

2021 年河南省中考数学试卷

一、选择题 (本大题共 10 小题, 共 30 分)

1. -2 的绝对值是 ()

A. 2

B. -2

C. $\frac{1}{2}$

D. $-\frac{1}{2}$

2. 河南省人民济困最“给力”！据报道, 2020 年河南省人民在济困方面捐款达到 2.94 亿元. 数据“2.94 亿”用科学记数法表示为 ()

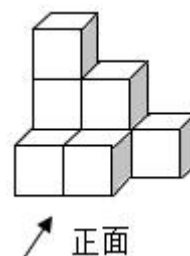
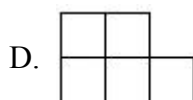
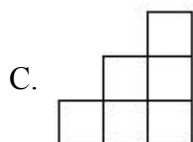
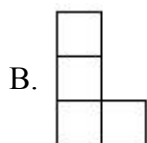
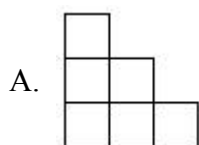
A. 2.94×10^7

B. 2.94×10^8

C. 0.294×10^8

D. 0.294×10^9

3. 如图是由 8 个相同的小正方体组成的几何体, 其主视图是 ()



4. 下列运算正确的是 ()

A. $(-a)^2 = -a^2$

B. $2a^2 - a^2 = 2$

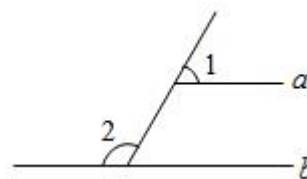
C. $a^2 \cdot a = a^3$

D. $(a-1)^2 = a^2 - 1$

5. 如图, $a \parallel b$, $\angle 1 = 60^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数为 ()

A. 90°

B. 100°



C. 110°

D. 120°

6. 关于菱形的性质，以下说法不正确的是()

A. 四条边相等

B. 对角线相等

C. 对角线互相垂直

D. 是轴对称图形

7. 若方程 $x^2 - 2x + m = 0$ 没有实数根，则 m 的值可以是()

A. -1

B. 0

C. 1

D. $\sqrt{3}$

8. 现有 4 张卡片，正面图案如图所示，它们除此之外完全相同，把这 4 张卡片背面朝上洗匀，从中随机抽取两张，则这两张卡片正面图案恰好是“天问”和“九章”的概率是()



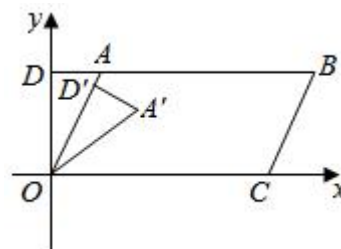
A. $\frac{1}{6}$

B. $\frac{1}{8}$

C. $\frac{1}{10}$

D. $\frac{1}{12}$

9. 如图， $\square OABC$ 的顶点 $O(0,0)$ ， $A(1,2)$ ，点 C 在 x 轴的正半轴上，延长 BA 交 y 轴于点 D 。将 $\triangle ODA$ 绕点 O 顺时针旋转得到 $\triangle OD'A'$ ，当点 D 的对应点 D' 落在 OA 上时， $D'A'$ 的延长线恰好经过点 C ，则点 C 的坐标为()



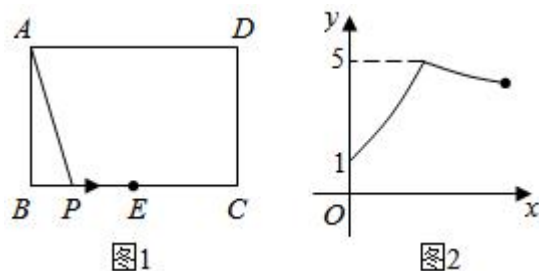
A. $(2\sqrt{3}, 0)$

B. $(2\sqrt{5}, 0)$

C. $(2\sqrt{3} + 1, 0)$

D. $(2\sqrt{5} + 1, 0)$

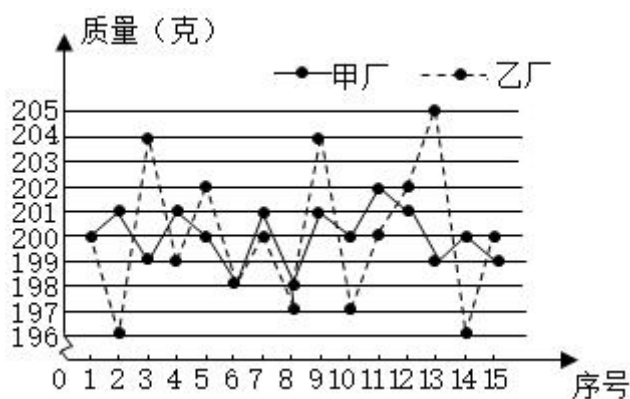
10. 如图 1，矩形 $ABCD$ 中，点 E 为 BC 的中点，点 P 沿 BC 从点 B 运动到点 C ，设 B, P 两点间的距离为 x ， $PA - PE = y$ ，图 2 是点 P 运动时 y 随 x 变化的关系图象，则 BC 的长为()



