

浙江省 2023 年初中学业水平考试（衢州卷）

数学试题卷

考生须知：

- 1.全卷共有三大题，24 小题，共 6 页.满分为 120 分，考试时间为 120 分钟.
- 2.答题前，请用黑色字迹的钢笔或签字笔将姓名、准考证号分别填写在“答题纸”的相应位置上，不要漏写.
- 3.全卷分为卷 I（选择题）和卷 II（非选择题）两部分，全部在“答题纸”上作答，做在试题卷上无效.卷 I 的答案必须用 2B 铅笔填涂；卷 II 的答案必须用黑色字迹的钢笔或签字笔写在“答题纸”相应位置上.本次考试不允许使用计算器.画图先用 2B 铅笔，确定无误后用钢笔或签字笔描黑.

参考公式：

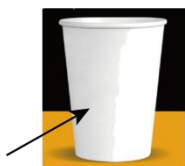
二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$) 图象的顶点坐标是 $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right)$.

卷 I

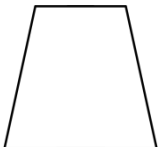
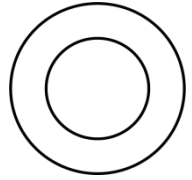
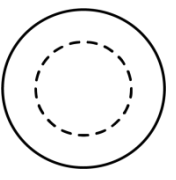
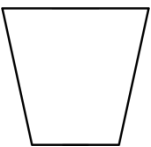
说明：本卷共有 1 大题，10 小题，共 30 分.请用 2B 铅笔在答题纸上将你认为正确的选项对应的小方框涂黑、涂满.

一、选择题（本题共有 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. 手机信号的强弱通常采用负数来表示，绝对值越小表示信号越强（单位：dBm），则下列信号最强的是（ ）
A. -50 B. -60 C. -70 D. -80
2. 如图是国家级非物质文化遗产衢州莹白瓷的直口杯，它的主视图是（ ）



主视方向

- A.  B.  C.  D. 

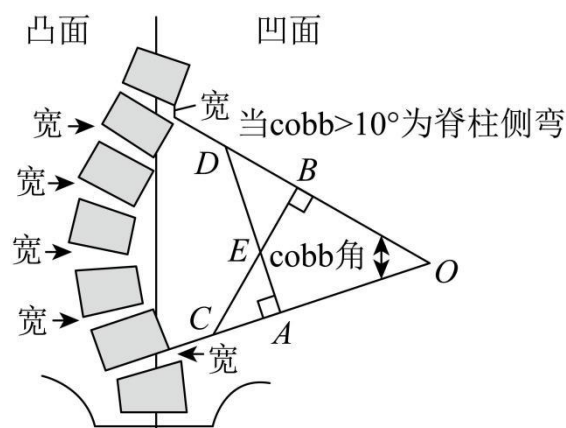
3. 下列运算，结果正确的是（ ）
A. $3a + 2a = 5a^2$ B. $3a - 2a = 1$ C. $a^2 \cdot a^3 = a^5$ D. $a \div a^2 = a$
4. 某公司 5 名员工在一次义务募捐中的捐款额为（单位：元）：30，50，50，60，60. 若捐款最少的员工又多捐了 20 元，则分析这 5 名员工捐款额的数据时，不受影响的统计量是（ ）

- A. 平均数 B. 中位数 C. 众数 D. 方差

5. 下列各组数满足方程 $2x + 3y = 8$ 的是 ()

- A. $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases}$

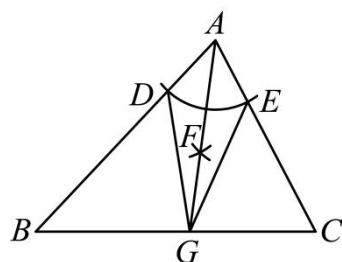
6. 如图是脊柱侧弯的检测示意图，在体检时为方便测出 Cobb 角 $\angle O$ 的大面小，需将 $\angle O$ 转化为与它相等的角，则图中与 $\angle O$ 相等的角是 ()



