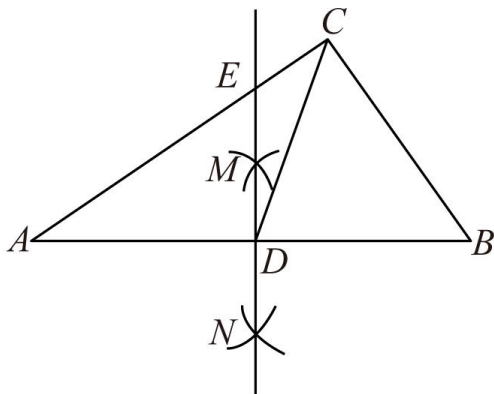
11. 一元二次方程 $x^2 - 4x + 3 = 0$ 配方为 $(x-2)^2 = k$ ，则 k 的值是_____.

12. 如图，点 E, F 分别在 $\square ABCD$ 的边 AB, CD 的延长线上，连接 EF ，分别交 AD, BC 于 G, H 。添加一个条件使 $\triangle AEG \cong \triangle CFH$ ，这个条件可以是_____。（只需写一种情况）

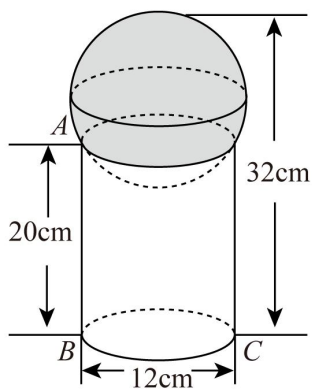


13. 若 $3 - \sqrt{2}$ 的整数部分为 a ，小数部分为 b ，则代数式 $(2 + \sqrt{2}a) \cdot b$ 的值是_____.

14. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ，通过尺规作图得到的直线 MN 分别交 AB, AC 于 D, E ，连接 CD 。若 $CE = \frac{1}{3}AE = 1$ ，则 $CD =$ _____.



15. 如图，将一个球放置在圆柱形玻璃瓶上，测得瓶高 $AB = 20\text{cm}$ ，底面直径 $BC = 12\text{cm}$ ，球的最高点到瓶底面的距离为 32cm ，则球的半径为 _____ cm （玻璃瓶厚度忽略不计）。



16. 规定：两个函数 y_1 ， y_2 的图象关于 y 轴对称，则称这两个函数互为“ Y 函数”。例如：函数 $y_1 = 2x + 2$ 与 $y_2 = -2x + 2$ 的图象关于 y 轴对称，则这两个函数互为“ Y 函数”。若函数 $y = kx^2 + 2(k-1)x + k-3$ （ k 为常数）的“ Y 函数”图象与 x 轴只有一个交点，则其“ Y 函数”的解析式为 _____。

三、解答题（本大题共有 8 个小题，共 72 分）

17. 已知方程组 $\begin{cases} x + y = 3 \text{ ①} \\ x - y = 2 \text{ ②} \end{cases}$ 的解满足 $2kx - 3y < 5$ ，求 k 的取值范围。

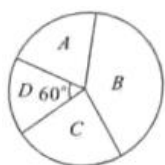
18. 先化简，再求值：

$$\left(\frac{a}{a^2 - b^2} - \frac{1}{a + b} \right) \div \frac{b}{a^2 - 2ab + b^2}, \text{ 其中 } a = \left(\frac{1}{3} \right)^{-1}, b = (-2022)^0.$$

19. 为弘扬荆州传统文化，我市将举办中小学生“知荆州、爱荆州、兴荆州”知识竞赛活动。某校举办选拔赛后，随机抽取了部分学生的成绩，按成绩（百分制）分为 A ， B ， C ， D 四个等级，并绘制了如下不完整的统计图表。

等级	成绩 (x)	人数

A	$90 < x \leq 100$	m
B	$80 < x \leq 90$	24
C	$70 < x \leq 80$	14
D	$x \leq 70$	10



根据图表信息，回答下列问题：

- (1) 表中 $m =$ _____；扇形统计图中， B 等级所占百分比是 _____， C 等级对应的扇形圆心角为 _____ 度；
- (2) 若全校有 1400 人参加了此次选拔赛，则估计其中成绩为 A 等级的共有 _____ 人；
- (3) 若全校成绩为 100 分的学生有甲、乙、丙、丁 4 人，学校将从这 4 人中随机选出 2 人参加市级竞赛。请通过列表或画树状图，求甲、乙两人至少有 1 人被选中的概率。