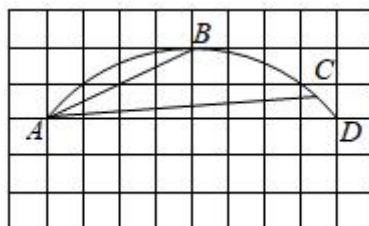
- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

二、填空题（本大题共 5 小题，共 15 分）

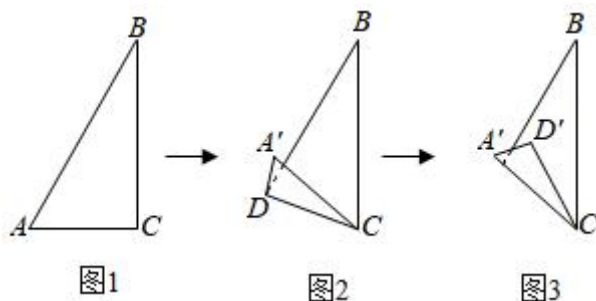
11. 若代数式 $\frac{1}{x-1}$ 有意义，则实数 x 的取值范围是_____.
12. 请写出一个图象经过原点的函数的解析式_____.
13. 某外贸公司要出口一批规格为 200 克/盒的红枣，现有甲、乙两个厂家提供货源，他们的价格相同，品质也相近.质检员从两厂产品中各随机抽取 15 盒进行检测，测得它们的平均质量均为 200 克，每盒红枣的质量如图所示，则产品更符合规格要求的厂家是_____ (填“甲”或“乙”).



14. 如图所示的网格中，每个小正方形的边长均为 1，点 A , B , D 均在小正方形的顶点上，且点 B , C 在 $\widehat{AD}$ 上， $\angle BAC = 22.5^\circ$ ，则 $\widehat{BC}$ 的长为_____.



15. 小华用一张直角三角形纸片玩折纸游戏,如图 1,在 $Rt \triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle B = 30^\circ$, $AC = 1$. 第一步,在 AB 边上找一点 D ,将纸片沿 CD 折叠,点 A 落在 A' 处,如图 2;第二步,将纸片沿 CA' 折叠,点 D 落在 D' 处,如图 3. 当点 D' 恰好落在直角三角形纸片的边上时,线段 $A'D$ 的长为_____.



三、解答题(本大题共 8 小题, 共 75.0 分)

16. (1) 计算: $3^{-1} - \sqrt{\frac{1}{9}} + (3 - \sqrt{3})^0$;

(2) 化简: $(1 - \frac{1}{x}) \div \frac{2x-2}{x^2}$.

17. 2021 年 4 月,教育部印发《关于进一步加强中小学生睡眠管理工作的通知》,明确要求初中生每天睡眠时间应达到 9 小时.某初级中学为了解学生睡眠时间的情况,从本校学生中随机抽取 500 名进行问卷调查,并将调查结果用统计图描述如下.

调查问卷

1.近两周你平均每天睡眠时间大约是_____小时.

如果你平均每天睡眠时间不足 9 小时, 请回答第 2 个问题

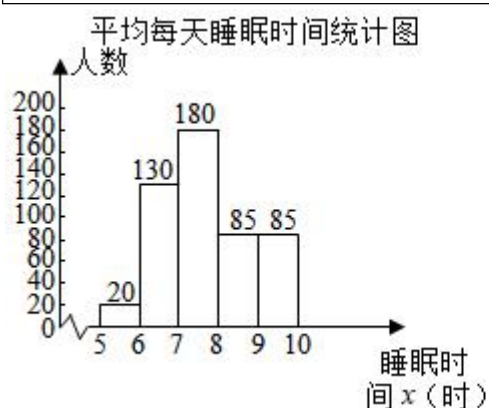
2.影响你睡眠时间的主要原因是_____ (单选).