- A. $\angle BEA$ B. $\angle DEB$ C. $\angle ECA$ D. $\angle ADO$

7. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，以点 A 为圆心，适当长为半径画弧，分别交 AB ， AC 于点 D ， E 。分别以点 D ， E 为圆心，大于 $\frac{1}{2}DE$ 长为半径画弧，交于 $\angle BAC$ 内一点 F 。连结 AF 并延长，交 BC 于点 G 。连结 DG ， EG 。

添加下列条件，不能使 $BG = CG$ 成立的是 ()

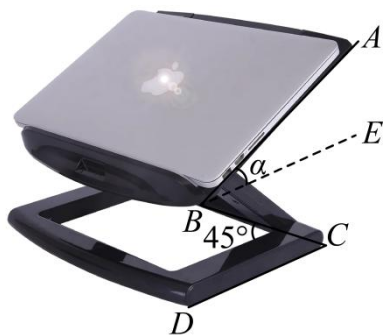


- A. $AB = AC$ B. $AG \perp BC$ C. $\angle DGB = \angle EGC$ D. $AG = AC$

8. 某人患了流感，经过两轮传染后共有 36 人患了流感。设每一轮传染中平均每人传染了 x 人，则可得到方程 ()

- A. $x + (1+x) = 36$ B. $2(1+x) = 36$ C. $1 + x + x(1+x) = 36$ D. $1 + x + x^2 = 36$

9. 如图，一款可调节的笔记本电脑支架放置在水平桌面上，调节杆 $BC = \sqrt{2}a$ ， $AB = b$ ， AB 的最大仰角为 α 。当 $\angle C = 45^\circ$ 时，则点 A 到桌面的最大高度是 ()



- A. $a + \frac{b}{\cos a}$ B. $a + \frac{b}{\sin a}$ C. $a + b \cos a$ D. $a + b \sin a$

10. 已知二次函数 $y = ax^2 - 4ax$ (a 是常数, $a < 0$) 的图象上有 $A(m, y_1)$ 和 $B(2m, y_2)$ 两点. 若点 A , B 都在直线 $y = -3a$ 的上方, 且 $y_1 > y_2$, 则 m 的取值范围是 ()

- A. $1 < m < \frac{3}{2}$ B. $\frac{4}{3} < m < 2$ C. $\frac{4}{3} < m < \frac{3}{2}$ D. $m > 2$

卷 II

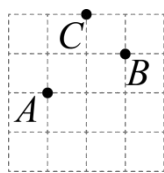
说明: 本卷共有 2 大题, 14 小题, 共 90 分. 请用黑色字迹钢笔或签字笔将答案写在答题纸的相应位置上.

二、填空题 (本题共有 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

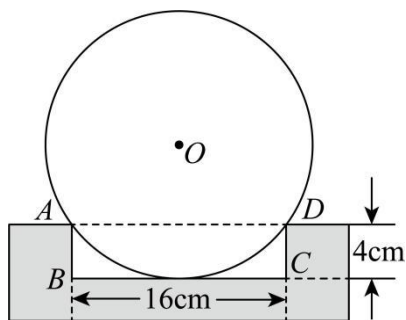
11. 计算: $\sqrt{4} - 1 = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 衢州飞往成都每天有 2 趟航班. 小赵和小黄同一天从衢州飞往成都, 如果他们可以选择其中任一航班, 则他们选择同一航班的概率等于 $\underline{\hspace{2cm}}$.

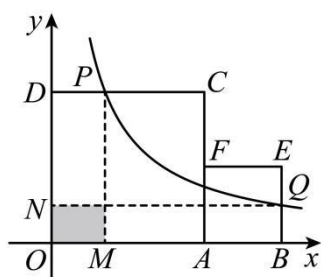
13. 在如图所示的方格纸上建立适当的平面直角坐标系, 若点 A 的坐标为 $(0, 1)$, 点 B 的坐标为 $(2, 2)$, 则点 C 的坐标为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



14. 如图是一个圆形餐盘的正面及其固定支架的截面图, 凹槽 $ABCD$ 是矩形. 当餐盘正立且紧靠支架于点 A , D 时, 恰好与 BC 边相切, 则此餐盘的半径等于 $\underline{\hspace{2cm}}$ cm.



