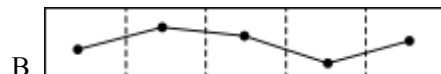
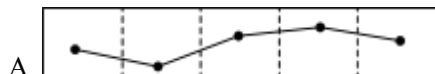
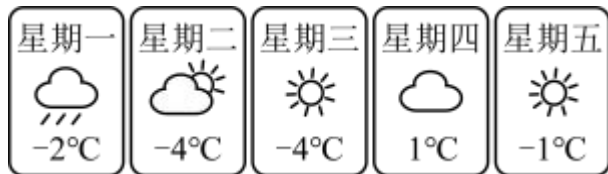


# 2024 年河北省初中毕业生升学文化课考试

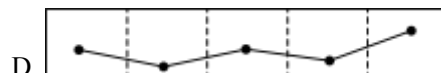
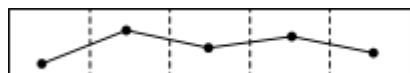
## 数学试卷

一、选择题 (本大题共 16 个小题, 共 38 分. 1~6 小题各 3 分, 7~16 小题各 2 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

1. 如图显示了某地连续 5 天的日最低气温, 则能表示这 5 天日最低气温变化情况的是 ( )



C.

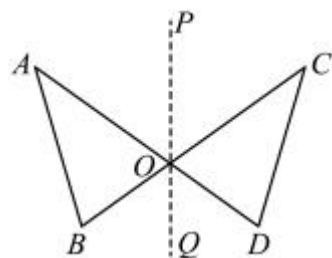


2. 下列运算正确的是 ( )

A.  $a^7 - a^3 = a^4$       B.  $3a^2 \cdot 2a^3 = 6a^3$       C.  $(-2a)^3 = -8a^3$       D.  $a^4 \div a^4 = a$

3. 如图,  $AD$  与  $BC$  交于点  $O$ ,  $\triangle ABO$  和  $\triangle CDO$  关于直线  $PQ$  对称, 点  $A, B$  的对称点分别是点  $C, D$ .

下列不一定正确的是 ( )

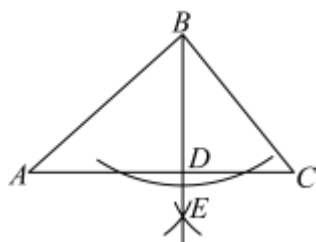


A.  $AD \perp BC$       B.  $AC \perp PQ$       C.  $\triangle ABO \cong \triangle CDO$       D.  $AC \parallel BD$

4. 下列数中, 能使不等式  $5x - 1 < 6$  成立的  $x$  的值为 ( )

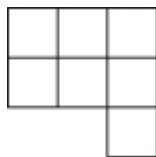
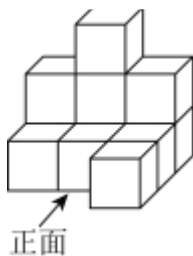
A. 1      B. 2      C. 3      D. 4

5. 观察图中尺规作图的痕迹, 可得线段  $BD$  一定是  $\triangle ABC$  的 ( )

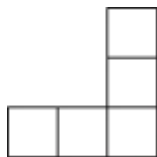


A. 角平分线      B. 高线      C. 中位线      D. 中线

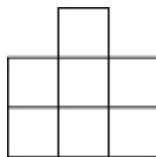
6. 如图是由 11 个大小相同的正方体搭成的几何体, 它的左视图是 ( )



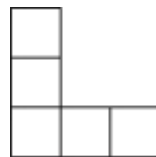
A.



B.



C.



D.

7. 节能环保已成为人们的共识. 淇淇家计划购买 500 度电, 若平均每天用电  $x$  度, 则能使用  $y$  天. 下列说法错误的是 ( )

A. 若  $x = 5$ , 则  $y = 100$

B. 若  $y = 125$ , 则  $x = 4$

C. 若  $x$  减小, 则  $y$  也减小

D. 若  $x$  减小一半, 则  $y$  增大一倍

8. 若  $a, b$  是正整数, 且满足  $\underbrace{2^a + 2^a + \dots + 2^a}_{8 \text{ 个 } 2^a \text{ 相加}} = \underbrace{2^b \times 2^b \times \dots \times 2^b}_{8 \text{ 个 } 2^b \text{ 相乘}}$ , 则  $a$  与  $b$  的关系正确的是 ( )