20. 如图，在 10×10 的正方形网格中，小正方形的顶点称为格点，顶点均在格点上的图形称为格点图形，图中 $\triangle ABC$ 为格点三角形。请按要求作图，不需证明。

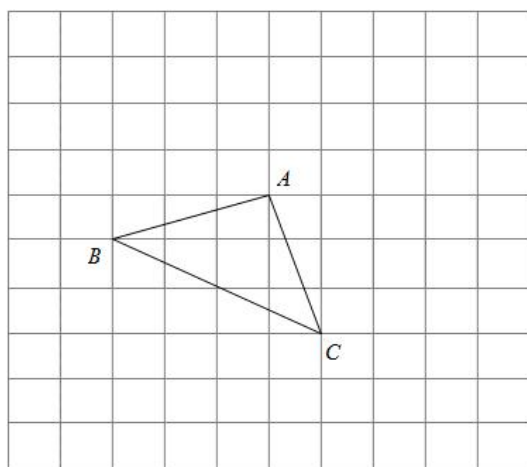


图1

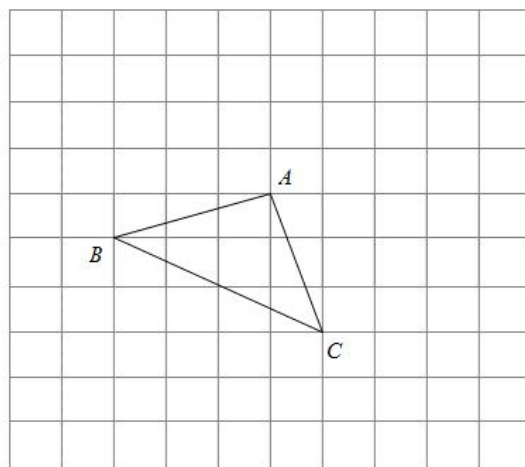
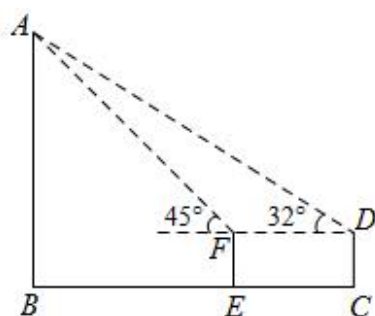


图2

- (1) 在图 1 中，作出与 $\triangle ABC$ 全等的所有格点三角形，要求所作格点三角形与 $\triangle ABC$ 有一条公共边，且不与 $\triangle ABC$ 重叠；
- (2) 在图 2 中，作出以 BC 为对角线的所有格点菱形。

21. 荆州城徽“金凤腾飞”立于古城东门外。如图，某校学生测量其高 AB (含底座)，先在点 C 处用测角仪测得其顶端 A 的仰角为 32° ，再由点 C 向城徽走 $6.6m$ 到 E 处，测得顶端 A 的仰角为 45° ，已知 B, E, C 三

点在同一直线上，测角仪离地面的高度 $CD = EF = 1.5m$ ，求城徽的高 AB 。（参考数据： $\sin 32^\circ \approx 0.530$ ， $\cos 32^\circ \approx 0.848$ ， $\tan 32^\circ \approx 0.625$ ）



22. 小华同学学习函数知识后，对函数 $y = \begin{cases} 4x^2 & (-1 < x \leq 0) \\ -\frac{4}{x} & (x \leq -1 \text{ 或 } x > 0) \end{cases}$ 通过列表、描点、连线，画出了如图 1 所示的图象.

x	$\cdots$	-4	-3	-2	-1	$-\frac{3}{4}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	0	1	2	3	4	$\cdots$
y	$\cdots$	1	$\frac{4}{3}$	2	4	$\frac{9}{4}$	1	$\frac{1}{4}$	0	-4	-2	$-\frac{4}{3}$	-1	$\cdots$