15. 如图, 点 A, B 在 x 轴上, 分别以 OA, AB 为边, 在 x 轴上方作正方形 $OACD, ABEF$. 反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0)$ 的图象分别交边 CD, BE 于点 P, Q . 作 $PM \perp x$ 轴于点 $M, QN \perp y$ 轴于点 N . 若 $OA = 2AB$, Q 为 BE 的中点, 且阴影部分面积等于 6, 则 k 的值为_____.



16. 下面是勾股定理的一种证明方法: 图 1 所示纸片中, $\angle ACB = 90^\circ (AC < BC)$, 四边形 $ACDE, CBFG$ 是正方形. 过点 C, B 将纸片 $CBFG$ 分别沿与 AB 平行、垂直两个方向剪裁成四部分, 并与正方形 $ACDE$, $\triangle ABC$ 拼成图 2.

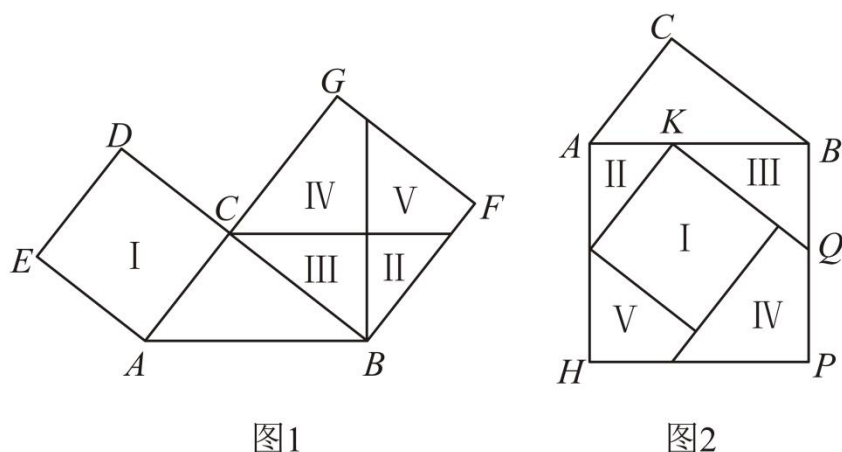


图1

图2

- (1) 若 $\cos \angle ABC = \frac{3}{4}$, $\triangle ABC$ 的面积为 16, 则纸片 III 的面积为_____.

- (2) 若 $\frac{PQ}{BQ} = \frac{19}{15}$, 则 $\frac{BK}{AK} =$ _____.

三、解答题 (本题共有 8 小题, 第 17~19 小题每小题 6 分, 第 20~21 小题每小题 8 分, 第 22~23 小题每小题 10 分, 第 24 小题 12 分, 共 66 分. 请务必写出解答过程)

17. (1) 计算: $(a+2)(a-2)$;

- (2) 化简: $\frac{a^2-4}{a+2} + 2$.

18. 小红在解方程 $\frac{7x}{3} = \frac{4x-1}{6} + 1$ 时, 第一步出现了错误:

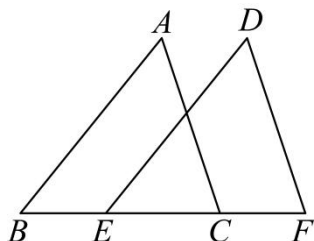
解： $2 \times 7x = (4x - 1) + 1$,

.....

(1) 请在相应的方框内用横线划出小红的错误处；

(2) 写出你的解答过程.

19. 已知：如图，在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中， B, E, C, F 在同一条直线上. 下面四个条件：① $AB = DE$ ；
② $AC = DF$ ；③ $BE = CF$ ；④ $\angle ABC = \angle DEF$.



(1) 请选择其中的三个条件，使得 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ (写出一种情况即可)；

(2) 在 (1) 的条件下，求证： $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.