A.  $a + 3 = 8b$

B.  $3a = 8b$

C.  $a + 3 = b^8$

D.  $3a = 8 + b$

9. 淇淇在计算正数  $a$  的平方时, 误算成  $a$  与 2 的积, 求得的答案比正确答案小 1, 则  $a =$  ( )

A. 1

B.  $\sqrt{2} - 1$

C.  $\sqrt{2} + 1$

D. 1 或  $\sqrt{2} + 1$

10. 下面是嘉嘉作业本上的一道习题及解答过程:

已知: 如图,  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ ,  $AE$  平分  $\triangle ABC$  的外角  $\angle CAN$ , 点  $M$  是  $AC$  的中点, 连接  $BM$  并延长交  $AE$  于点  $D$ , 连接  $CD$ .

求证: 四边形  $ABCD$  是平行四边形.

证明:  $\because AB = AC$ ,  $\therefore \angle ABC = \angle 3$ .

$\therefore \angle CAN = \angle ABC + \angle 3$ ,  $\angle CAN = \angle 1 + \angle 2$ ,  $\angle 1 = \angle 2$ ,

$\therefore$  ①\_\_\_\_\_.

又  $\because \angle 4 = \angle 5$ ,  $MA = MC$ ,

$\therefore \triangle MAD \cong \triangle MCB$  (②\_\_\_\_\_).

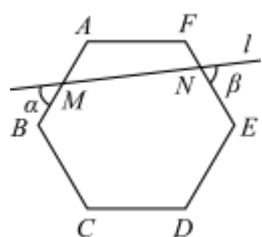
$\therefore MD = MB$ .  $\therefore$  四边形  $ABCD$  是平行四边形.



若以上解答过程正确，①，②应分别为（ ）

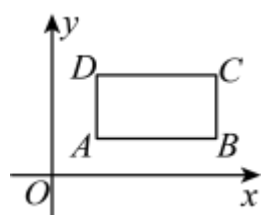
- A.  $\angle 1 = \angle 3$ , AAS  
 B.  $\angle 1 = \angle 3$ , ASA  
 C.  $\angle 2 = \angle 3$ , AAS  
 D.  $\angle 2 = \angle 3$ , ASA

11. 直线  $l$  与正六边形  $ABCDEF$  的边  $AB, EF$  分别相交于点  $M, N$ ，如图所示，则  $\alpha + \beta =$ （ ）



- A.  $115^\circ$   
 B.  $120^\circ$   
 C.  $135^\circ$   
 D.  $144^\circ$

12. 在平面直角坐标系中，我们把一个点的纵坐标与横坐标的比值称为该点的“特征值”。如图，矩形  $ABCD$  位于第一象限，其四条边分别与坐标轴平行，则该矩形四个顶点中“特征值”最小的是（ ）



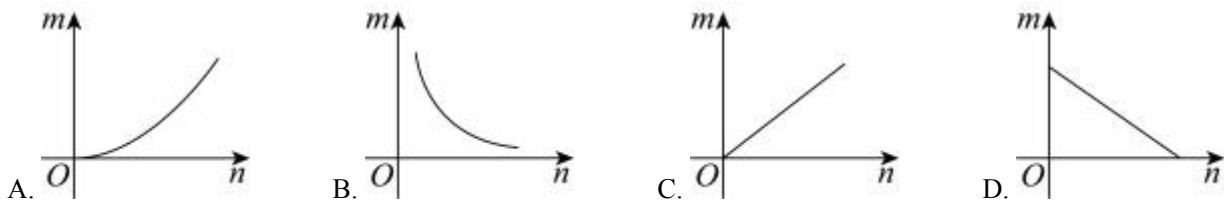
- A. 点  $A$   
 B. 点  $B$   
 C. 点  $C$   
 D. 点  $D$

13. 已知  $A$  为整式，若计算  $\frac{A}{xy+y^2} - \frac{y}{x^2+xy}$  的结果为  $\frac{x-y}{xy}$ ，则  $A =$ （ ）