A.校内课业负担重

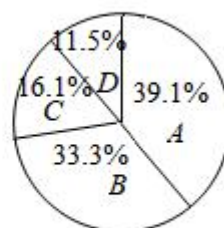
B.校外学习任务重

C.学习效率低

D.其他



影响学生睡眠时间的主要原因统计图



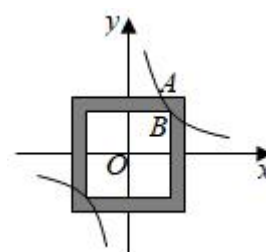
平均每天睡眠时间 x (时) 分为 5 组: ① $5 \leq x < 6$; ② $6 \leq x < 7$; ③ $7 \leq x < 8$; ④ $8 \leq x < 9$; ⑤ $9 \leq x < 10$.

根据以上信息, 解答下列问题:

(1) 本次调查中, 平均每天睡眠时间的中位数落在第_____ (填序号) 组, 达到 9 小时的学生人数占被调查人数的百分比为_____;

(2) 请对该校学生睡眠时间的情况作出评价, 并提出两条合理化建议.

18. 如图, 大、小两个正方形的中心均与平面直角坐标系的原点 O 重合, 边分别与坐标轴平行, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象与大正方形的一边交于点 $A(1, 2)$, 且

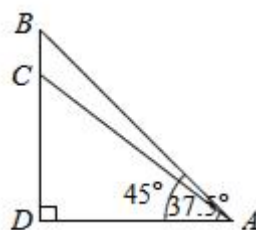


经过小正方形的顶点 B .

(1)求反比例函数的解析式;

(2)求图中阴影部分的面积.

19. 开凿于北魏孝文帝年间的龙门石窟是中国石刻艺术瑰宝, 卢舍那佛像是石窟中最大的佛像. 某数学活动小组到龙门石窟景区测量这尊佛像的高度. 如图, 他们选取的测量点 A 与佛像 BD 的底部 D 在同一水平线上. 已知佛像头部 BC 为 $4m$, 在 A 处测得佛像头顶部 B 的仰角为 45° , 头底部 C 的仰角为 37.5° , 求佛像 BD 的高度 (结果精确到 $0.1m$. 参考数据: $\sin 37.5^\circ \approx 0.61$, $\cos 37.5^\circ \approx 0.79$, $\tan 37.5^\circ \approx 0.77$).



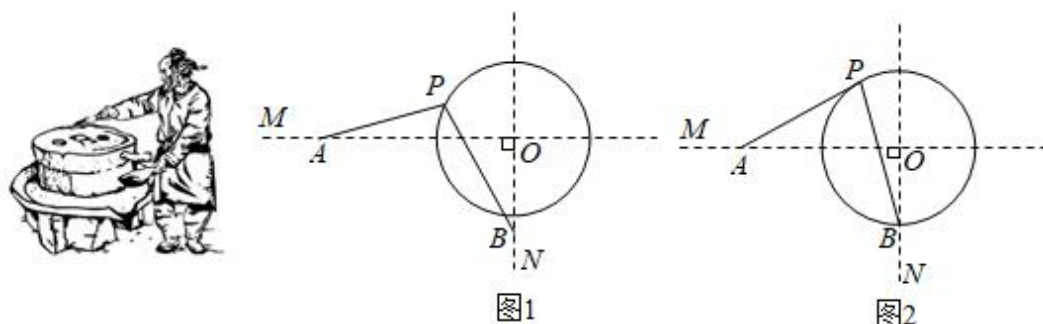
20. 在古代, 智慧的劳动人民已经会使用“石磨”, 其原理为在磨盘的边缘连接一个固定长度的“连杆”, 推动“连杆”带动磨盘转动, 将粮食磨碎, 物理学上称这种动力传输工具为“曲线连杆机构”.

小明受此启发设计了一个“双连杆机构”，设计图如图 1，两个固定长度的“连杆” AP ， BP 的连接点 P 在 $\odot O$ 上，当点 P 在 $\odot O$ 上转动时，带动点 A ， B 分别在射线 OM ， ON 上滑动， $OM \perp ON$ 。当 AP 与 $\odot O$ 相切时，点 B 恰好落在 $\odot O$ 上，如图 2。