20. 【数据的收集与整理】

根据国家统计局统一部署，衢州市统计局对 2022 年我市人口变动情况进行了抽样调查，抽样比例为 5%. 根据抽样结果推算，我市 2022 年的出生率为 5.5‰，死亡率为 8‰，人口自然增长率为 -2.5‰，常住人口数为 a 人 (‰ 表示千分号). (数据来源：衢州市统计局)

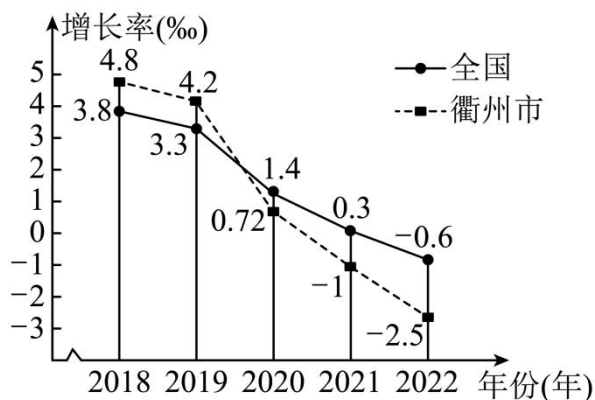
【数据分析】

(1) 请根据信息推测人口自然增长率与出生率、死亡率的关系；

(2) 已知本次调查的样本容量为 11450，请推算 a 的值；

(3) 将我市及全国近五年的人口自然增长率情况绘制成如下统计图. 根据统计图分析：

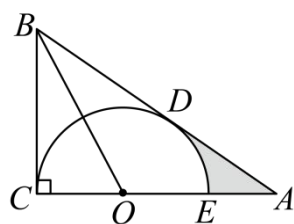
2018~2022 年年末全国、衢州市人口自然增长率统计图



①对图中信息作出评判 (写出两条)；

②为扭转目前人口自然增长率的趋势，请给出一条合理化建议.

21. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, O 为 AC 边上一点, 连结 OB , 以 OC 为半径的半圆与 AB 边相切于点 D , 交 AC 边于点 E .



(1) 求证: $BC = BD$;

(2) 若 $OB = OA$, $AE = 2$, ①求半圆 O 的半径; ②求图中阴影部分的面积.

22. 视力表中蕴含着很多数学知识, 如: 每个“E”形图都是正方形结构, 同一行的“E”是全等图形且对应着同一个视力值, 不同的检测距离需要不同的视力表.

素材 1 国际通用的视力表以 5 米为检测距离, 任选视力表中 7 个视力值 n , 测得对应行的“E”形图边长 b (mm), 在平面直角坐标系中描点如图 1.

探究 1 检测距离为 5 米时, 归纳 n 与 b 的关系式, 并求视力值 1.2 所对应的“E”形图边长.

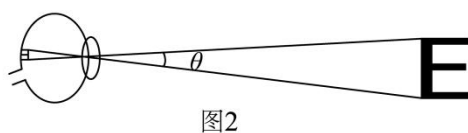
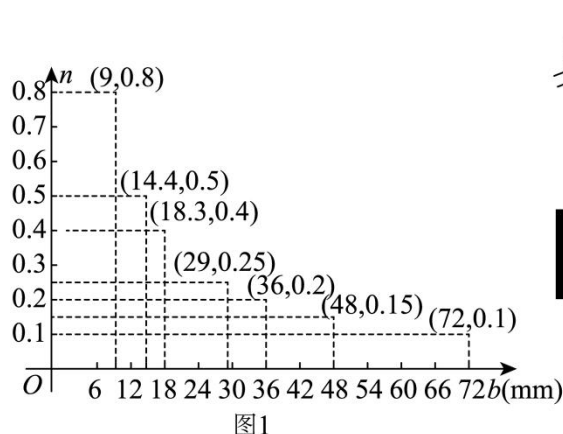


图2

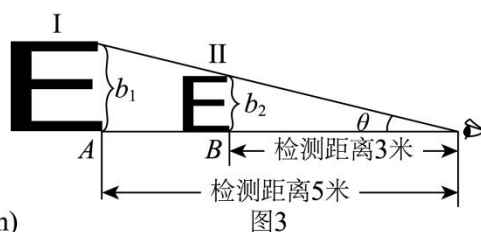


图3

素材 2 图 2 为视网膜成像示意图, 在检测视力时, 眼睛能看清最小“E”形图所成的角叫做分辨视角 θ , 视力值 n 与分辨视角 θ (分) 的对应关系近似满足 $n = \frac{1}{\theta} (0.5 \leq \theta \leq 10)$.