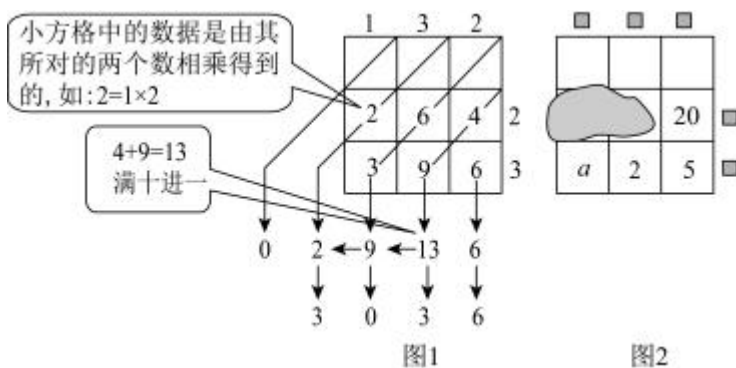
- A.  $x$   
 B.  $y$   
 C.  $x+y$   
 D.  $x-y$

14. 扇文化是中华优秀传统文化的组成部分，在我国有着深厚的底蕴。如图，某折扇张开的角度为  $120^\circ$

时，扇面面积为  $S$ 、该折扇张开的角度为  $n^\circ$  时，扇面面积为  $S_n$ ，若  $m = \frac{S_n}{S}$ ，则  $m$  与  $n$  关系的图象大致是（ ）



15. “铺地锦”是我国古代一种乘法运算方法，可将多位数乘法运算转化为一位数乘法和简单的加法运算。淇淇受其启发，设计了如图 1 所示的“表格算法”，图 1 表示  $132 \times 23$ ，运算结果为 3036。图 2 表示一个三位数与一个两位数相乘，表格中部分数据被墨迹覆盖，根据图 2 中现有数据进行推断，正确的是（ ）



- A. “20”左边的数是 16 B. “20”右边的“□”表示 5
- C. 运算结果小于 6000 D. 运算结果可以表示为  $4100a + 1025$

16. 平面直角坐标系中，我们把横、纵坐标都是整数，且横、纵坐标之和大于 0 的点称为“和点”。将某“和点”平移，每次平移的方向取决于该点横、纵坐标之和除以 3 所得的余数（当余数为 0 时，向右平移；当余数为 1 时，向上平移；当余数为 2 时，向左平移），每次平移 1 个单位长度。

例：“和点”  $P(2,1)$  按上述规则连续平移 3 次后，到达点  $P_3(2,2)$ ，其平移过程如下：

$P(2,1) \xrightarrow[\text{余0}]{\text{右}} P_1(3,1) \xrightarrow[\text{余1}]{\text{上}} P_2(3,2) \xrightarrow[\text{余2}]{\text{左}} P_3(2,2)$

若“和点”  $Q$  按上述规则连续平移 16 次后，到达点  $Q_{16}(-1,9)$ ，则点  $Q$  的坐标为（ ）

- A.  $(6,1)$  或  $(7,1)$  B.  $(15,-7)$  或  $(8,0)$  C.  $(6,0)$  或  $(8,0)$  D.  $(5,1)$  或  $(7,1)$

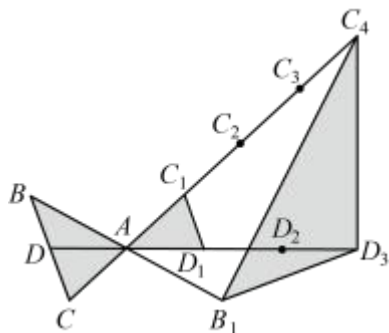
二、填空题（本大题共 3 个小题，共 10 分。17 小题 2 分，18~19 小题各 4 分，每空 2 分）

17. 某校生物小组的 9 名同学各用 100 粒种子做发芽实验，几天后观察并记录种子的发芽数分别为：89, 73, 90, 86, 75, 86, 89, 95, 89，以上数据的众数为\_\_\_\_\_。

(1) 若  $n < \sqrt{10} < n+1$ , 则  $n =$  \_\_\_\_\_;

(2) 若  $n-1 < \sqrt{a} < n, n < \sqrt{b} < n+1$ , 则满足条件的  $a$  的个数总比  $b$  的个数少 \_\_\_\_\_ 个.

19. 如图,  $\triangle ABC$  的面积为 2,  $AD$  为  $BC$  边上的中线, 点  $A, C_1, C_2, C_3$  是线段  $CC_4$  的五等分点, 点  $A, D_1, D_2$  是线段  $DD_3$  的四等分点, 点  $A$  是线段  $BB_1$  的中点.