请仅就图 2 的情形解答下列问题。

(1) 求证： $\angle PAO = 2\angle PBO$ ；

(2) 若 $\odot O$ 的半径为 5， $AP = \frac{20}{3}$ ，求 BP 的长。



21. 猕猴嬉戏是王屋山景区的一大特色，猕猴玩偶非常畅销.小李在某网店选中 A ， B 两款猕猴玩偶，决定从该网店进货并销售.两款玩偶的进货价和销售价如下表：

类别 价格	A 款玩偶	B 款玩偶
进货价 (元/个)	40	30
销售价 (元/个)	56	45

(1) 第一次小李用 1100 元购进了 A ， B 两款玩偶共 30 个，求两款玩偶各购进多少个。

(2) 第二次小李进货时，网店规定 A 款玩偶进货数量不得超过 B 款玩偶进货数量的一半.小李计划购进两款玩偶共 30 个，应如何设计进货方案才能获得最大利润，最大利润是多少？

(3) 小李第二次进货时采取了 (2) 中设计的方案，并且两次购进的玩偶全部售出，请从利润率的角度分

析，对于小李来说哪一次更合算？

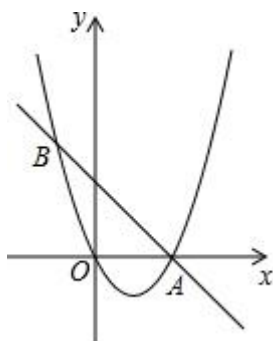
(注：利润率 = $\frac{\text{利润}}{\text{成本}} \times 100\%$)

22. 如图，抛物线 $y = x^2 + mx$ 与直线 $y = -x + b$ 相交于点 $A(2, 0)$ 和点 B .

(1) 求 m 和 b 的值；

(2) 求点 B 的坐标，并结合图象写出不等式 $x^2 + mx > -x + b$ 的解集；

(3) 点 M 是直线 AB 上的一个动点，将点 M 向左平移 3 个单位长度得到点 N ，若线段 MN 与抛物线只有一个公共点，直接写出点 M 的横坐标 x_M 的取值范围.



23. 下面是某数学兴趣小组探究用不同方法作一个角的平分线的讨论片段，请仔细阅读，并完成相应的任务.

小明：如图 1，(1)分别在射线 OA ， OB 上截取 $OC = OD$ ， $OE = OF$ (点 C ， E 不重合)；(2)分别作线段 CE ， DF 的垂直平分线 l_1 ， l_2 ，交点为 P ，垂足分别为点 G ， H ；(3)作射线 OP ，射线即为 $\angle AOB$ 的平分线。

简述理由如下：

由作图知， $\angle PGO = \angle PHO = 90^\circ$ ， $OG = OH$ ， $OP = OP$ ，所以 $Rt \triangle PGO \cong Rt \triangle PHO$ ，则 $\angle POG = \angle POH$ ，即射线 OP 是 $\angle AOB$ 的平分线。

小军：我认为小明的作图方法很有创意，但是太麻烦了，可以改进如下，如图 2，(1)分别在射线 OA ， OB 上截取 $OC = OD$ ， $OE = OF$ (点 C ， E 不重合)；(2)连接 DE ， CF ，交点为 P ；(3)作射线 OP 。射线 OP 即为 $\angle AOB$ 的平分线。

.....

任务：

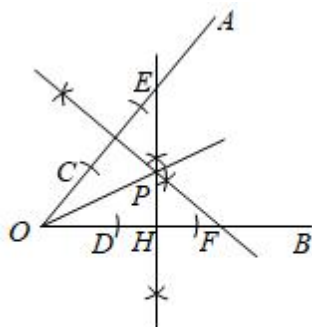


图1

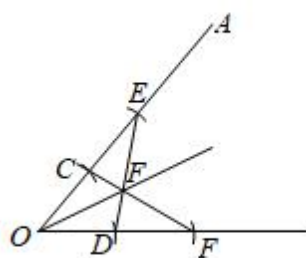


图2

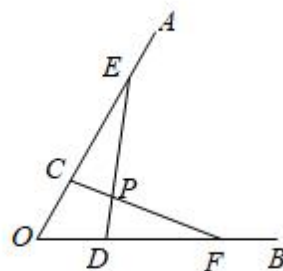


图3

(1)小明得出 $Rt \triangle PGO \cong Rt \triangle PHO$ 的依据是_____ (填序号).

①SSS ②SAS ③AAS ④ASA ⑤HL

(2)小军作图得到的射线 OP 是 $\angle AOB$ 的平分线吗？请判断并说明理由。

(3)如图 3，已知 $\angle AOB = 60^\circ$ ，点 E ， F 分别在射线 OA ， OB 上，且 $OE = OF = \sqrt{3} + 1$ 。点 C ， D 分别为射线 OA ， OB 上的动点，且 $OC = OD$ ，连接 DE ， CF ，交点为 P ，当 $\angle CPE = 30^\circ$ 时，直接写出线段 OC 的长。