探究 2 当 $n \geq 1.0$ 时, 属于正常视力, 根据函数增减性写出对应的分辨视角 θ 的范围.

素材 3 如图 3, 当 θ 确定时, 在 A 处用边长为 b_1 的 I 号“E”测得的视力与在 B 处用边长为 b_2 的 II 号“E”测得的视力相同.

探究 3 若检测距离为 3 米, 求视力值 1.2 所对应的“E”形图边长.

23. 某龙舟队进行 500 米直道训练, 全程分为启航, 途中和冲刺三个阶段. 图 1, 图 2 分别表示启航阶段和途中阶段龙舟划行总路程 s (m) 与时间 t (s) 的近似函数图象. 启航阶段的函数表达式为 $s = kt^2 (k \neq 0)$; 途中阶段匀速划行, 函数图象为线段; 在冲刺阶段, 龙舟先加速后匀速划行, 加速期龙舟划行总路程 s (m) 与

时间 t (s) 的函数表达式为 $s = k(t - 70)^2 + h$ ($k \neq 0$).

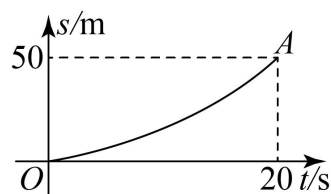


图1

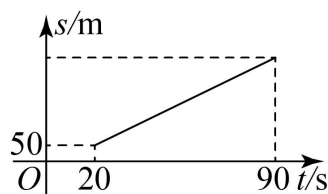


图2

- (1) 求出启航阶段 s (m) 关于 t (s) 的函数表达式 (写出自变量的取值范围),
- (2) 已知途中阶段龙舟速度为 5m/s.
- ①当 $t = 90$ s 时, 求出此时龙舟划行的总路程,
- ②在距离终点 125 米处设置计时点, 龙舟到达时, $t \leq 85.20$ s 视为达标, 请说明该龙舟队能否达标;
- (3) 冲刺阶段, 加速期龙舟用时 1s 将速度从 5m/s 提高到 5.25m/s, 之后保持匀速划行至终点. 求该龙舟队完成训练所需时间 (精确到 0.01s).

24. 如图 1, 点 O 为矩形 $ABCD$ 的对称中心, $AB = 4$, $AD = 8$, 点 E 为 AD 边上一点 ($0 < AE < 3$), 连接 EO 并延长, 交 BC 于点 F , 四边形 $ABFE$ 与 $A'B'FE$ 关于 EF 所在直线成轴对称, 线段 $B'F$ 交 AD 边于点 G .

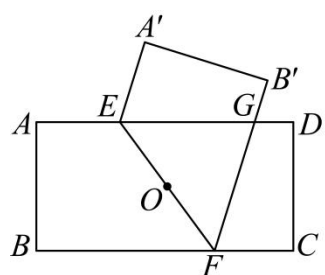


图1

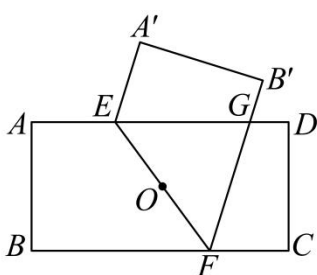


图1备用图

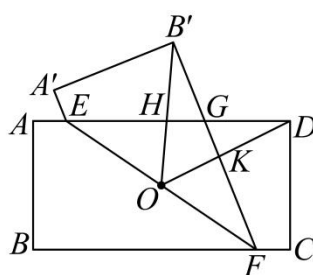


图2

- (1) 求证: $GE = GF$;
- (2) 当 $AE = 2DG$ 时, 求 AE 的长;
- (3) 令 $AE = a$, $DG = b$.
- ①求证: $(4 - a)(4 - b) = 4$;
- ②如图 2, 连接 OB' , OD , 分别交 AD , $B'F$ 于点 H , K . 记四边形 $OKGH$ 的面积为 S_1 , $\triangle DGK$ 的面积为 S_2 . 当 $a = 1$ 时, 求 $\frac{S_1}{S_2}$ 的值.