(1)  $\triangle AC_1D_1$  的面积为 \_\_\_\_\_;

(2)  $\triangle B_1C_4D_3$  的面积为 \_\_\_\_\_.

三、解答题 (本大题共 7 个小题, 共 72 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

20. 如图, 有甲、乙两条数轴. 甲数轴上的三点  $A, B, C$  所对应的数依次为  $-4, 2, 32$ , 乙数轴上的三点  $D, E, F$  所对应的数依次为  $0, x, 12$ .



$$\frac{AB}{AC}$$

(1) 计算  $A, B, C$  三点所对应的数的和, 并求  $\frac{AB}{AC}$  的值;

(2) 当点  $A$  与点  $D$  上下对齐时, 点  $B, C$  恰好分别与点  $E, F$  上下对齐, 求  $x$  的值.

21. 甲、乙、丙三张卡片正面分别写有  $a+b, 2a+b, a-b$ , 除正面的代数式不同外, 其余均相同.

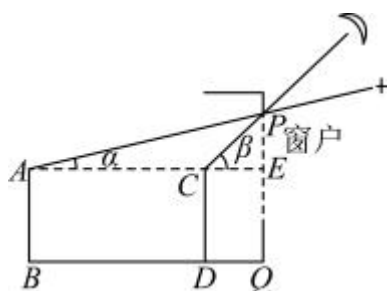
|             |         |        |       |
|-------------|---------|--------|-------|
| 第一次<br>第二次和 | $a+b$   | $2a+b$ | $a-b$ |
| $a+b$       | $2a+2b$ |        | $2a$  |
| $2a+b$      |         |        |       |
|             |         |        |       |

|       |      |  |  |
|-------|------|--|--|
| $a-b$ | $2a$ |  |  |
|-------|------|--|--|

(1) 将三张卡片背面向上并洗匀，从中随机抽取一张，当  $a=1, b=-2$  时，求取出的卡片上代数式的值为负数的概率；

(2) 将三张卡片背面向上并洗匀，从中随机抽取一张，放回后重新洗匀，再随机抽取一张。请在表格中补全两次取出的卡片上代数式之和的所有可能结果（化为最简），并求出和为单项式的概率。

22. 中国的探月工程激发了同学们对太空的兴趣。某晚，淇淇在家透过窗户的最高点  $P$  恰好看到一颗星星，此时淇淇距窗户的水平距离  $BQ=4\text{m}$ ，仰角为  $\alpha$ ；淇淇向前走了  $3\text{m}$  后到达点  $D$ ，透过点  $P$  恰好看到月亮，仰角为  $\beta$ ，如图是示意图。已知，淇淇的眼睛与水平地面  $BQ$  的距离  $AB=CD=1.6\text{m}$ ，点  $P$  到  $BQ$  的距离  $PQ=2.6\text{m}$ ， $AC$  的延长线交  $PQ$  于点  $E$ 。（注：图中所有点均在同一平面）