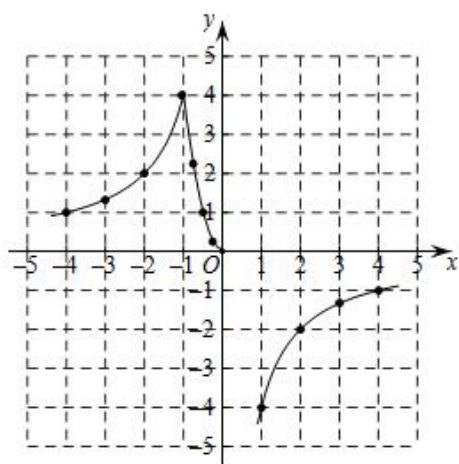


图1

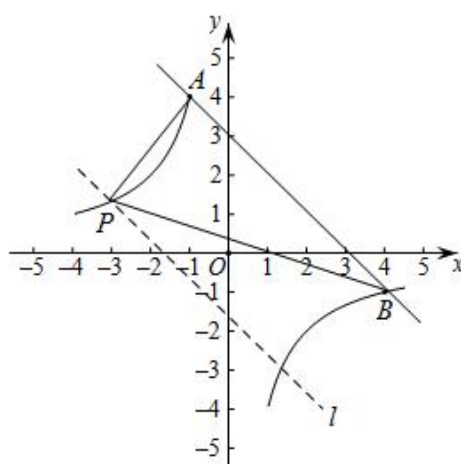


图2

请根据图象解答：

(1) 【观察发现】①写出函数的两条性质：_____；_____；②若函数图象上的两点 (x_1, y_1) ， (x_2, y_2) 满足 $x_1 + x_2 = 0$ ，则 $y_1 + y_2 = 0$ 一定成立吗？_____。（填“一定”或“不一定”）

(2) 【延伸探究】如图 2，将过 $A(-1, 4)$ ， $B(4, -1)$ 两点的直线向下平移 n 个单位长度后，得到直线 l 与函数 $y = -\frac{4}{x} (x \leq -1)$ 的图象交于点 P ，连接 PA ， PB 。

①求当 $n=3$ 时, 直线 l 的解析式和 $\triangle PAB$ 的面积;

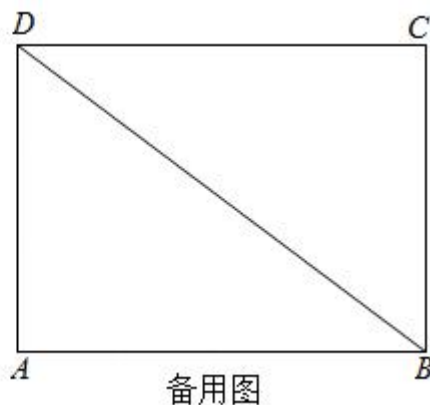
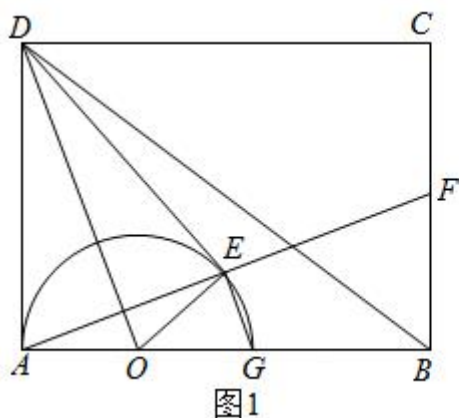
②直接用含 n 的代数式表示 $\triangle PAB$ 的面积.

23. 某企业投入 60 万元 (只计入第一年成本) 生产某种产品, 按网上订单生产并销售 (生产量等于销售量). 经测算, 该产品网上每年的销售量 y (万件) 与售价 x (元/件) 之间满足函数关系式 $y=24-x$, 第一年除 60 万元外其他成本为 8 元/件.

(1) 求该产品第一年的利润 w (万元) 与售价 x 之间的函数关系式;

(2) 该产品第一年利润为 4 万元, 第二年将它全部作为技改资金再次投入 (只计入第二年成本) 后, 其他成本下降 2 元/件. ①求该产品第一年的售价; ②若第二年售价不高于第一年, 销售量不超过 13 万件, 则第二年利润最少是多少万元?

24. 如图 1, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=4$, $AD=3$, 点 O 是边 AB 上一个动点 (不与点 A 重合), 连接 OD , 将 $\triangle OAD$ 沿 OD 折叠, 得到 $\triangle OED$; 再以 O 为圆心, OA 的长为半径作半圆, 交射线 AB 于 G , 连接 AE 并延长交射线 BC 于 F , 连接 EG , 设 $OA=x$.



(1) 求证: DE 是半圆 O 的切线;

(2) 当点 E 落在 BD 上时, 求 x 的值;

(3) 当点 E 落在 BD 下方时, 设 $\triangle AGE$ 与 $\triangle AFB$ 面积的比值为 y , 确定 y 与 x 之间的函数关系式;

(4) 直接写出: 当半圆 O 与 $\triangle BCD$ 的边有两个交点时, x 的取值范围.