(1) 求  $\beta$  的大小及  $\tan \alpha$  的值；

(2) 求  $CP$  的长及  $\sin \angle APC$  的值。

23. 情境 图 1 是由正方形纸片去掉一个以中心  $O$  为顶点的等腰直角三角形后得到的。

该纸片通过裁剪，可拼接为图 2 所示的钻石型五边形，数据如图所示。

（说明：纸片不折叠，拼接不重叠无缝隙无剩余）

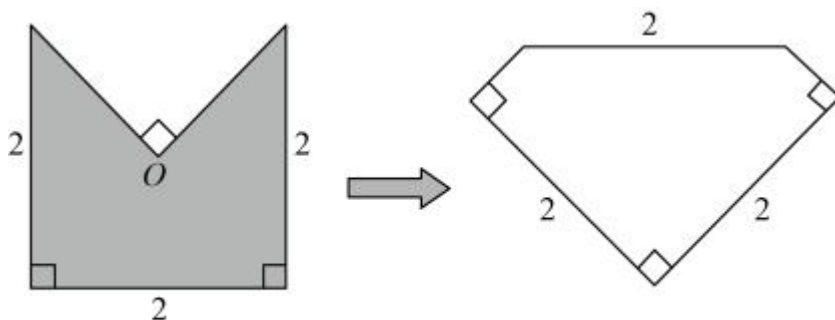


图 1

图 2

操作 嘉嘉将图 1 所示的纸片通过裁剪，拼成了钻石型五边形。

如图 3，嘉嘉沿虚线  $EF$ ， $GH$  裁剪，将该纸片剪成①，②，③三块，再按照图 4 所示进行拼接。根据嘉嘉的剪拼过程，解答问题：

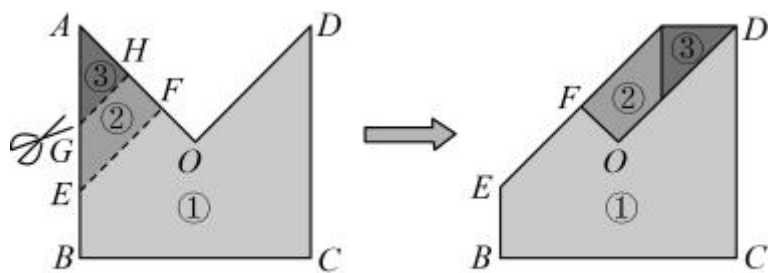


图 3

图 4

(1) 直接写出线段  $EF$  的长；

(2) 直接写出图 3 中所有与线段  $BE$  相等的线段，并计算  $BE$  的长.

探究淇淇说：将图 1 所示纸片沿直线裁剪，剪成两块，就可以拼成钻石型五边形.

请你按照淇淇的说法设计一种方案：在图 5 所示纸片的  $BC$  边上找一点  $P$ （可以借助刻度尺或圆规），画出裁剪线（线段  $PQ$ ）的位置，并直接写出  $BP$  的长.

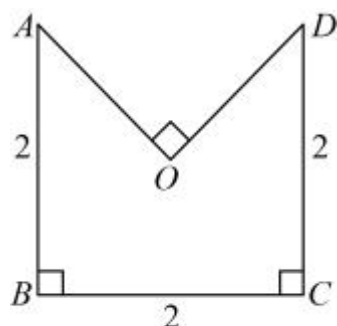


图 5

24. 某公司为提高员工的专业能力，定期对员工进行技能测试，考虑多种因素影响，需将测试的原始成绩  $x$ （分）换算为报告成绩  $y$ （分）。已知原始成绩满分 150 分，报告成绩满分 100 分、换算规则如下：

$$\text{当 } 0 \leq x < p \text{ 时, } y = \frac{80x}{p};$$

$$\text{当 } p \leq x \leq 150 \text{ 时, } y = \frac{20(x-p)}{150-p} + 80.$$

（其中  $p$  是小于 150 的常数，是原始成绩的合格分数线，80 是报告成绩的合格分数线）

公司规定报告成绩为 80 分及 80 分以上（即原始成绩为  $p$  及  $p$  以上）为合格。

(1) 甲、乙的原始成绩分别为 95 分和 130 分，若  $p = 100$ ，求甲、乙的报告成绩；

(2) 丙、丁的报告成绩分别为 92 分和 64 分，若丙的原始成绩比丁的原始成绩高 40 分，请推算  $p$  的值；

(3) 下表是该公司 100 名员工某次测试的原始成绩统计表：

| 原始成绩（分） | 95 | 100 | 105 | 110 | 115 | 120 | 125 | 130 | 135 | 140 | 145 | 150 |
|---------|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 人数      | 1  | 2   | 2   | 5   | 8   | 10  | 7   | 16  | 20  | 15  | 9   | 5   |

①直接写出这 100 名员工原始成绩的中位数；

②若①中的中位数换算成报告成绩为 90 分，直接写出该公司此次测试的合格率.

25. 已知  $\odot O$  的半径为 3, 弦  $MN = 2\sqrt{5}$ ,  $\triangle ABC$  中,  $\angle ABC = 90^\circ$ ,  $AB = 3$ ,  $BC = 3\sqrt{2}$ . 在平面上, 先将  $\triangle ABC$  和  $\odot O$  按图 1 位置摆放 (点  $B$  与点  $N$  重合, 点  $A$  在  $\odot O$  上, 点  $C$  在  $\odot O$  内), 随后移动  $\triangle ABC$ , 使点  $B$  在弦  $MN$  上移动, 点  $A$  始终在  $\odot O$  上随之移动, 设  $BN = x$ .

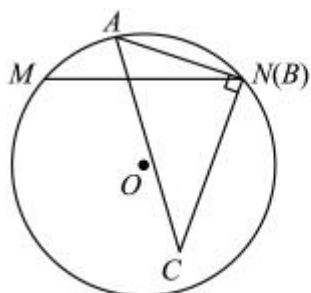


图1

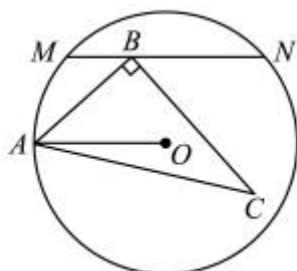
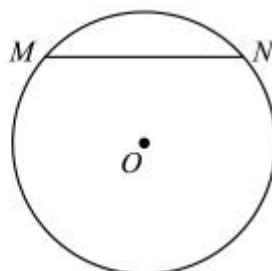


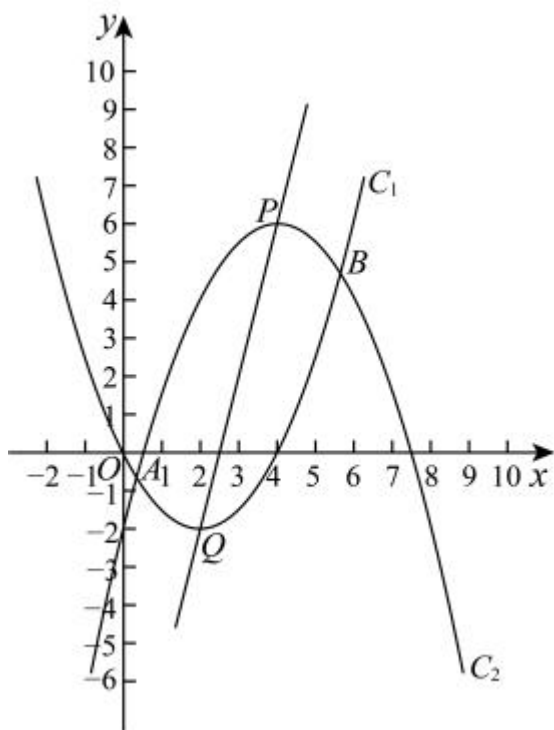
图2



备用图

- (1) 当点  $B$  与点  $N$  重合时, 求劣弧  $\widehat{AN}$  的长;
- (2) 当  $OA \parallel MN$  时, 如图 2, 求点  $B$  到  $OA$  的距离, 并求此时  $x$  的值;
- (3) 设点  $O$  到  $BC$  的距离为  $d$ .
  - ① 当点  $A$  在劣弧  $\widehat{MN}$  上, 且过点  $A$  的切线与  $AC$  垂直时, 求  $d$  的值;
  - ② 直接写出  $d$  的最小值.

26. 如图, 抛物线  $C_1: y = ax^2 - 2x$  过点  $(4, 0)$ , 顶点为  $Q$ . 抛物线  $C_2: y = -\frac{1}{2}(x-t)^2 + \frac{1}{2}t^2 - 2$  (其中  $t$  为常数, 且  $t > 2$ ), 顶点为  $P$ .



- (1) 直接写出  $a$  的值和点  $Q$  的坐标.
- (2) 嘉嘉说: 无论  $t$  为何值, 将  $C_1$  的顶点  $Q$  向左平移 2 个单位长度后一定落在  $C_2$  上.

淇淇说：无论  $t$  为何值， $C_2$  总经过一个定点.

请选择其中一人<sup>的</sup>说法进行说理.

(3) 当  $t=4$  时,

①求直线  $PQ$  的解析式;

②作直线  $l \parallel PQ$ , 当  $l$  与  $C_2$  的交点到  $x$  轴的距离恰为 6 时, 求  $l$  与  $x$  轴交点的横坐标.

(4) 设  $C_1$  与  $C_2$  的交点  $A, B$  的横坐标分别为  $x_A, x_B$ , 且  $x_A < x_B$ . 点  $M$  在  $C_1$  上, 横坐标为  $m (2 \leq m \leq x_B)$ . 点  $N$  在  $C_2$  上, 横坐标为  $n (x_A \leq n \leq t)$ . 若点  $M$  是到直线  $PQ$  的距离最大的点, 最大距离为  $d$ , 点  $N$  到直线  $PQ$  的距离恰好也为  $d$ , 直接用含  $t$  和  $m$  的式子表示  $n$ .